

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LOS ANDES

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA PROFESIONAL: DE INGENIERÍA CIVIL



Tesis

Análisis comparativo del comportamiento no lineal de vigas de concreto armado usando diagrama momento curvatura y método de elementos finitos en Abancay-Apurímac 2024

Asesor:

MSc. Casaverde Lopez Oswald

Autor:

Choque Quispe José Luis

Para optar el Título Profesional de:

Ingeniero Civil

Abancay – Apurímac – Perú

2025

Análisis comparativo del comportamiento no lineal de vigas de concreto armado usando diagrama momento curvatura y método de elementos finitos en Abancay-Apurímac 2024

INFORME DE ORIGINALIDAD



FUENTES PRIMARIAS

1	hdl.handle.net Fuente de Internet	4%
2	qdoc.tips Fuente de Internet	2%
3	repositorio.unsaac.edu.pe Fuente de Internet	2%
4	Submitted to Universidad Tecnológica de los Andes Trabajo del estudiante	1%
5	vsip.info Fuente de Internet	1%
6	revistas.utm.edu.ec Fuente de Internet	1%
7	doku.pub Fuente de Internet	<1%
8	repositorioacademico.upc.edu.pe Fuente de Internet	<1%
9	Submitted to Pontificia Universidad Católica del Perú Trabajo del estudiante	<1%
10	oa.upm.es Fuente de Internet	<1%
11	repositorio.unh.edu.pe Fuente de Internet	<1%
12	repositorio.upt.edu.pe Fuente de Internet	<1%
13	repositorio.ucv.edu.pe Fuente de Internet	<1%
	repositorio.urp.edu.pe	

Metadatos

Datos del Autor	
Apellidos y Nombres	: Choque Quispe José Luis
Tipo de Documento de Identidad	: DNI
Número de Documento de Identidad	: 70667839
URL ORCID	: https://orcid.org/0009-0004-0756-9766
Datos del Asesor	
Apellidos y Nombres	: Casaverde Lopez Oswald
Tipo de Documento de Identidad	: DNI
Número de Documento de Identidad	: 70766642
URL ORCID	: https://orcid.org/0009-0003-2854-2549
Datos de la Investigación	
Facultad	: Ingeniería
Escuela Profesional	: Ingeniería Civil
Línea de Investigación	: Gestión de la infraestructura para el desarrollo sostenible
Rango de años en que realizó la Investigación	: 2024
Fuente de financiamiento	: Autofinanciado
Porcentaje de similitud	: 20%
URL de OCDE	: https://purl.org/pe-repo/ocde/ford# 2.01.01

Dedicatoria

La presente tesis está dedicada a mi madre, en el cielo, quien sigue siendo mi mayor inspiración. Todo lo que he alcanzado es fruto de tu esfuerzo, tu sacrificio y el inmenso cariño que me diste. También, a mi padre, por su apoyo constante y por enseñarme que, con esfuerzo y dedicación, todo es posible. Este logro es tanto mío como de ambos.

Agradecimiento

A Dios, por darme la fortaleza y la sabiduría necesarias para superar los retos de este camino. Agradezco profundamente a mis padres por su amor incondicional, su apoyo constante y por ser mi mayor motivación a lo largo de este proceso. A mi asesor, MSc. Oswald Casaverde Lopez, por su orientación, paciencia y dedicación a lo largo de este proyecto. Sus consejos y críticas constructivas han sido fundamentales para el desarrollo de esta tesis. Gracias por compartir su conocimiento y por transmitirme su pasión por la investigación. A la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Tecnológica de los Andes y a todos los profesores que me acompañaron en mi formación, por brindarme el espacio y los recursos para desarrollar esta investigación.

Resumen

En esta investigación, se emplean dos métodos el método de elementos finitos y el diagrama momento curvatura para comparar los resultados de ensayos experimentales en dos vigas de concreto armado sometidas a diferentes tipos de carga (cargas en los tercios y carga puntual). El análisis comparativo se basa en el comportamiento no lineal de las vigas, y se determinan propiedades como desplazamientos, resistencia y ductilidad mediante ambos métodos, contrastando los resultados con los obtenidos experimentalmente. Finalmente, se realiza un análisis comparativo de las propiedades no lineales de las vigas, considerando Desplazamientos, resistencia y ductilidad. Para la viga 1, utilizando el método de elementos finitos, se obtuvieron diferencias del 0.45% en desplazamiento, 0.98% en resistencia y 2.36% en ductilidad, en comparación con los ensayos experimentales, mientras que con el método de diagrama momento curvatura las diferencias fueron del 5.70% en desplazamiento, 27.22% en resistencia y 66.13% en ductilidad. Para la viga 2, el método de elementos finitos arrojó diferencias del 1.11% en desplazamiento, 2.08% en resistencia y 0.21% en ductilidad, mientras que el método de diagrama momento curvatura mostró diferencias del 2.68% en desplazamiento, 25.62% en resistencia y 91.97% en ductilidad.

Se concluye que el método de elementos finitos representa con mayor precisión el comportamiento no lineal de las vigas de concreto armado en comparación con el diagrama momento-curvatura.

Palabras clave: método de elementos finitos, diagrama momento curvatura, vigas de concreto armado, comportamiento no lineal.

Abstract

In this research, two methods the finite element method and the moment-curvature diagram are used to compare the results of experimental tests on two reinforced concrete beams subjected to different types of loads (loads at thirds and point load). The comparative analysis is based on the nonlinear behavior of the beams. The properties such as deflections, strength, and ductility are determined using both methods, with results contrasted against experimental data. Finally, a comparative analysis of the nonlinear properties of the beams was carried out, considering deflections, strength, and ductility. For beam 1, using the finite element method, differences of 0.45%, 0.98%, and 2.36% were obtained, respectively, compared to the experimental tests, while with the moment-curvature diagram, the differences were 5.70%, 27.22%, and 66.13%. For beam 2, the finite element method showed differences of 1.11%, 2.08%, and 0.21%, while the moment-curvature diagram yielded differences of 2.68%, 25.62%, and 91.97%.

It is concluded that the finite element method more accurately represents the nonlinear behavior of reinforced concrete beams compared to the moment-curvature diagram, but it is a more complex and demand more computational time an effort

Key words: finite element method, momento curvature diagram, reinforced concrete beams, nonlinear behavior.

Índice general

Portada.....	i
Acta de sustentación	ii
Reporte de similitud.....	iii
Metadatos	iv
Dedicatoria.....	v
Agradecimiento	vi
Resumen.....	vii
Abstract	viii
Índice general	ix
Índice de tablas	xii
Índice de figuras.....	xiii
Índice de anexos	xix
I Introducción	20
II Planteamiento del Problema	22
2.1 Descripción y formulación del problema.....	22
2.2 Objetivos.....	24
2.2.1 Objetivo General	24
2.2.2 Objetivos Específicos.....	25

2.3	Justificación e importancia	25
2.4	Hipótesis	27
2.5	Variables	28
III	Marco Teórico	29
3.1	Antecedentes	29
3.2	Bases teóricas	37
3.2.1	Concreto	37
3.2.2	Acero	48
3.2.3	Momento – curvatura	50
3.2.4	Deformaciones a flexión	56
3.2.5	Elementos finitos ABAQUS	58
3.2.6	Concrete Damage Placticity ABAQUS	59
3.2.7	Análisis y diseño de concreto armado	65
3.3	Definición de términos.....	75
IV	Metodología	78
4.1	Tipo y Nivel de Investigación.....	78
4.2	Ámbito Temporal y Espacial.....	79
4.3	Población y Muestra.....	80
4.4	Instrumentos	81
4.5	Procedimientos	82
4.6	Análisis de datos.....	84
4.7	Consideraciones éticas	84

V	Resultados y discusión	85
5.1	Resultados de la Viga 1	85
5.1.1	Ensayo Experimental de la viga 1	85
5.1.2	Método de elemento finitos ABAQUS de la viga 1.....	87
5.1.3	Método de Diagrama momento curvatura de la viga 1	107
5.2	Resultados de la viga 2.....	115
5.2.1	Ensayo Experimental de la viga 2	115
5.2.2	Método de elementos finitos ABAQUS de la viga 2.....	117
5.2.3	Método de Diagrama momento curvatura de la viga 2	136
5.3	Resultados de las vigas 1 y 2.....	145
5.3.1	Resultados del Objetivo General.....	145
5.3.2	Resultados del objetivo específico 01	152
5.3.3	Resultados del objetivo específico 02	156
5.3.4	Resultados del objetivo específico 03	160
5.4	Discusión de resultados	165
VI	Conclusiones	175
VII	Recomendaciones.....	179
VIII	Referencias	182
IX	Anexos	188

Índice de tablas

Tabla 1 Características de la viga 1 de concreto armado	152
Tabla 2 Características de la viga 2 de concreto armado	154
Tabla 3 Características de la viga 1 de concreto armado	156
Tabla 4 Características de la viga 2 de concreto armado	158
Tabla 5 Características de la viga 1 de concreto armado	160
Tabla 6 Características de la viga 2 de concreto armado	162

Índice de figuras

Figura 1 Curvas esfuerzo - deformación del agregado, pasta de cemento y el concreto	39
Figura 2 Diagrama de representación del esfuerzo - deformación del concreto sometido a carga uniaxial.....	40
Figura 3 Curvas esfuerzo - deformación de 3 conjuntos de probetas de concreto confinado	41
Figura 4 Curva carga axial - deformación para prismas cuadrados	42
Figura 5 Confinamiento por hélices y aros rectangulares	43
Figura 6 Diagrama esfuerzo - deformación de Hognestad	44
Figura 7 Resumen del modelo de Hognestad	45
Figura 8 Curva esfuerzo deformación del concreto según Kent y Park	47
Figura 9 Aproximación elástica perfectamente plástica	49
Figura 10 Curva completa del acero	50
Figura 11 Curva esfuerzo - deformación del concreto según Hognestad	52
Figura 12 Curva esfuerzo – deformaciones elásticas perfectamente plástica.....	52
Figura 13 Determinación teórica de momento - curvatura	53
Figura 14 Relaciones teóricas de momento - curvatura	55
Figura 15 Distribución de curvatura.....	56
Figura 16 Relaciones de momento, curvatura y deflexión para un voladizo de concreto armado	57
Figura 17 Diagrama de flujo de elaboración de diagrama momento curvatura	57
Figura 18 Respuesta a carga uniaxial del concreto en tracción.....	61
Figura 19 Respuesta a carga uniaxial del concreto en compresión.....	62
Figura 20 Diagrama de flujo de modelación del método de elementos finitos en ABAQUS	64

Figura 21	Distribución de frecuencia de cargas vivas.....	68
Figura 22	Distribución supuesta de las frecuencias de resistencias	69
Figura 23	Margen de seguridad y probabilidad de falla	70
Figura 24	Combinaciones seguras e inseguras de cargas y resistencias.....	71
Figura 25	Factores de reducción de resistencia según Norma E.060.....	74
Figura 26	Sección de la viga	85
Figura 27	Vista frontal de la viga del ensayo	86
Figura 28	Curva carga - desplazamiento del ensayo experimental	87
Figura 29	Geometría de la viga	88
Figura 30	Curva esfuerzo - deformación de concreto a compresión.....	89
Figura 31	Curva esfuerzo - deformación del concreto a tensión.....	89
Figura 32	Curva esfuerzo - deformación plástica	90
Figura 33	Curva esfuerzo a tracción del concreto - deformación plástica.....	91
Figura 34	Parámetro de daño a compresión	91
Figura 35	Parámetro de daño a tensión	92
Figura 36	Curva esfuerzo - deformación del acero.....	93
Figura 37	Geometría de la viga creada en el módulo PART.....	93
Figura 38	Acero de refuerzo creado en el módulo PART	94
Figura 39	Estribos de acero creadas en el módulo PART	94
Figura 40	Ingreso de propiedades del concreto en el módulo propiedades.....	95
Figura 41	Ingreso de densidad y el módulo de elasticidad del concreto en el módulo PROPERTY	96
Figura 42	Ingreso de la plasticidad de daño del concreto en el módulo de PROPERTY – Comportamiento a compresión	97
Figura 43	Ingreso de plasticidad de daño del concreto en el módulo PROPERTY – Comportamiento a tracción del concreto.....	98
Figura 44	Ingreso de propiedades del acero de refuerzo	99

Figura 45 Propiedades plásticas de acero de refuerzo.....	100
Figura 46 Ensamble de la viga de concreto en módulo ASSEMBLY	101
Figura 47 Ensamble del acero en la viga de concreto en el módulo ASSEMBLY	101
Figura 48 Asignando restricciones en la viga	102
Figura 49 Asignación de restricción en los apoyos en la viga.....	102
Figura 50 Asignación de la carga puntual en el centro de la viga.....	103
Figura 51 Elemento viga enmallado módulo MESH	103
Figura 52 Propiedades del enmallado de la viga.....	104
Figura 53 Elemento acero enmallado módulo MESH.....	105
Figura 54 Propiedades del enmallado del acero	105
Figura 55 Curva carga - Desplazamiento obtenido de ABAQUS.....	106
Figura 56 Desplazamiento de la viga en ABAQUS.....	106
Figura 57 Curva esfuerzo deformación del concreto según Hognestad.....	107
Figura 58 Se planteo un modelo bilineal	107
Figura 59 Ecuaciones de equilibrio para el Modelo de Hognestad del concreto a compresión.....	108
Figura 60 Bucle para determinar "C"	108
Figura 61 Deformación en acero a tracción.....	109
Figura 62 Deformación en acero a compresión.....	109
Figura 63 Esfuerzos en el acero a compresión	110
Figura 64 Esfuerzos en el acero a tracción	110
Figura 65 Esfuerzos en el concreto.....	111
Figura 66 Fuerzas en el acero a compresión	111
Figura 67 Fuerzas en el acero a tracción	112
Figura 68 Fuerzas en el concreto a compresión.....	112
Figura 69 Cálculo de las curvaturas de la viga.....	113
Figura 70 Cálculo de los momentos de la viga.....	113

Figura 71	Grafica del diagrama momento curvatura de la viga	114
Figura 72	Grafica carga - desplazamiento.....	114
Figura 73	Vista frontal de la viga de ensayo.....	115
Figura 74	Curva carga - desplazamiento del ensayo experimental	116
Figura 75	Geometría de la viga.....	117
Figura 76	Curva esfuerzo - deformación de concreto a compresión.....	118
Figura 77	Curva esfuerzo - deformación del concreto a tensión.....	118
Figura 78	Curva esfuerzo - deformación plástica	119
Figura 79	Curva esfuerzo a tracción del concreto - deformación plástica.....	120
Figura 80	Parámetro de daño a compresión	120
Figura 81	Parámetro de daño a tensión	121
Figura 82	Curva esfuerzo - deformación del acero.....	121
Figura 83	Viga de concreto	122
Figura 84	Barras de refuerzo	122
Figura 85	Estribos.....	123
Figura 86	Parámetros del concreto	123
Figura 87	Concreto propiedades	124
Figura 88	Características del daño del concreto	125
Figura 89	Elasticidad de daño del concreto – comportamiento a tracción	126
Figura 90	Propiedades del acero que se definieron previamente.....	127
Figura 91	Propiedades plásticas del acero.....	128
Figura 92	Ensamble de la viga en el módulo Assambly	129
Figura 93	Restricciones embebida del acero	130
Figura 94	Condiciones de contorno.....	131
Figura 95	Asignación de carga o desplazamiento	131
Figura 96	Enmallado de la viga de concreto en el módulo MESH.....	132
Figura 97	Propiedades del enmallado elemento - orden geométrico y tipo	133

Figura 98	Enmallado en módulo MESH para el acero.....	134
Figura 99	Propiedades del enmallado de acero	134
Figura 100	Grafica de la curva carga - desplazamiento	135
Figura 101	Resultado del método de elementos finitos - desplazamientos	135
Figura 102	Curva esfuerzo - deformación del concreto	136
Figura 103	Curva esfuerzo - deformación del acero.....	137
Figura 104	Ecuaciones de fuerzas resultantes.....	137
Figura 105	Cálculo de las distancias al eje neutro	138
Figura 106	Deformación en acero a tracción.....	139
Figura 107	Deformación en el acero a compresión	139
Figura 108	Esfuerzos en el acero a compresión	140
Figura 109	Esfuerzos en el acero a tracción	140
Figura 110	Esfuerzos en el concreto.....	141
Figura 111	Fuerzas en el acero a compresión	141
Figura 112	Fuerzas en el acero a tracción	142
Figura 113	Fuerzas en el concreto.....	142
Figura 114	Curvaturas resultantes	143
Figura 115	Momentos resultantes.....	143
Figura 116	Cálculo del diagrama momento curvatura	144
Figura 117	Comparación de desplazamientos en la capacidad ultima de la viga 1.	146
Figura 118	Comparación de resistencias de la viga 1.	147
Figura 119	Comparación de ductilidades de la viga 1.	148
Figura 120	Comparación de desplazamientos en la capacidad ultima de la viga 2.	149
Figura 121	Comparación de resistencias de la viga 2.	150
Figura 122	Comparación de ductilidades de la viga 2.	151
Figura 123	Comparación de curvas Carga – Desplazamiento de la viga 1.....	153
Figura 124	Comparación de curvas Carga – Desplazamiento de la viga 2.....	155

Figura 125 Comparación de Resistencias de la viga 1.....	157
Figura 126 Comparación de Resistencias de la viga 2.	159
Figura 127 Comparación de Ductilidades de la viga 1.....	161
Figura 128 Comparación de ductilidades de la viga 2.	163
Figura 129 Análisis de Desplazamiento de la viga 1	167
Figura 130 Análisis de desplazamiento de la viga 2.....	168
Figura 131 Análisis de las resistencias de la viga 1.....	170
Figura 132 Análisis de resistencias de la viga 2.....	170
Figura 133 Análisis de la ductilidad de la viga 1	172
Figura 134 Análisis de ductilidad de la viga 2.....	173

Índice de anexos

Anexo 1 Matriz de consistencia.....	189
Anexo 2 Matriz de operacionalización de variables.....	190
Anexo 3 Hoja de cálculo de diagrama momento curvatura.....	191

I Introducción

El análisis de vigas de concreto armado es fundamental en la ingeniería estructural, especialmente en zonas de alta sismicidad como Perú. Sin embargo, el comportamiento no lineal de estas vigas bajo cargas extremas representa un reto para los métodos tradicionales de diseño estructural. La normativa peruana, a través de la E.060 y la E.030, establece criterios para el diseño de elementos sometidos a cargas sísmicas, buscando asegurar su resistencia y funcionalidad en condiciones críticas (Norma E.060 , 2009).

Es por eso que se utilizan métodos para conocer el comportamiento no lineal. Este estudio emplea el método de elementos finitos y diagrama momento curvatura para simular el comportamiento de vigas de concreto armado y validar los resultados con datos experimentales, de acuerdo con los lineamientos de la normativa peruana. Al evaluar la precisión de estos métodos numéricos frente a los requerimientos locales, se espera contribuir al desarrollo de estructuras más seguras y resilientes ante eventos sísmicos, en línea con las exigencias específicas del contexto peruano. La presente tesis está estructurada en cinco capítulos.

Capítulo I: Introducción, donde se plantea el contexto, el problema de investigación, los objetivos y la justificación del estudio.

Capítulo II: Formulación del problema, que detalla la problemática, la hipótesis y las variables a estudiar.

Capítulo III: Marco teórico, que revisa los antecedentes y las bases teóricas relacionadas con el comportamiento no lineal del concreto armado y los métodos de análisis utilizados.

Capítulo IV: Metodología, donde se describen los procedimientos experimentales y computacionales empleados para la recolección y análisis de datos.

Capítulo V: Resultados y análisis comparativo entre los métodos de diagrama momento curvatura y elementos finitos, validados con datos experimentales.

Con esta estructura, la investigación busca aportar al conocimiento sobre el comportamiento no lineal de elementos estructurales en edificaciones, promoviendo su aplicación práctica en el diseño sísmico de estructuras más seguras y resistentes.

II Planteamiento del Problema

2.1 Descripción y formulación del problema

Descripción

Las vigas de concreto armado son elementos esenciales en la construcción de viviendas y edificios, debido a su capacidad para soportar cargas de diseño. Sin embargo, el comportamiento de estas vigas bajo cargas extremas, como las generadas durante un evento sísmico, es complejo y presenta una respuesta no lineal, lo que desafía los métodos de diseño convencionales. Este comportamiento no lineal implica que, al superar ciertos niveles de carga, las vigas experimentan deformaciones y redistribuciones de esfuerzos que no pueden predecirse con exactitud mediante fórmulas lineales simplificadas (Wight & MacGregor, 2012).

En el diseño estructural, es fundamental verificar que las vigas cumplan con los estados límite de resistencia y de servicio. El estado límite de resistencia asegura que la viga puede soportar las cargas sin fallar, mientras que el estado límite de servicio se enfoca en evitar desplazamientos excesivos que comprometan el confort y la funcionalidad de la estructura (Maekawa et al., 2003). No obstante, los métodos tradicionales de cálculo de desplazamientos y capacidad suelen basarse en modelos lineales, los cuales no reflejan adecuadamente el comportamiento real de las vigas de concreto armado sometidas a cargas (Harmsen, 2017).

En el rango lineal, el comportamiento de la viga sigue una relación proporcional entre carga y desplazamiento, lo que permite que la estructura recupere su forma original una vez que se retiran las cargas. Sin embargo, al superar este rango, la viga entra en el dominio no lineal, donde las deformaciones aumentan de manera desproporcionada respecto a las cargas aplicadas. En esta etapa, se producen fenómenos como la fisuración y el agotamiento de materiales, que pueden afectar la capacidad de carga y la durabilidad

de la estructura. Capturar estos comportamientos es esencial para comprender y predecir el rendimiento estructural bajo cargas extremas, como sismos. Por ello, el uso de herramientas avanzadas de análisis no lineal, como el método de elementos finitos y el diagrama momento curvatura, resulta crucial para obtener una representación más precisa y segura del comportamiento estructural (Maekawa et al., 2003).

Por ello, surge la necesidad de emplear métodos avanzados, como el análisis por el método de elementos finitos y el uso de diagrama momento curvatura, que permiten capturar y estimar de forma más precisa la respuesta no lineal de las vigas de concreto armado. Estos métodos son capaces de simular las deformaciones progresivas y la capacidad de disipación de energía que se producen en las vigas, lo cual es crucial para mejorar la seguridad y la resistencia de las estructuras en situaciones de alto riesgo sísmico.

En resumen, el problema se debe a que, en las normas vigentes, se cuenta con poca de información sobre el comportamiento no lineal de vigas de concreto armado y los modelos matemáticos que utilizamos de acuerdo a la normativa que simulan este comportamiento, los cuales tienen alcances limitados.

Formulación del problema de investigación

Las vigas de concreto armado son esenciales en la construcción debido a su capacidad para soportar cargas; sin embargo, bajo cargas extremas, como las generadas por eventos sísmicos, presentan un comportamiento no lineal que desafía los métodos de diseño convencionales. Este comportamiento implica deformaciones significativas, redistribuciones de esfuerzos y fenómenos como la fisuración y el agotamiento de materiales, que no pueden ser capturados con precisión mediante modelos lineales, comprometiendo la seguridad y la durabilidad estructural. Ante esta limitación, surge la necesidad de emplear herramientas avanzadas de análisis no lineal, como los modelos de

elementos finitos y los diagramas momento-curvatura, que permitan estimar con mayor exactitud la capacidad de carga y el desempeño estructural, por lo cual se formula los siguientes problemas.

Problema general

- ¿En qué medida un análisis comparativo del comportamiento no lineal de vigas de concreto armado permitirá comprobar la variación de resultados usando diagrama momento curvatura y método de elementos finitos en Abancay-Apurímac 2024?

Problemas específicos

- ¿En qué medida un análisis comparativo del desplazamiento de vigas de concreto armado permitirá comprobar la variación de resultados usando el diagrama momento curvatura método de elementos finitos en Abancay-Apurímac 2024?
- ¿En qué medida un análisis comparativo de la resistencia de vigas de concreto armado permitirá comprobar la variación de resultados usando el diagrama momento curvatura y método de elementos finitos en Abancay-Apurímac 2024?
- ¿En qué medida un análisis comparativo de la ductilidad de vigas de concreto armado permitirá comprobar la variación de resultados usando el diagrama momento curvatura y método de elementos finitos en Abancay-Apurímac 2024?

2.2 Objetivos

2.2.1 Objetivo General

- Desarrollar un análisis comparativo del comportamiento no lineal de vigas de concreto armado para comparar la variación de resultados usando diagrama momento curvatura y método de elementos finitos en Abancay-Apurímac 2024.

2.2.2 **Objetivos Específicos.**

- Desarrollar un análisis comparativo del desplazamiento de vigas de concreto armado para comparar la variación de resultados usando diagrama momento curvatura y método de elementos finitos en Abancay-Apurímac 2024.
- Desarrollar un análisis comparativo de la resistencia de vigas de concreto armado para comparar la variación de resultados usando diagrama momento curvatura y método de elementos finitos en Abancay-Apurímac 2024.
- Desarrollar un análisis comparativo de la ductilidad de vigas de concreto armado para comparar la variación de resultados usando diagrama momento curvatura y método de elementos finitos en Abancay-Apurímac 2024.

2.3 **Justificación e importancia**

Justificación

A pesar de la existencia de estudios previos sobre el comportamiento no lineal de elementos estructurales, se observa una notable carencia de investigaciones en el contexto peruano que empleen tanto el método de diagrama momento curvatura como el método de elementos finitos específicamente para el análisis de vigas de concreto armado en edificaciones. En particular, no se han encontrado estudios locales enfocados en el análisis de vigas sometidas a cargas puntuales aplicadas en los tercios de su longitud y en su punto central, configuraciones que permiten obtener una comprensión detallada del comportamiento no lineal en condiciones representativas de la realidad estructural. Esta brecha teórica presenta una oportunidad de contribuir con conocimientos técnicos que se adapten a las condiciones sísmicas y estructurales propias de la región.

La Norma Técnica E.030 de Diseño Sismorresistente en Perú establece como prioridad garantizar la seguridad pública y minimizar los daños en caso de sismos. Este trabajo responde a dicho requerimiento normativo al profundizar en el comportamiento

estructural no lineal de elementos críticos en edificaciones, información esencial para el diseño seguro en zonas sísmicas. Mediante el uso de herramientas avanzadas, como el análisis de elementos finitos y el diagrama momento curvatura, esta investigación busca ofrecer una base sólida de conocimiento que contribuya a mejorar la precisión y la eficiencia en el diseño estructural a nivel nacional.

Importancia

La investigación es de gran importancia debido a la escasez de estudios específicos sobre el comportamiento no lineal de vigas de concreto armado en edificaciones en la provincia de Abancay, en particular aquellos que utilicen simulaciones avanzadas con métodos como el de elementos finitos. Esta carencia de datos limita actualmente el diseño estructural de edificaciones en la región, ya que no existen datos experimentales locales que permitan comprender el comportamiento del concreto armado bajo cargas que lleven al elemento a su falla estructural. Esta tesis busca llenar esta brecha, proporcionando un recurso técnico valioso para los ingenieros civiles de la zona y fomentando el desarrollo de estudios locales en análisis estructural avanzado.

Desde un punto de vista económico, el análisis detallado del comportamiento no lineal de las vigas mediante estos métodos contribuye a diseñar estructuras que reflejen mejor las condiciones de servicio reales. Este enfoque no solo eleva la seguridad estructural, sino que también mejora la durabilidad de las edificaciones, aportando al desarrollo de una infraestructura más resiliente en Abancay y en todo el país. Esto se traduce en proyectos de construcción más seguros y sostenibles, con un impacto positivo en el bienestar de la comunidad y en el desarrollo económico de la región.

2.4 Hipótesis

Hipótesis general

- El desarrollo de un análisis comparativo del comportamiento no lineal de vigas de concreto armado permitirá comparar la variación de resultados usando el diagrama momento curvatura y método de elementos finitos en Abancay-Apurímac 2024.

Hipótesis específicas

- El desarrollo de un análisis comparativo del desplazamiento de vigas de concreto armado permitirá comparar la variación de resultados usando diagrama momento curvatura y método de elementos finitos en Abancay-Apurímac 2024.
- El desarrollo de un análisis comparativo de la resistencia de vigas de concreto armado permitirá comparar la variación de resultados usando diagrama momento curvatura y método de elementos finitos en Abancay-Apurímac 2024.
- El desarrollo de un análisis comparativo de la ductilidad de vigas de concreto armado permitirá comparar la variación de resultados usando diagrama momento curvatura y método de elementos finitos en Abancay-Apurímac 2024.

2.5 Variables

Variable Independiente	Definición Conceptual	Definición Operacional	Dimensiones	Indicadores	Instrumento de medición	Escala de medición
Diagrama momento curvatura	Relación entre el momento flector aplicado y la curvatura desarrollada en una sección transversal bajo carga.	Representa una técnica gráfica para analizar el momento comportamiento no lineal de vigas de concreto armado	Relación – momento curvatura	Capacidad de momento	Hoja de cálculo en Mathcad	(kN-m, 1/m)
Método de elementos finitos	Representación discreta de la geometría estructural para simulación numérica (Park y Paulay, 1968).	Análisis computacional de elementos finitos realizado en ABAQUS para predecir el comportamiento estructural (Ottazino Pasino, 2016)	Modelado	Geometría Tipos de elementos Restricciones Cargas aplicadas	Modelado computacional	(kN-m, 1/m)
Variable Dependiente	Definición Conceptual	Definición Operacional	Dimensiones	Indicadores	Instrumento de medición	Escala de medición
Comportamiento no lineal	Características estructurales y mecánicas que describen la respuesta de una viga de concreto armado bajo diferentes niveles de carga, desde elástico hasta la falla. (Mehta & Monteiro, 2006).	Movimiento máximo de la estructura bajo carga antes de la falla (Mehta & Monteiro, 2006).	Desplazamiento Resistencia Ductilidad	Deflexión máxima Rigidez Índice de ductilidad	Curva carga – desplazamiento	(mm) (kN-m) (Adimensional)

III Marco Teórico

3.1 Antecedentes

Hamdi Serdar et al. (2024) desarrolló un modelo en elementos finitos no lineal que pueda representar el comportamiento de vigas utilizando concreto armado con fibras de acero cuando están sometidas a cargas de impacto. Para cual en base al problema escogió una investigación experimental para poder realizar su modelo y validarlo, utilizó el conjunto de herramientas del programa ABAQUS que simulan el comportamiento del modelo de elementos finitos. Su muestra fue de dos vigas de concreto armado con adición de fibras de acero, de una sección transversal de 125x250 mm con una longitud de 2 m con adición de fibras de acero de 0.5% y 1% , la carga de impacto aplicada a la viga fue de un cabezal de 200 kg desde una altura de 1.75 m. De los resultados obtenidos exponieron que el modelo de elementos finitos podía capturar con gran exactitud los resultados experimentales de las vigas con adición de fibras de acero, la curva desplazamiento versus tiempo llegaron a un desplazamiento por el método de elementos finitos 24.48 mm y el experimental fue de 23.84 mm. Llegando a la conclusión general que resultados numéricos son consistentes con los resultados experimentales para simular la respuesta no lineal de las vigas.

Senguttuvan et al. (2024) simuló un modelo numérico para evaluar la respuesta compleja del comportamiento del concreto reforzado con fibra de vidrio cuando están sometidas a compresión excéntrica para conocer la curva esfuerzo – deformación del material, para lo cual utilizaron las herramientas del programa ABAQUS. Su muestra fue de tres probetas de concreto reforzadas con CFRP los cuales fueron validadas por dos investigaciones experimentales realizados por otros investigadores. De los resultados de la simulación numérica de las muestras de concreto reforzado con CFRP el comportamiento con un esfuerzo máximo de 32 MPa a una deformación unitaria 0.002 y un esfuerzo último 40 MPa y una deformación unitaria última de 0.025, llegando a la conclusión de que el

modelo numérico representa de manera consistente la curva esfuerzo - deformación del concreto reforzado con fibras CFRP.

Amarah y Nasiriya (2020) determinó el comportamiento no lineal a flexión de vigas de concreto armado reforzadas con CFRP usando el método de elementos finitos, para lo cual utilizó el programa ABAQUS, en el cual se centra en la curva carga desplazamiento, el patrón de grietas, deformación del concreto y los modos de fallas de las vigas. Por el cual su muestra fue de 12 vigas con la siguiente dimensión de sección transversal 170x120 mm y una luz de 1000 mm y la distribución del acero fue de 2 varillas de 6.5 mm tanto para el refuerzo positivo y negativo, el cual está sometida a cargas puntuales a los tercios de la viga, en las cuales tiene como patrón de comparación tiene 3 vigas sin refuerzo de CFRP y los demás sí, en base a los ensayos experimentales valida sus modelos numéricos elaborados mediante el método de elementos finitos logrando los siguientes resultados: con respecto a las cargas para las 3 vigas sin reforzamiento de CFRP tuvo una capacidad de 47.84 kN y mientras por el método de elementos finitos se obtuvo una capacidad de 48 kN, con respecto a los modos de falla se asemejan bastante al ensayo experimental, y de igual manera al desarrollo de las grietas.

Sanabria (2017) planteó la gran importancia de analizar individualmente el desempeño de cada elemento estructural que forma parte de la estructura, lo cual conduce a hallar la ductilidad por curvatura, la capacidad de absorción de momentos y los tipos de falla de los elementos estructurales. En este contexto, el diagrama momento curvatura proporciona información importante y necesaria. Su objetivo general es hacer un manual para desarrollar el diagrama momento curvatura para dimensiones geométricas rectangulares y circulares de concreto armado. A partir de la elaboración del diagrama momento curvatura de secciones rectangulares y circulares, llegó a las siguientes conclusiones: a) el grado de confinamiento del concreto en la sección influye en la ductilidad, la deformación del acero de refuerzo estará en fluencia hasta el punto en que el

concreto alcance su deformación unitaria máxima; b) cuando un elemento de concreto armado tenga baja ductilidad, para solucionar este problema existen dos caminos: aumentar el confinamiento o aumentar la cuantía de acero a tracción y compresión de manera proporcionada, alejándonos así de una falla por compresión o frágil.

Romero y Huerta (2020) estimó los desplazamientos y fuerzas usando elementos finitos en ABAQUS y validarlo con ensayos de laboratorio. Para lo cual realizaron una simulación sísmica de una vivienda de adobe reforzada con sogas. La población fue una vivienda de adobe, los cuales se diseñaron las vigas de acuerdo a la norma, realizaron el modelo computacional de la vivienda en el software ABAQUS de elementos finitos utilizando modelos de daño y plasticidad. Obtuvo como resultado un desplazamiento máximo de 67.7 mm a los 8.6 segundos en el ensayo y de 82.2 mm a los 8.6 segundos en el modelo computacional. En el otro punto de medición tuvo un desplazamiento máximo de 80.7 mm a los 8.6 segundos en el ensayo y de 96.1 mm a los 8.6 segundos en el modelo computacional, ambos desplazamientos máximos ocurren a los 8.6 segundos, con respecto a las fuerzas de 64.7 N a los 8.9 segundos en el ensayo y de 46.9 N a los 13.1 segundos en el modelo computacional. Concluye que el modelo de elementos finitos cumplió con el objetivo de la investigación, los desplazamientos son similares logran representar el comportamiento no lineal dinámico de la estructura y los patrones de agrietamiento son similares a los que se obtuvieron en el ensayo experimental.

Alcívar et al. (2021) realizó un ensayo experimental del comportamiento a flexión de vigas de concreto armado elaborando de manera experimental el diagrama momento curvatura, el cual en su investigación propone una sección de viga rectangular, por lo cual optaron con las siguientes dimensiones 25 mm de base y 40 mm de altura con una longitud 3900 mm, áreas de acero a compresión de 3 varillas de 14 mm de diámetro (615.75 mm^2) y en el acero a tracción de 4 varillas de 14 mm de diámetro (461.81 mm^2) y para el acero transversal usaron estribos de 10 mm de diámetro espaciados cada 100 mm a lo largo de

toda la viga, la resistencia del concreto f'_c fue de 34.5 MPa, teniendo como resultados los siguientes, primero con respecto a los desplazamientos en el ensayo experimental la carga última fue de 136.36 kN con 89.6 mm de desplazamiento. Con respecto, al diagrama momento curvatura, se presenta una momento fisuración de 28.91 kN-m, 102.35 kN-m en cedencia y de 105 kN-m en el estado último.

Muñoz et al. (2021) determinó las desplazamientos reales de vigas de concreto armado y relacionar las desplazamientos teoricas, utilizando la relación esfuerzo – deformacion realizadas por Mander et al.(1988) para concreto confinado y no confinado. Menciona que la construcción de vigas de concreto no es un elemento completamente homogéneo, linealmente elástico, porque para la elaboración del concreto, intervienen diferentes factores como agregados, agua, tipo de cemento, operador a cargo de la mezcla, etc en la construcción de la vigueta. Por tal motivo nace la pregunta sobre la variación del desplazamiento con base a calculos teoricos. Para lo cual realizaron la elaboración de 30 viguetas de con concreto simple y 30 con concreto armado, los cuales fueron ensayados realizando la medición de desplazamiento en cada una y comparandola con calculos teoricos. Para los calculos teoricos de desplazamiento usaron el diagrama momento curvatura. Llegando a los siguientes resultados de desplazamientos experimentales de fisuración de 3.680 mm a una carga de 6829 kg, cedencia de 10.320 mm a un carga de 8354 kg, ultima de 15.460 mm a una carga de 9359 kg. Mientras que los desplazamientos calculados teoricamente fueron de fisuración de 4.2158 mm, cedencia de 11.3128 mm, ultima de 13.2863 mm. Concluyendo que los calculos teoricos de desplazamiento reflejan de manera mas conservadora el comportamiento real de la viga , mencionan que esto se debe a la longitud de la viga y al comportamiento no lineal del concreto armado

Villalba y Pumacahua (2024) determinó la relación del diagrama momento curvatura en secciones de concreto armado sometidos a flexión incorporando fibras de acero de 0% a 1% para vigas a flexión. Para lo cual la investigación aplico la metodología cuantitativa y

el nivel de investigación descriptiva experimental. La población y muestra consta de 96 briquetas, 06 vigas simplemente armadas, 06 vigas doblemente armadas todas con distintos porcentajes de adición de fibras de acero, los cuales realizaron los ensayos de compresión y tracción indirecta del concreto, también realizaron los ensayos a flexión en vigas. Obtuvieron para: Concreto simplemente reforzado sin adición de fibras de acero de 0% obtienen mediante el diagrama momento curvatura de 9.18 de ductilidad y con el ensayo experimental de 10.68 de ductilidad. Con el concreto doblemente reforzado sin adición de fibras de acero obtuvieron mediante el cálculo del diagrama momento curvatura de 19.04 de ductilidad y con el ensayo experimental obtuvieron un 25.82.

En la investigación de Apaza y Monterroso (2017) comparó la resistencia a la fuerza cortante con separación de estribos según norma técnica peruana y con separación empírica de estribos. Para lo cual la investigación aplicó la metodología cuantitativa y el diseño de investigación experimental. La población fueron vigas de concreto armado estructurales, las cuales se diseñaron las vigas de acuerdo a la norma y las que se utilizan empíricamente, la muestra fueron 6 vigas de concreto armado de 100 cm de longitud con separación de estribos distintas, realizaron los ensayos a flexión en vigas. Obtuvieron mediante el cálculo de diagrama momento curvatura como resultado que la ductilidad en las vigas que tienen separación de estribos menor tienen más capacidad de deformación por ende mayor ductilidad, esta separación de estribos permite que el elemento desarrolle agrietamiento, pero este se reduce cuando se aumenta el porcentaje de separación de estribos. Para las resistencias a las cargas aplicadas utilizó fórmulas matemáticas y diagramas momento curvatura, pero llegó a la conclusión de que cuando el estado de fisuración de la viga está avanzado, las fórmulas matemáticas dejan de ser operativas por un contundente pérdida de rigidez del elemento, también a partir de la carga o momento de fluencia existe diferencias con las deflexiones teóricas de la viga, por lo que no compara las deflexiones tanto experimentales y teóricas.

Carbajal (2019) analizó el comportamiento estructural en flexión, utilizando varillas de acero y varillas de vidrio, en su investigación menciona que es de un enfoque cuantitativo. Y de diseño no experimental, la población fue una investigación de Almerich (2010) en el que trata de definir un método de diseño y cálculo de elementos de concreto armado utilizando vigas acero, por lo cual en base a los resultados de Almerich (2010) el análisis 3 vigas; viga N°1 usando varillas de acero, viga N°2 utiliza varillas GFRP y viga N°3 utiliza acero- GFRP. En los que desarrollo comparaciones analíticas a cada viga que tiene diferentes características, en primer lugar determino el diagrama momento curvatura y desplazamientos de las vigas de diferentes características de composición, para luego comparar sus resultados. En el que llego a las siguientes conclusiones, referente a las ductilidades en vigas reforzadas con acero tiene ductilidad de 6.125. En referencia a los desplazamientos, de igual de manera compara resultados de las 3 vigas ensayadas, del cual obtiene las siguientes afirmaciones que para las vigas N°2 y N°3 con referencia a la viga N°1, los desplazamientos originados por una misma carga, obtuvieron un aumento de 300%.

Peceros y Córdova (2022) desarrolló un macro – modelado de un muro de albañilería calibrándolo con ensayos experimentales, para poder obtener resultados cerca a la realidad se tuvieron que definir las propiedades de todos los materiales que intervienen en la elaboración de un muro de albañilería, así como las leyes constitutivas de cada material. Para luego modelar en el software ABAQUS, en el software se tuvieron que introducir las propiedades de todos los materiales, para la elaboración de muros de albañilería confinada, teniendo el modelo matemático se calibró las propiedades de los materiales y las condiciones a las que estaba sometida, y poder obtener resultados de acuerdo a la realidad. También le realizaron un análisis estático no lineal (Pushover), para comparar los patrones de fisuras y la curva capacidad del muro de albañilería. Para concluir su investigación descubrieron que con un módulo de elasticidad al 65% del albañilería obtiene un comportamiento en el rango lineal muy parecido, con respecto a la resistencia

a tracción se iteró hasta llegar con un valor de 1.05 MPa, ya que este valor gobierna en el rango no lineal de la curva de capacidad del muro de albañilería confinada, con estos resultados pudieron obtener resultados similares a la realidad.

Villena (2019) planteó como objetivo general el analizar la relación de ductilidades con diferentes cuantías de acero a tracción en secciones de concreto no confinadas, mediante gráficas de momento curvatura buscó obtener los valores de las ductilidades correspondientes a la cuantía de acero a tracción, por tal motivo optó usar cuantías de acero a tracción en base a la condición de falla balanceada para cada viga. Además propuso la variación de la resistencia a compresión, para poder ver que mientras aumenta la resistencia a la compresión, la ductilidad de la viga se incrementa, pero estas cuantías de acero a tracción no están sujetas a la condición de falla balanceada. Con respecto a cuantías de acero a tracción que están sujetas a la condición de falla balanceada, determinó que mientras aumenta la resistencia a compresión, la ductilidad o los valores de la ductilidad de la viga son los mismos. También tuvo como conclusión que el incremento de resistencia a compresión, no mejora el desempeño de una viga, porque esta condición no se efectúa en todos los casos.

Luis (2023) evaluó el desarrollo del diagrama momento curvatura, para condiciones no lineales de los materiales en vigas de concreto armado, su nivel de investigación es descriptivo, por tal motivo en su investigación plantea utilizar el diagrama momento curvatura como diseño alternativo, considerando el comportamiento no lineal del concreto y el acero de refuerzo. La investigación consta de 3 partes, la primera es desarrollar el análisis del diagrama momento curvatura en el rango lineal considerando lineales el concreto y el acero, la segunda parte desarrolla el análisis del diagrama momento curvatura considerando modelos constitutivos no lineales para los materiales, por último hace una comparación de la primera y segunda parte de la investigación considerando diferentes modelos constitutivos, lo que llevó a los siguientes resultados, primero que la máxima

capacidad a flexión usando los diagramas momento curvatura en el rango lineal son mas conservadores que el diagrama momento curvatura no lineal. Tambien obtuvo el momento de plastificación para el acero de refuerzo es de 24.30% para el rango lineal y en el rango no lineal 22.40% mayores que el momento calculado en el diagrama momento – curvatura no lineal, utilizando modelos constitutivos de Hognestad y Mander. Concluye con respecto a la ductilidad en el rango no lineal que es 3% y 32% mas conservadores con respecto al diagrama momento curvatura no lineal considerando modelos constitutivos de Hognestad y Mander respectivamente.

Burga (2022) evaluó un tipo de muro de piedra por el método de elementos finitos y definió que es posible modelar este tipo de estructuras, como un punto de partida para investigaciones futuras. En primer lugar reviso bibliografía de trabajos de investigación y ensayos experimentales en el Perú con relación a este tipo de estructuras, ademas de información de definiciones principales vinculadas al modelamiento numerico por el método de elementos finitos, profundizo conceptos relacionados al software ABAQUS para su calibración del modelo teorico de la estructura con ensayos experimentales hechos en muros de piedra. Concluyo con los siguientes resultados con respecto a desplazamientos de 1.1 cm mediante ABAQUS Y 0.9 cm en el ensayo experimental, estos producidos a una inclinación del muro 15° , con respecto a las fuerzas 37.47 kgf del ensayo experimental y 367.45 N por el método de elementos finitos.

3.2 Bases teóricas

3.2.1 Concreto

3.2.1.1 Comportamiento Mecánico Del Concreto

Resistencia a la Compresión

Harmsen (2017) define este parámetro es obtenido a través del ensayo de un cilindro estándar de 6" (15 cm) de diámetro y 12" (30 cm) de altura. El espécimen debe permanecer en el molde veinticuatro horas después del vaciado y posteriormente debe ser curado bajo agua hasta el momento del ensayo. El procedimiento estándar requiere que la probeta tenga veintiocho días de vida para ser ensayada, sin embargo, este período puede alterarse si se especifica. Durante la prueba, el cilindro es cargado a un ritmo uniforme de 2.45 kg/cm²/s. La resistencia de compresión se determina mediante el promedio de dos probetas tomadas de la misma muestra probadas a los veintiocho días.

Park R. y Paulay T (1968) indica que se utilizan cilindros o cubos de tamaños mas pequeños, en especial para el control de producción y la resistencia a la compresión a estas unidades es mas alta. Pero con los factores apropiados de conversión obtenidos de pruebas, se pueden convertir los resultados a valores de resistencia de cilindro estandar equivalente.

Resistencia a la tracción

Ottazino Pasino (2016) define la resistencia en tracción directa o en tracción por flexión del concreto, es una magnitud muy variable. La resistencia a la tracción directa del concreto varía entre el 8% y el 15% de la resistencia en compresión. La resistencia no varía proporcionalmente con la resistencia en compresión. La resistencia a la tracción del concreto es importante ya que la resistencia al corte del concreto, la adherencia entre el concreto y el acero y la fisuración por retracción y temperatura, dependen mucho de esta.

Harmsen (2017) define a la resistencia del concreto a la tracción es mucho menor que su resistencia a la compresión constituyendo aproximadamente entre un 8% a 15% de esta. Para la determinación de este parámetro no se suele usar ensayos directos debido a las dificultades que se presentan sobre todo por los efectos secundarios que generan los dispositivos de carga. Para estimarlo existen dos métodos indirectos. El primero se llama prueba brasileña o split-test y el segundo método consiste en evaluar la resistencia a la tracción a través de pruebas de flexión.

Módulo de elasticidad

Según Harmsen (2017) define como un parámetro que cuantifica el cambio de esfuerzo cuando la curva esfuerzo – deformación del concreto está en el rango elástico. También que este módulo es una medida representativa de la rigidez del material, habitualmente se determina como la pendiente de la curva esfuerzo – deformación del concreto, es una recta entre el origen y un punto del esfuerzo a $0.45f_c$. Según investigaciones el módulo de elasticidad es:

$$E_c = 15100 * \sqrt{f'_c} \quad (1)$$

Módulo de poisson

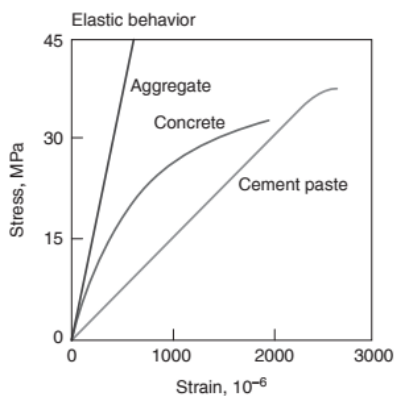
Harmsen (2017) define a este valor para el concreto oscila entre 0.15 a 0.20. Al ensayar una probeta de concreto a compresión axial se originan disminuciones longitudinales y ensanchamiento transversal, estas deformaciones son muy pequeñas y de estas relaciones de deformaciones longitudinales y transversales se le llama módulo de poisson.

Mecánica de la fractura del concreto a compresión

Según Wight y MacGregor (2012) indica que el concreto es una mezcla de la pasta de cemento y el agregado los que tienen cada uno sus respectivas relaciones esfuerzo – deformación lineal y frágil en compresión. Los materiales frágiles desarrollan fallas o fracturas por tracción perpendiculares a la dirección de mayor deformación por tracción. A pesar de que el hormigón está compuesto por materiales elásticos y frágiles la curva esfuerzo – deformación no es lineal y esto se explica por el progresivo desarrollo de microfisuras en el interior del concreto. Estas microfisuras internas tienen 1/8 y 1/2 pulgada de longitud, estas microfisuras se originan en la interfaz entre el agregado y la pasta de cemento y se les denomina grietas de adherencia.

Figura 1

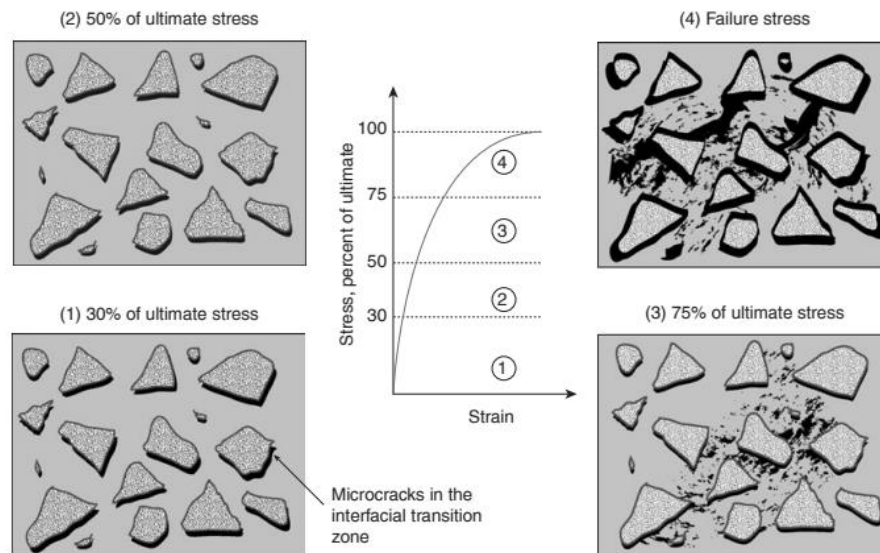
Curvas esfuerzo - deformación del agregado, pasta de cemento y el concreto



Nota. Adaptado de Microstructure, Properties and Materials (p.88), por P.Kumar Mehta & Paulo J.M. Monteiro, 2006, McGraw-Hill editorial.

Figura 2

Diagrama de representación del esfuerzo - deformación del concreto sometido a carga uniaxial



Nota. Adaptado de Microstructure, Properties and Materials (p.88), por P.Kumar Mehta & Paulo J.M. Monteiro, 2006, McGraw-Hill editorial.

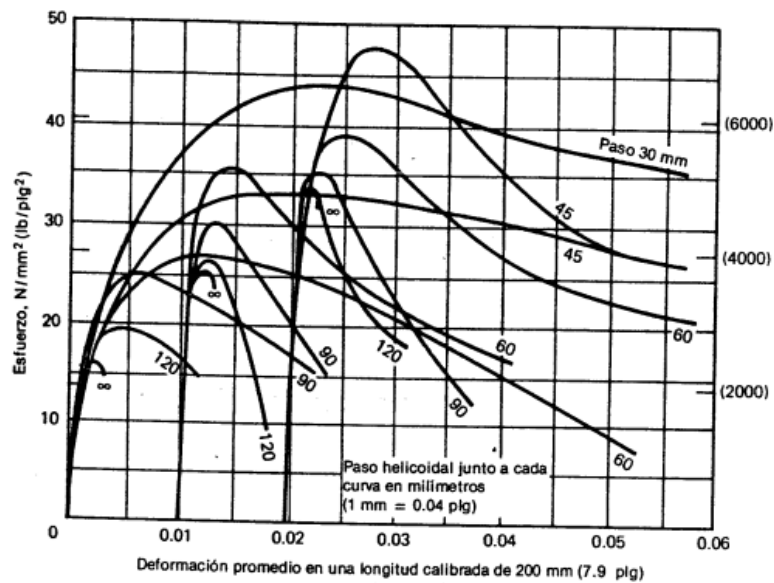
Efecto del confinamiento

Según Park R. y Paulay T (1968) indica que se consigue confinar al concreto mediante el refuerzo transversal en elementos estructurales este confinamiento puedes ser en forma de hélices o aros de acero que están espaciados a una corta distancia. Cuando el elemento está sometido a esfuerzos aproximados a la resistencia uniaxial, las deformaciones en el concreto se elevan por el agrietamiento interno y el concreto se apoya sobre el acero transversal, en el que proporciona un confinamiento al concreto. Según investigaciones del uso de confinamiento en elementos estructurales han demostrado que el confinamiento mejora las deformaciones del concreto a esfuerzos considerables. En la siguiente figura 3 muestra curvas esfuerzo – deformación de 3 conjuntos de ensayos realizados con concretos confinados con hélices hechos por Iyengar y otros. El

experimento ha evidenciado que el uso de hélices como confinamiento estructural tienen mayor eficiencia que el uso de aros rectangulares y cuadrados.

Figura 3

Curvas esfuerzo - deformación de 3 conjuntos de probetas de concreto confinado

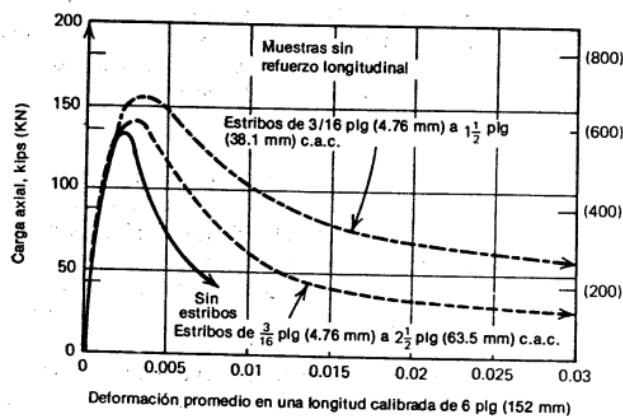


Nota. Adaptado de *Estructuras de concreto reforzado*, por R. Park y T. Paulay, 1988, Limusa editorial.

En la figura 4 tenemos curvas carga deformación para prismas de concreto, que probaron Bertero y Felippa, que contenían distintas cantidades de estribos cuadrados. El efecto de la distinta cuantía de acero transversal en la ductilidad es bastante apreciable, aunque el efecto en la resistencia es mucho menor.

Figura 4

Curva carga axial - deformación para prismas cuadrados

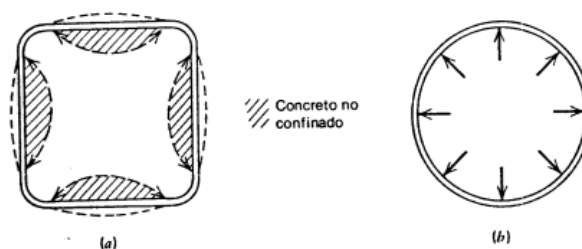


Nota. Adaptado de Estructuras de concreto reforzado, por R. Park y T. Paulay, 1988, Limusa editorial.

Park R. y Paulay T (1968) menciona que la causa de la considerable diferencia entre el confinamiento por hélices de acero y el confinamiento por los aros rectangulares o cuadrados de acero está ilustrada en la figura 5. Debido a su forma, las hélices están en tensión axial de aro y proporcionan una presión continua de confinamiento alrededor de la circunferencia, que a grandes deformaciones transversales se aproxima al confinamiento de un fluido. Sin embargo, como regla, los aros cuadrados sólo pueden aplicar reacciones de confinamiento cerca de las esquinas de los aros, debido a que la presión del concreto contra los lados de los aros tiende a flexionar los lados hacia afuera, como en la figura 5. En consecuencia, una porción considerable de la sección transversal del concreto puede no estar confinada. Debido al arqueado interno entre las esquinas, el concreto está confinado efectivamente sólo en las esquinas y en la región central de la sección. Sin embargo, el acero cuadrado de confinamiento sí produce un aumento significativo en la ductilidad y muchos investigadores han observado cierto aumento en la resistencia.

Figura 5

Confinamiento por hélices y aros rectangulares



Nota. Adaptado de Estructuras de concreto reforzado, por R. Park y T. Paulay, 1988, Limusa editorial.

3.2.1.2 Comportamiento del concreto a compresión

Modelos esfuerzo – deformación para el concreto

Ottazino Pasino (2016) indica que existen varias propuestas o modelos para describir analíticamente la curva esfuerzo – deformación del concreto a compresión, pero el problema para definir la curva es que intervienen distintas variables, por ejemplo el confinamiento, el tipo de refuerzo de acero transversal. Pero gracias a las normativas nos permiten simplificaciones en el modelo de comportamiento que se utiliza para el diseño de elementos de concreto armado, el ACI considera utilizar el bloque de compresiones rectangular, sin embargo cuando es necesario investigar con mayor precisión y la ductilidad del elemento de concreto armado, se nos hace necesario usar algún modelo de comportamiento, ya sea confinado o no confinado.

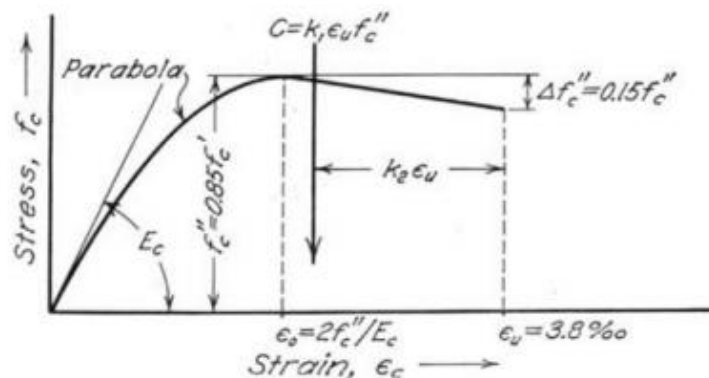
Modelo Hognestad

Según Hognestad (1951) propuso en base a teorías y suposiciones del pasado demostro al analizar el enfoque del autor Stussi (1932) sobre el comportamiento de elementos a flexión y carga axial. La relación esfuerzo-deformación gracias a pruebas del concreto sometidas a compresión concéntrica, han desarrollado expresiones matemáticas

para la relación esfuerzo-deformación, el cual también estas relaciones se aplicaron a flexión, ha observado que se desarrollan deformaciones importantes a flexión que en la de compresión, por tanto adopto la relación siguiente.

Figura 6

Diagrama esfuerzo - deformación de Hognestad



Nota. Adaptado de Estructuras de concreto reforzado, por R. Park y T. Paulay, 1988, Limusa editorial.

El esfuerzo máximo a flexión el cual es $0.85 \cdot f'_c$ lo obtuvo mediante el promedio de ensayos en columnas cargadas. La parte inicial de la curva esfuerzo-deformación tienen la siguiente ecuación:

$$f_c = f'_c * \left[2 * \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (2)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{2 * f'_c}{E_c} \quad (3)$$

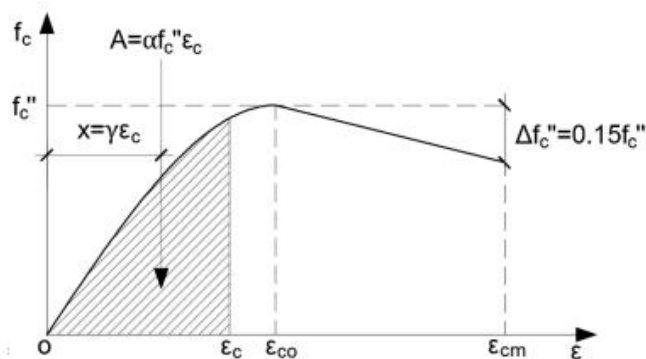
En base a ensayos al concreto cargados concéntricamente, la dispersión con respecto a la resistencia máxima de los elementos de concreto, el valor de la deformación máxima del concreto obtuvo el siguiente valor:

$$\varepsilon_u = 0.0038$$

(4)

Figura 7

Resumen del modelo de Hognestad



Nota. Adaptado de Estructuras de concreto reforzado, por R. Park y T. Paulay, 1988, Limusa editorial.

Ecuaciones:

$$f_c = 0.85 * f'_c \quad (5)$$

$$E_c = 126552.5243 + 460 * f'_c \quad (6)$$

$$\varepsilon_{co} = \frac{2 * f'_c}{E_c} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{cm} = 0.0038 \quad (8)$$

$$f_c = \left\{ \begin{array}{l} f'_c * \left[2 * \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \\ f'_c - 0.15 * f'_c * \frac{(\varepsilon - \varepsilon_0)}{(\varepsilon_{cm} - \varepsilon_0)} \end{array} \right\} \quad (9)$$

Nomenclatura:

f'_c : Esfuerzo del concreto no confinado

ϵ : Deformación del concreto

ϵ_{cm} : Deformación máxima del concreto no confinado

Modelo de Kent y Park

Park R. y Paulay T (1968) de acuerdo a ensayos experimentales realizados por investigadores Kent y Park, propusieron un modelo de curva de esfuerzo-deformación para concretos confinados por refuerzo transversal rectangular y también para concreto no confinado. Su propuesta involucra bastantes características de otras curvas propuestas por otros autores, la siguiente curva tiene la siguiente ecuación.

Región AB: $\epsilon_c \leq 0.002$

$$f_c = f'_c * \left[\frac{2 * \epsilon_c}{0.002} - \left(\frac{\epsilon_c}{0.002} \right)^2 \right] \quad (10)$$

Esta representado en la parte ascendente por una parábola de grado 2, considera que no hay aumento de resistencia por el confinamiento del refuerzo transversal. Supone el esfuerzo máximo es el f'_c del ensayo a compresión.

Donde:

Región BC: $0.002 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{20c}$

$$f_c = f'_c * [1 - Z * (\epsilon_c - 0.002)] \quad (11)$$

$$Z = \frac{0.5}{\epsilon_{50u} + \epsilon_{50h} - 0.002} \quad (12)$$

$$\epsilon_{50u} = \frac{3 + 0.002 * f'c}{f'c - 1000} \quad (13)$$

$$f\epsilon_{50h} = \frac{3}{4} * \rho_s * \sqrt{\frac{b''}{Sh}} \quad (14)$$

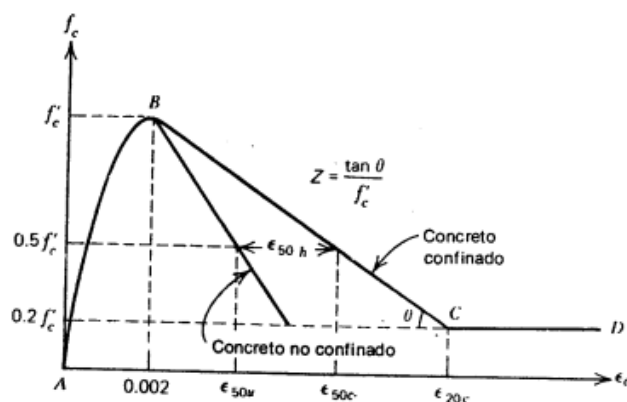
Región CD: $\epsilon_c \geq \epsilon_{20c}$

$$f_c = f'c * 0.2 \quad (15)$$

Lo que hace el refuerzo transversal en el elemento de concreto armado es que se genera una ductilidad adicional. Indica que el area de confinamiento solo llega hasta los ejes centrales del acero de refuerzo.

Figura 8

Curva esfuerzo deformación del concreto según Kent y Park



Nota. Adaptado de Estructuras de concreto reforzado, por R. Park y T. Paulay, 1988, Limusa editorial.

3.2.2 Acero

3.2.2.1 Propiedades mecánicas del acero de refuerzo

Propiedades Mecánicas del acero

Norma E.060 (2009) según la norma peruana indican que para diseños el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo f_y no debe sobrepasar los 5600 kg/cm^2 , con excepción de aceros preesforzados. Las normas técnicas peruanas y el ACI, para elementos que tienen responsabilidad sísmica, no permiten el uso del acero de refuerzo con esfuerzos de fluencia superior al Grado 60.

Coefficiente de dilatación térmica

Harmsen (2017) indica que esta propiedad mecánica del acero, es similar a la del concreto el cual es $11 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$, esto quiere decir que no se presentan tensiones internas entre el acero de refuerzo y el concreto debido al cambio de temperatura que pudieran tener en el transcurso de su vida útil, porque ambos materiales se dilatan y contraen de manera similar.

Maleabilidad

Harmsen (2017) indica que esta propiedad mecánica del acero de refuerzo, nos garantiza el poder doblar el acero de refuerzo en frío, sin que el acero se astille o pierda parte de él a la hora del doblado.

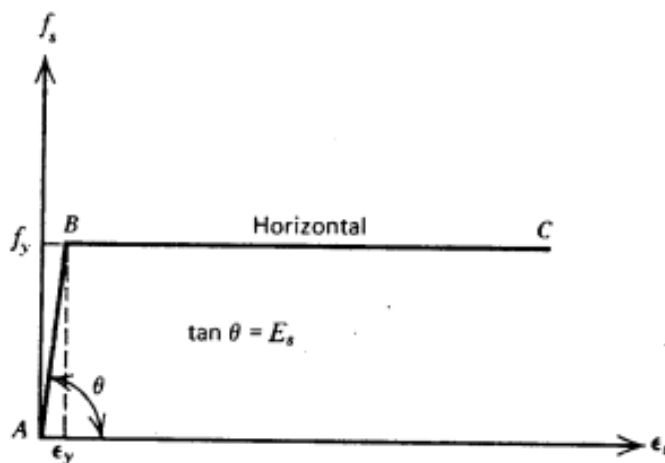
3.2.2.2 Modelos esfuerzo – deformación para el acero

Park R. y Paulay T (1968) indica que las curvas esfuerzo-deformación para el acero a compresión y tracción son similares, el cual ha sido demostrado mediante ensayos experimentales, y que también en la práctica del acero de refuerzo. De acuerdo a las

investigaciones la curva esfuerzo-deformación del acero se idealiza como dos líneas rectas como en la siguiente figura.

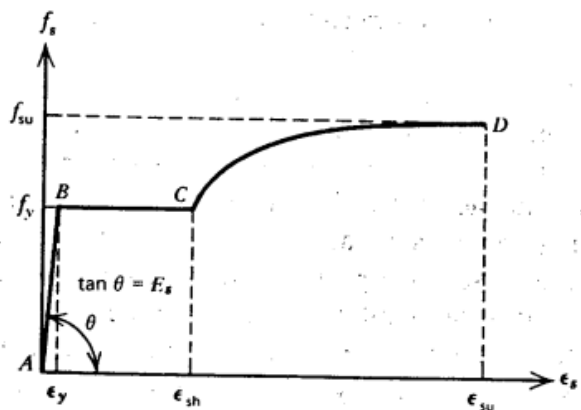
Figura 9

Aproximación elástica perfectamente plástica



Nota: El cual no toma en cuenta la ganancia de resistencia debido al endurecimiento por deformación, y esta curva utiliza la normas extranjeras para el acero.

Park R. y Paulay T (1968) en el mundo ocurren sismos, terremotos y otros casos que nos puede hacer necesario considerar el esfuerzo del acero a deformaciones después de la fluencia o hasta la rotura, esto especialmente para el diseño sísmico de edificaciones importantes, para conocer la curva teórica real de la curva esfuerzo-deformación se debe tener en cuenta las deformaciones en la fluencia, en el endurecimiento y la ruptura. Estos puntos característicos nos dan una idea de como es la curva teórica y experimental esfuerzo-deformación del acero de refuerzo.

Figura 10*Curva completa del acero*

Nota. Adaptado de Estructuras de concreto reforzado, por R. Park y T. Paulay, 1988, Limusa editorial.

3.2.3 Momento – curvatura

Se deriva de la relación entre el momento flector en una sección de viga de concreto armado y la curvatura resultante. Asociadas con un rango de momentos para una sección transversal basado en los principios de tensión compatibilidad y equilibrio de fuerzas. Los diagramas $M-\phi$ se utilizan para representar inelasticidad del material ya sea en concentrado bisagras de plástico de longitud cero o distribuidas en zonas plásticas. Ottazino Pasino (2016) nos indica que en las estructuras de concreto armado, es importante que los elementos se comporten de manera dúctil frente a sollicitaciones sísmicas, es por eso que el diagrama momento curvatura es función de las relaciones esfuerzo-deformación del concreto y el acero de refuerzo que lo componen (Fargier y Suárez, 2013).

3.2.3.1 Curvatura

Ottazino Pasino (2016) define a la curvatura como la rotación por unidad de longitud en ubicaciones específicas en el eje que se produce cuando están sometidas a flexión. Es decir, la curvatura de cualquier sección sometida a flexión varía a lo largo del eje, el cual es debido al cambio de profundidad del eje neutro, también a la variación de la cuantía de acero de refuerzo en tracción y compresión.

3.2.3.2 Ductilidad de secciones de viga de concreto

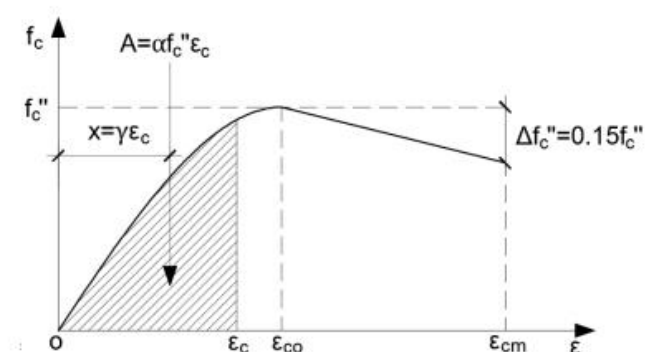
Según Ottazino Pasino (2016) esta capacidad de la estructura o de sus componentes, o de los materiales utilizados, para ofrecer resistencia en el dominio de respuesta inelástico, se describe por el término general ductilidad. Incluye la capacidad de soportar grandes deformaciones y la capacidad de absorber energía. La ductilidad es la propiedad estructural en la que se debe confiar en la mayoría de los edificios si se desea lograr un comportamiento satisfactorio en condiciones de control de daños y en estados límite.

3.2.3.3 Construcción de diagramas momento curvatura aproximados

Según Park R. y Paulay T (1968) se puede deducir curvas teóricas de momento curvatura para elementos de concreto armado con flexión y carga axial, basándose en suposiciones de equilibrio, compatibilidad de deformaciones y leyes constitutivas. Las curvaturas asociadas a los momentos flexiones y cargas axiales se determinan utilizando la compatibilidad de deformaciones y el equilibrio de fuerzas.

Figura 11

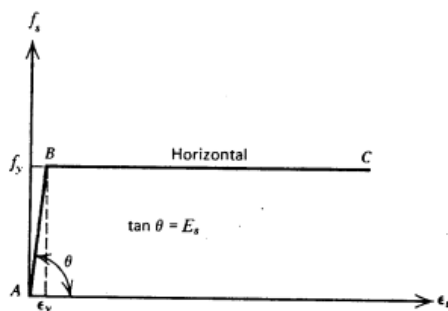
Curva esfuerzo - deformación del concreto según Hognestad



Nota. Adaptado de Estructuras de concreto reforzado, por R. Park y T. Paulay, 1988, Limusa editorial.

Figura 12

Curva esfuerzo – deformaciones elásticas perfectamente plástica



Nota. Adaptado de Estructuras de concreto reforzado, por R. Park y T. Paulay, 1988, Limusa editorial.

En las figuras N°11 Y 12 muestran curvas esfuerzo – deformación del concreto y el acero típicas. Para determinada deformación de una sección de concreto en la fibra extrema a compresión ϵ_{cm} y a una profundidad (kd) del eje neutro, se consigue las deformaciones del acero ϵ_{s1} , ϵ_{s2} , ϵ_{s3} ... ϵ_{si} por semejanza de triángulos del diagrama de deformaciones. Por ejemplo, para cierta deformación del acero ϵ_{si} a una profundidad d_i .

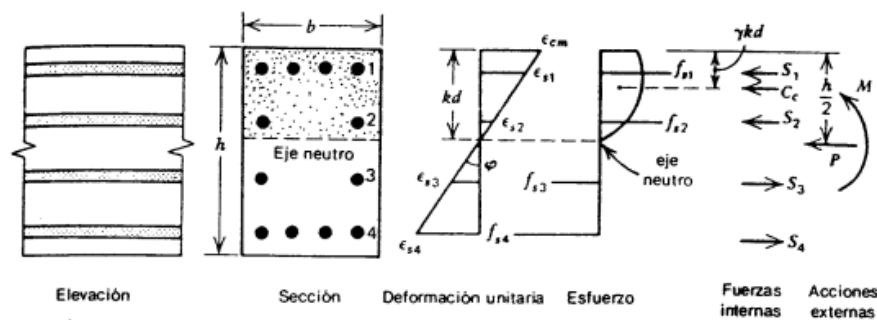
$$\epsilon_{si} = \epsilon_{cm} * \frac{kd - di}{kd} \quad (16)$$

Ahora que tenemos las deformaciones en el acero podemos hallar los esfuerzos f_{s1} , f_{s2} , f_{s3} , f_{si} concerniente a las deformaciones ϵ_{s1} , ϵ_{s2} , ϵ_{s3} ϵ_{si} , en función a la curva esfuerzo deformación definida para el acero, seguidamente se encuentran las fuerzas en el acero S_1 , S_2 , S_3 , S_i , con la siguiente ecuación:

$$S_i = f_{si} * A_{si} \quad (17)$$

Figura 13

Determinación teórica de momento - curvatura



Nota. Adaptado de Estructuras de concreto reforzado, por R. Park y T. Paulay, 1988, Limusa editorial.

Ya con las fuerzas en el acero por equilibrio se puede encontrar la distribución de esfuerzo del concreto a compresión, también de acuerdo a la curva esfuerzo – deformación del concreto utilizada, para cualquier deformación ϵ_{cm} en la fibra más alejada a compresión, se puede definir la fuerza a compresión C_c y la posición en los siguientes términos α y γ :

$$C_c = \alpha f' c b k d$$

(18)

El factor $\gamma k d$ actúa a una distancia de la fibra extrema a compresión. Y el factor α se halla del esfuerzo medio y γ del centroide para todos los valores de deformación ϵ_{cm} de la fibra más alejada a compresión de la sección de concreto armado en relación con la curva esfuerzo – deformación de la siguiente manera:

$$\alpha = \frac{\int_0^{\epsilon_{cm}} f' c d \epsilon}{f' c \cdot \epsilon_{cm}}$$

(19)

$$\gamma = \frac{\int_0^{\epsilon_{cm}} f' c \cdot \epsilon \cdot d \epsilon}{\epsilon_{cm} \cdot \int_0^{\epsilon_{cm}} f' c \cdot d \epsilon}$$

(20)

Por ende, se puede escribir los esfuerzos del concreto en función de deformaciones ϵ_c (conocemos la curva esfuerzo – deformación) y con las ecuaciones 18 y 19 se determina la fuerza del concreto en su línea de acción. Se escribe las siguientes ecuaciones a partir de equilibrio de fuerzas:

$$P = \alpha \cdot f' c \cdot b \cdot k \cdot d + \sum_{i=1}^n f s i \cdot A s i$$

(21)

$$M = \alpha \cdot f' c \cdot b \cdot k \cdot d \left(\frac{h}{2} - \gamma \cdot k \cdot d \right) + \sum_{i=1}^n f s i \cdot A s i \left(\frac{h}{2} - d i \right)$$

(22)

Y la curvatura está definida con la siguiente ecuación:

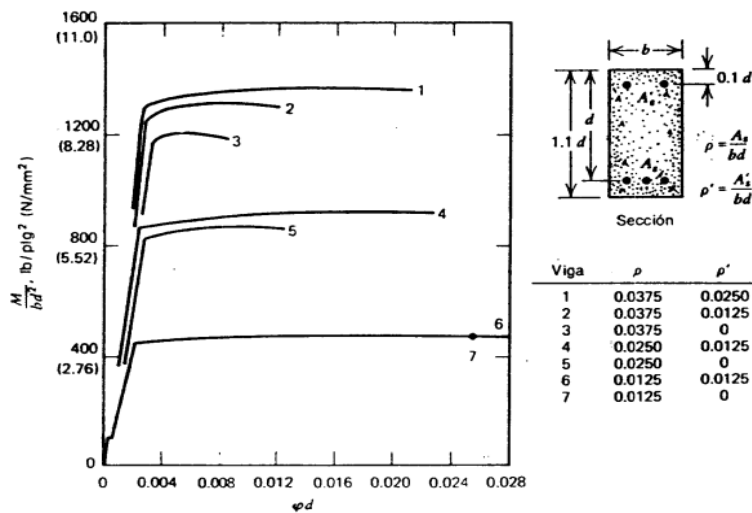
$$\varphi = \frac{\varepsilon_{cm}}{k.d}$$

(23)

Park R. y Paulay T (1968) indica que se puede obtener la curva teórica de la curva momento curvatura para cualquier carga axial, igualmente elevando las deformaciones ε_{cm} en la fibra más alejada a compresión y para cada deformación se encuentra la profundidad del eje neutro $k d$ que cumple el equilibrio de fuerzas. En el caso de elementos sometidos solo a flexión como el caso de vigas tienen una carga axial $P = 0$, el desarrollo para el cálculo de las deformaciones ε_{cm} y poder graficar el curva momento – curvatura, estos cálculos son extensos y se realizan programando en un computador. En la figura N° 14 se muestra curvas momento curvatura de vigas rectangulares calculadas mediante el método recién descrito.

Figura 14

Relaciones teóricas de momento – curvatura



Nota. Adaptado de *Estructuras de concreto reforzado*, por R. Park y T. Paulay, 1988,

Limusa editorial.

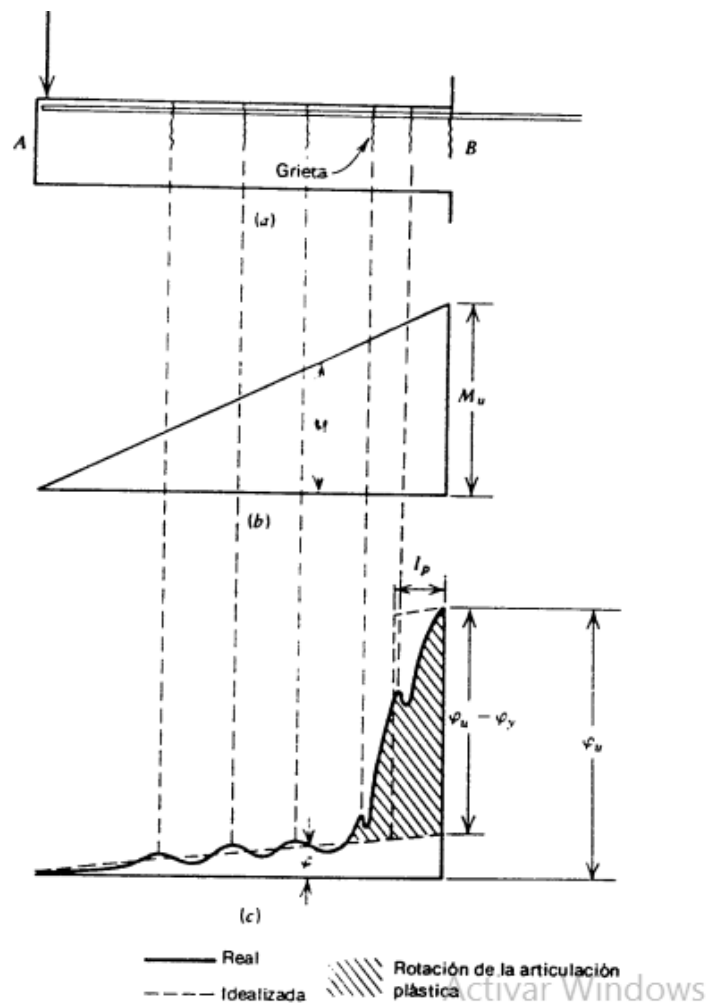
3.2.4 Deformaciones a flexión

3.2.4.1 Cálculo de las deformaciones a partir de las curvaturas

Para poder hallar la rotación y la deflexión de un miembro o sección, se calcula integrando las curvaturas a lo largo de la luz de la viga.

Figura 15

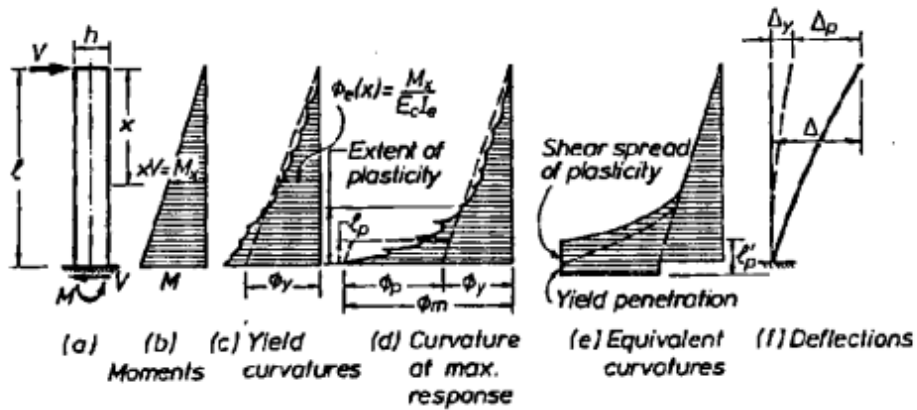
Distribución de curvatura



Nota. Adaptado de Estructuras de concreto reforzado, por R. Park y T. Paulay, 1988, Limusa editorial.

Figura 16

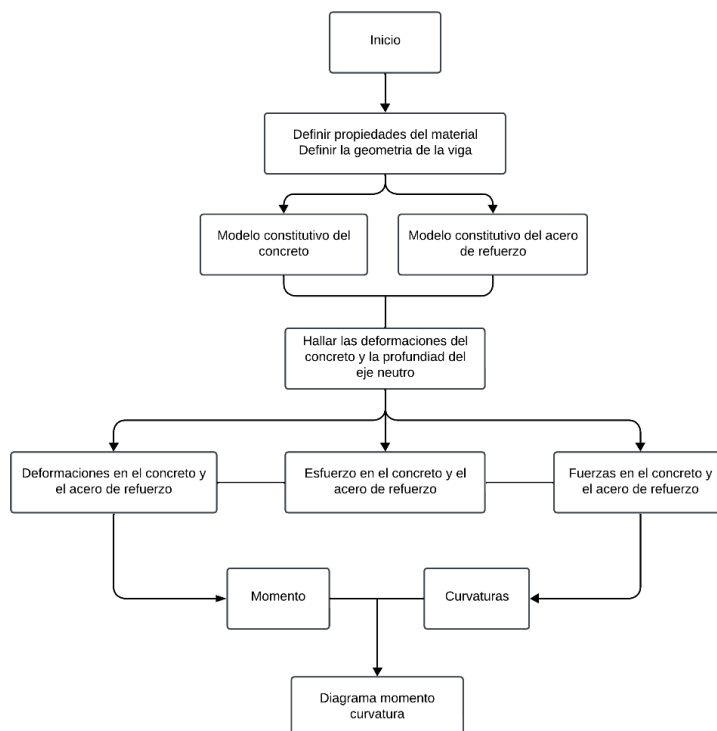
Relaciones de momento, curvatura y deflexión para un voladizo de concreto armado



Nota. Adaptado de Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings, por T. Paulay & Priestley, 1992, Editorial Jhon Wiley & Sons INC.

Figura 17

Diagrama de flujo de elaboración de diagrama momento curvatura



Nota. Fuente: elaboración propia

3.2.5 Elementos finitos ABAQUS

Debido a la complejidad de las ecuaciones de gobierno de las estructuras continuas y, en general, de la mayoría de las estructuras se hace imprescindible la utilización del método de los elementos finitos o MEF.

Este método determina el comportamiento de una estructura ante las cargas sustituyendo la solución continua, exacta y en la mayoría de los casos imposible del sistema de ecuaciones diferenciales que conforman el problema elástico por una solución discontinua o discreta y, por tanto, aproximada. Para ello discretiza la estructura, es decir, la divide en elementos no diferenciales, o elementos finitos, interconectados entre sí a través de un determinado número de puntos, que llamamos nodos (Vázquez y López, 2001)

3.2.5.1 Características de los elementos

Según Dsimulia (2009) cada elemento se caracteriza por lo siguiente:

- ✓ Familia.
- ✓ Grados de libertad (directamente relacionados con la familia de elementos).
- ✓ Número de nodos.
- ✓ Formulación.
- ✓ Integración

Elementos viga

Dsimulia (2009) para modelar elementos tipo de viga en ABAQUS, los elementos vigas se usan para modelar componentes en los que la longitud es superior que las demás dimensiones de la viga. Y la tensión este a lo largo de la dirección de la viga es la que nos importa. Los nombres de los elementos de viga en ABAQUS comienzan con la letra "B". El siguiente carácter indica la dimensionalidad del elemento: "2" para vigas bidimensionales y "3" para tridimensionales. El tercer carácter indica la interpolación utilizada: "1" lineal, "2" cuadrática y "3" cúbica.

3.2.5.2 Grados de libertad

Dsimulia (2009) cuando las vigas son tridimensionales tienen 6 grados de libertad en cada nodo (3 grados de traslación y 3 de rotación), en cambio las vigas bidimensionales solo tienen 3 grados de libertad en cada nodo (2 grados de traslación y 1 de rotación).

3.2.6 Concrete Damage Placticity ABAQUS

Según Hafezolghorani et al. (2017) el modelo para simular el daño del concreto brinda una capacidad particular para modelar el comportamiento del concreto y demás materiales de todo tipo de estructuras. Este método usa conceptos de elasticidad con daño isotrópico combinando con el modelo de plasticidad isotrópica en tracción y compresión del concreto para plasmar el comportamiento no lineal del concreto. Se puede utilizar el concreto simple y acero por separado y también en conjunto. El uso está diseñado para simulaciones donde el concreto está sometido a cargas monótonas, cíclicas y dinámicas bajo presiones de confinamiento. (Hafezolghorani et al. 2017)

El uso de la combinación de los modelos de elasticidad y plasticidad con daño escalar (isotropica) para explicar el daño irreversible durante el proceso de fractura del concreto.

3.2.6.1 Comportamiento Mecánico

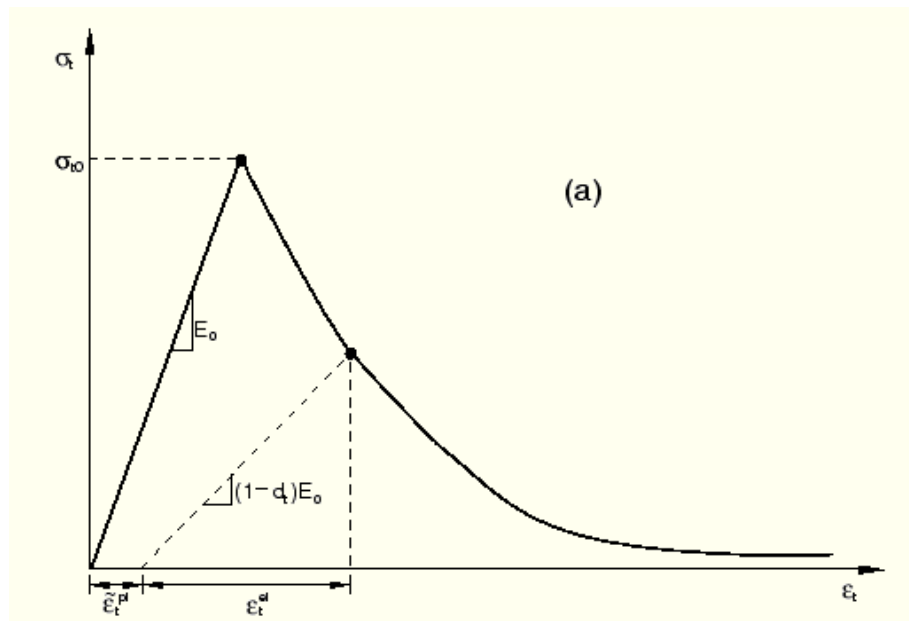
Hafezolghorani et al. (2017) indican que el modelo es un modelo de daño continuo sustentado en la plasticidad del concreto. Propone que los dos principales mecanismos de falla son el agrietamiento por tracción y el aplastamiento del concreto a compresión. La superficie de fluencia o de falla está controlada por dos variables de endurecimiento ε_t^{pl} y ε_c^{pl} , que están vinculadas a mecanismos de falla a tracción y compresión respectivamente. Se refiere a ε_t^{pl} y ε_c^{pl} son deformaciones plásticas a tracción y compresión, respectivamente.

3.2.6.2 Comportamiento a esfuerzos de tracción y compresión uniaxiales

El modelo que utiliza ABAQUS según Dsimulia (2009) para representar la respuesta a tracción y compresión uniaxial del concreto se caracteriza por tener una plasticidad con daño como se muestra en la siguiente figura.

Figura 18

Respuesta a carga uniaxial del concreto en tracción

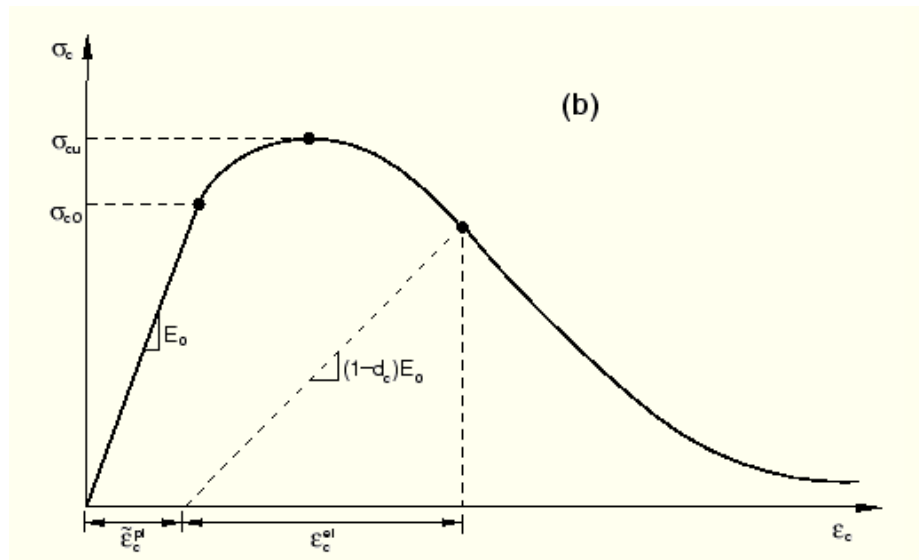


Nota. Adaptado de ABAQUS manual de Dsimulia (2009).

Bajo tracción uniaxial la respuesta de la curva esfuerzo – deformación tiene una relación lineal elástica hasta alcanzar hasta llegar al valor de rotura a tracción. La rotura a tracción corresponde donde inicia las microfisuras en el material de concreto, después de la rotura a tracción la formación de microfisuras se representa macroscópicamente con una respuesta en la curva esfuerzo – deformación de ablandamiento que nos lleva a la localización de la deformación en la estructura del concreto.

Figura 19

Respuesta a carga uniaxial del concreto en compresión



Nota. Adaptado de ABAQUS manual de Dsimulia (2009).

Bajo compresión uniaxial la respuesta es lineal hasta alcanzar el punto inicial de fluencia. En el rango plástico la respuesta se distingue por el endurecimiento por tracción seguido por un ablandamiento por deformación después de la tracción última, esta representación algo simplificada recoge las características importantes de la respuesta del concreto. Se supone que estas curvas esfuerzo – deformaciones uniaxiales se convierten en curvas de tracción versus deformación plástica. En ABAQUS realiza esta conversión automáticamente en función de los datos de la curva esfuerzo – deformación inelástica que son proporcionados por el usuario.

$$\sigma_t = \sigma_t(\epsilon_t^{pl}, \epsilon_t^{*pl}, \theta, fi) \quad (24)$$

$$\sigma_c = \sigma_c(\epsilon_c^{pl}, \epsilon_c^{*pl}, \theta, fi) \quad (25)$$

Donde:

ε_t^{pl} y ε_c^{pl} son deformaciones plásticas equivalentes

ε_t^{*pl} y ε_c^{*pl} son tasas de deformación plástica equivalentes

θ es la temperatura

f_i son variables de campo predefinidas

Como se muestra en la figura N°16 cuando el concreto se descarga en cualquier punto en la rama de ablandamiento de deformación de las curvas esfuerzo – deformación, la rigidez elástica del concreto se degrada. La degradación de la rigidez elástica está caracterizada por variables de daño tanto para compresión y tracción y se supone que son funciones de las deformaciones plásticas.

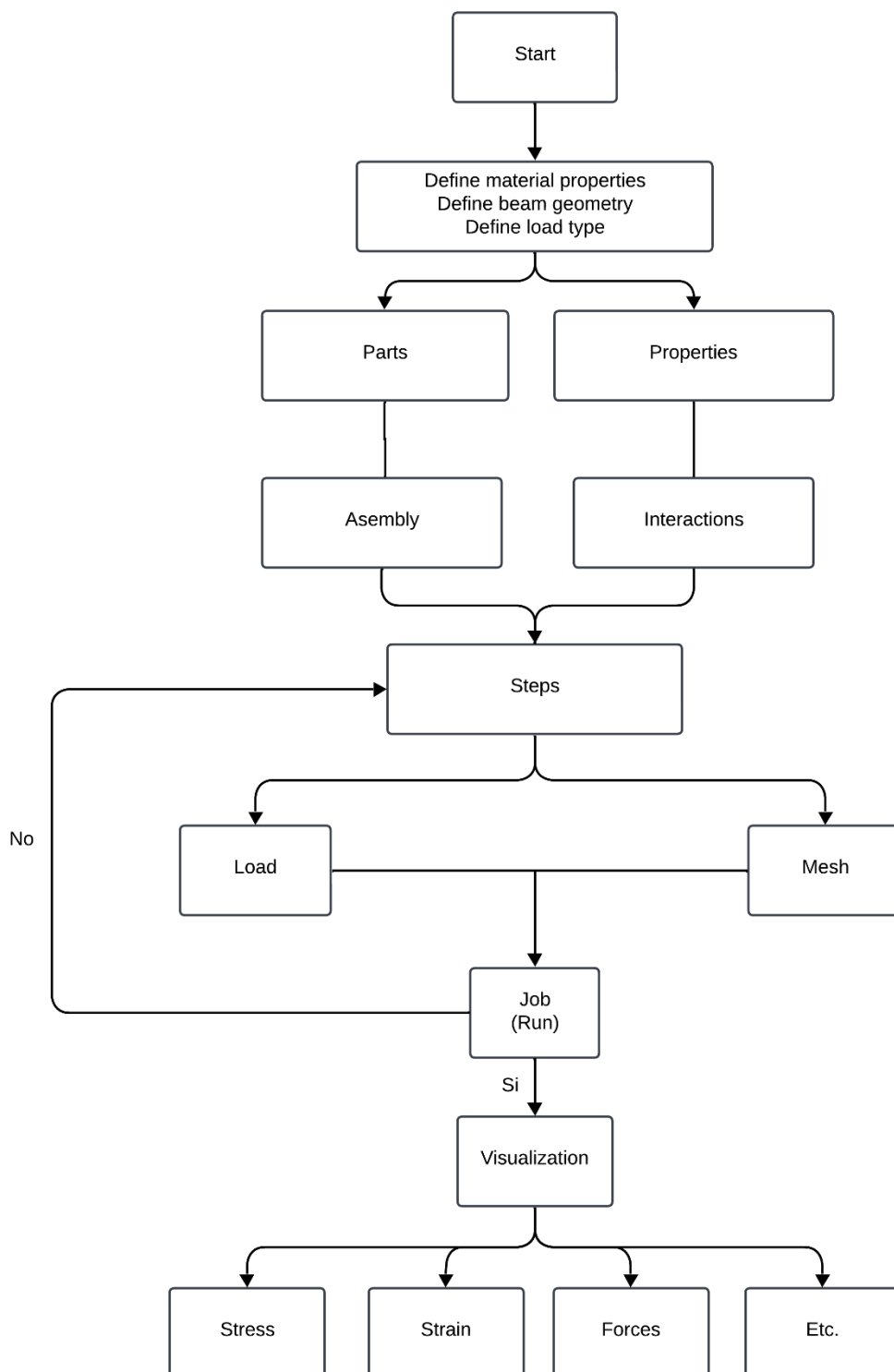
$$d_t = d_t(\varepsilon_t^{pl}, \theta, f_i) \quad , \quad 0 \leq d_t \leq 1 \quad (26)$$

$$d_c = d_c(\varepsilon_c^{pl}, \theta, f_i) \quad , \quad 0 \leq d_c \leq 1 \quad (27)$$

Las variables de daño d_t y d_c pueden tomar valores desde 0 que representan cuando el material no está dañado y hasta 1 cuando representa la pérdida total de la resistencia del material.

Figura 20

Diagrama de flujo de modelación del método de elementos finitos en ABAQUS



Nota. Fuente: elaboración propia

3.2.7 *Análisis y diseño de concreto armado*

3.2.7.1 Estados límites y diseño de concreto armado

Estados limites

Ottazino Pasino (2016) el objetivo del diseño de estructuras de concreto armado es determinar las dimensiones y características de elementos que forman una estructura y que esta pueda proveer seguridad durante su vida útil, la función para lo cual fue diseñada con un grado de seguridad. El comportamiento del elemento o de la estructura cuando está en condiciones de servicio debe tener un comportamiento satisfactorio y el costo del elemento o de la estructura debe ser económicamente aceptable.

Wight y MacGregor (2012) si un elemento o estructura de concreto armado deja de ser apto para el uso previsto por el cual se diseñó, se dice ha llegado a un estado limite. Estos estados límites para estructuras de concreto armado se pueden distribuir de la siguiente manera: Estado limite último, servicio y especiales.

Estado límite ultimo

Ottazino Pasino, (2016) este límite comprende el colapso parcial y total de un elemento o estructura de concreto armado, además este suceso tiene una muy baja probabilidad de suceder ya que conllevaría a pérdidas humanas, económicas significativas.

Los estados limites principales son:

- a) **Perdida de equilibrio** puede ocurrir de un elemento o de toda la estructura como un cuerpo rígido, esta falla implica el vuelco o deslizamiento de la toda la estructura y esto sucede si no se pueden desarrollar las reacciones necesarias para el equilibrio.

- b) **Rotura o Agotamiento** de algún elemento estructural el cual puede llevar a un colapso parcial o total, este estado limite último se basa el diseño de concreto armado.
- c) **Colapso progresivo** esto ocurre cuando una falla localizada conduce a que los elementos adyacentes fallen sucesivamente hasta el colapso de la estructura.
- d) **Formación de un mecanismo plástico** cuando se genera ciertas roturas plásticas que convierten a una estructura en inestable.
- e) **Inestabilidad** cuando un elemento tiene un pandeo local o en conjunto.
- f) **Fatiga** falla cuando un elemento está sometido a varios ciclos de carga y descarga.

3.2.7.2 Estados límites de servicio

Ottazino Pasino (2016) este estado limite no comprende el colapso de la estructura, pero si comprende un mal funcionamiento del elemento o de la estructura de concreto y no está asociado a un riesgo de vidas humanas y por ende, se acepta una probabilidad de ocurrencia mayor, los principales estados límites de servicio son:

- a) Desplazamientos excesivos
- b) Fisuración excesiva
- c) Vibraciones indeseables
- d) Corrosión de las armaduras de refuerzo

3.2.7.3 Estados límites especiales

Ottazino Pasino (2016) esta clase de estado limite comprende daño o fallas de la estructura debido a condiciones o cargas anormales e incluye:

- a) Daños o colapsos durante terremotos extremos.
- b) Efectos causados por incendios, explosiones y colisiones de vehículos a elementos estructurales.

- c) Efectos de deterioro, inestabilidad física o química a largo plazo.

3.2.7.4 Diseño de estados limites

Ottazino Pasino (2016) es un proceso que envuelve ciertas etapas:

1. Identificar todos los modos potenciales de falla, es decir identificar los estados límites de más importancia.
2. Determinar los niveles admisibles de seguridad contra la ocurrencia de cada estado limite.
3. El diseñador debe considerar todos los estados límites de mayor importancia.

3.2.7.5 Coeficientes de seguridad

Ottazino Pasino (2016) las normativas y códigos actuales se concentran en el estado limite ultimo de rotura o también llamado diseño por resistencia, nos da una definición acerca de factor de seguridad donde define este factor como el cociente de la resistencia y el valor de la sollicitación en condición de servicio. Esta evaluación del factor de seguridad necesita comparar la demanda de resistencia con la resistencia máxima del elemento o estructura. Debido a las incertidumbres relacionadas a las cargas y las resistencias, estas necesitan el uso de factores de seguridad. Por ende, es un problema probabilístico porque las cargas como las resistencias son variables aleatorias ósea no son determinísticos y deben representarse mediante una distribución de probabilidades.

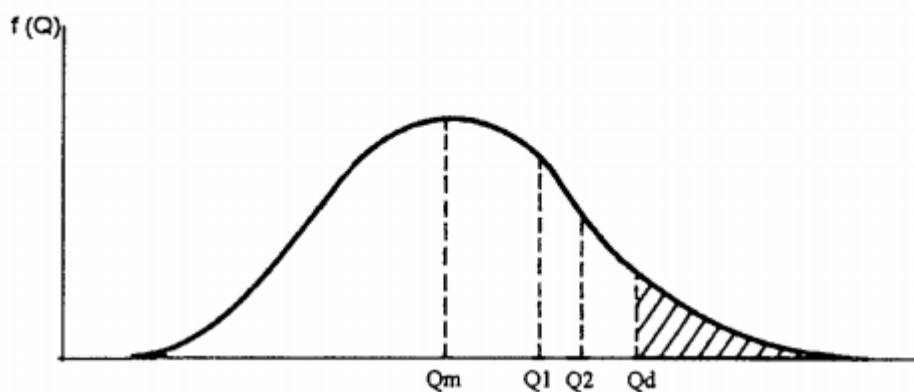
3.2.7.6 Variabilidad de las acciones sobre las estructuras

Según Ottazino Pasino (2016) muestra una distribución de probabilidades de sobrecargas que están sujetas a un elemento o una estructura. La forma de esta curva se puede determinar en base datos estadísticos mediante mediciones a escala de sobrecargas que obran en diferentes edificaciones reales. La intensidad de esta

sobrecarga en servicio que se usa para el diseño Q_d , lo fija la Norma de Cargas E.020 y la intensidad de sobrecarga medio se designa Q_m .

Figura 21

Distribución de frecuencia de cargas vivas



Nota. Adaptado de Apuntes de Concreto Armado I, por Gianfranco Ottazzi Pasino, 2015, PUCP editorial.

El gráfico N°21 representa a Q_d como sobrecarga de diseño y este es mayor que la sobrecarga media Q_m ambos actúan sobre la estructura. Y la probabilidad de que la sobrecarga sea mayor que la sobrecarga de diseño está representada por la zona sombreada a la derecha de Q_d . Esta intensidad máxima de sobrecarga de diseño considera la vida útil de la edificación y la probabilidad de excedencia de 2% y 5% según (Cuevas, 2015)

3.2.7.7 Variabilidad de las resistencias

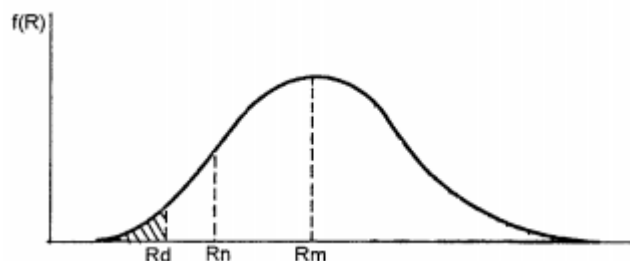
Wight y MacGregor (2012) y Cuevas y Robles (2005) las resistencias reales de elementos estructurales son variables aleatorias y la forma de su distribución de las resistencias, en la mayoría de veces diferirán con los valores diseñados por el diseñador, porque la resistencia depende de muchas variables como la variabilidad de las resistencias del concreto, materiales que forman parte del concreto y el acero, diferencias entre las

dimensiones en planos y las que se muestran en planos estructurales, al tipo de sollicitación que están sometidas, control en el proceso constructivo y efecto de las suposiciones simplificadoras al derivar las ecuaciones para la resistencia de los elementos.

En la siguiente figura N°22 muestra una curva de distribución de probabilidad de resistencias R de un elemento o estructura de concreto armado frente a fuerzas internas, donde R_m es la resistencia media, R_n resistencia nominal y R_d la resistencia de diseño.

Figura 22

Distribución supuesta de las frecuencias de resistencias



Nota. Adaptado de Apuntes de Concreto Armado I, por Gianfranco Ottazzi Pasino, 2015, PUCP editorial.

El gráfico N°22 muestra la zona a la izquierda de R_n que es una zona de probabilidad de que la resistencia calculada por el diseñador este por encima de la resistencia real de elemento de concreto armado, la norma peruana nos obliga a reducir R_n , esto implica una reducción en la probabilidad. Ya que la resistencia de diseño R_d obtenido con la probabilidad de que no sea alcanzado y esta probabilidad debe ser realmente pequeña con un valor 2% recomendable por Cuevas & Robles (2005).

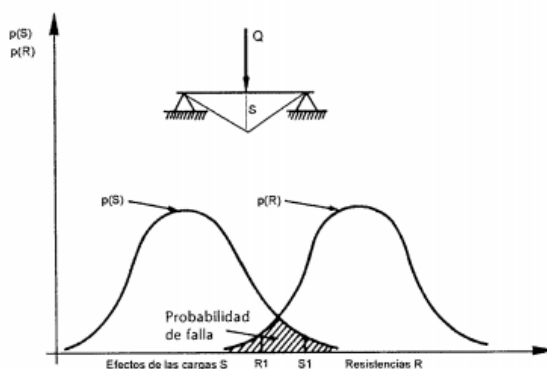
3.2.7.8 Selección de los factores de seguridad y probabilidad de falla

Ottazino Pasino (2016) debido a la incertidumbre de las variables y condiciones que deben tomarse para seleccionar un factor de seguridad apropiado no es un trabajo fácil. Como se ha mencionado apartados más arriba esta dificultad radica en la naturaleza

probabilística de las sobrecargas y las resistencias, los coeficientes pretenden disminuir la probabilidad de falla, pero permanentemente habrá una probabilidad que el elemento o la estructura se sobrecargue o que la resistencia sea menor a la calculada o a una combinación de estos dos efectos y produzcan una falla. Esto podemos contrastar, si analizamos las fallas, colapsos de sismos o terremotos pasados.

Figura 23

Margen de seguridad y probabilidad de falla

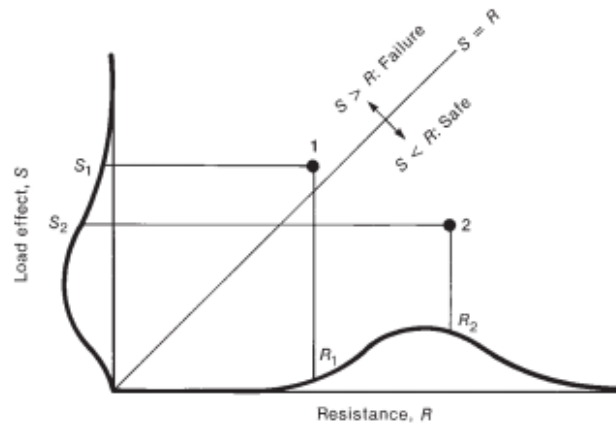


Nota. Adaptado de Apuntes de Concreto Armado I, por Gianfranco Ottazzi Pasino, 2015, PUCP editorial.

En la figura N°23 según Gonzales Cuevas indica la probabilidad de falla. La curva derecha representa la distribución probabilística de la resistencia en este caso a flexión R , mientras que la curva izquierda representa el efecto producido por el momento flector. Si el efecto de las cargas consigue llegar a un valor $S1$ y la resistencia un valor de $R1$ esto producirá una falla por flexión. La zona sombreada representa la probabilidad de falla del elemento o de la estructura de concreto armado. Esta probabilidad de falla nos brinda un margen de seguridad lo más real posible del elemento o de la estructura.

Figura 24

Combinaciones seguras e inseguras de cargas y resistencias



Nota. Adaptado de Reinforced concrete, por James K. Wight & James G MacGregor, 2004, PEARSON editorial.

En la figura N°24 muestra una línea de 45° que corresponde a efectos de carga iguales a la resistencia. La combinación de S1 y R1 que están por encima de la línea corresponde a $S > R$ por tal motivo ocurre una falla. Mientras que para efectos de carga S2 y R2 representan una combinación segura.

3.2.7.9 Procedimientos de diseño

Wight y MacGregor (2012) en el Perú actualmente el diseño está proyectado en términos determinísticos. Que no tienen dependencia con modelos probabilísticos de intensidad de sobrecargas y resistencia. Este planeamiento es determinístico porque no necesita un análisis de confiabilidad estructural, por eso esta situación nos lleva a coeficientes de seguridad no uniformes, porque en ciertos elementos estructurales se logra diseños conservadores, pero también ocurre lo contrario más inseguras.

Es por eso que las normas se actualizan constantemente con resultados de diseños apropiados o no, frente a solicitaciones, construcción, nuevos materiales y viendo el

comportamiento real de la estructura o elemento estructural. Por ende, los coeficientes de seguridad, las sobrecargas y teorías de evaluación de resistencia de elementos estructurales, en otras palabras, las normas, códigos, reglamentos mejoran continuamente.

Las normas se enfocan en el problema de la seguridad según dos criterios o filosofías de diseño: el método de esfuerzos admisibles y el diseño por resistencia.

Diseño por esfuerzos admisibles o permisibles

Ottazino Pasino (2016) se aceptó en el año 1900 como teoría de la línea recta de Cogniet y Tedesco, ya que este método también se utilizaba para el diseño de otros materiales. En esos años este método había demostrado que con valores cuidadosamente seleccionado para esfuerzos permisibles de trabajo podíamos determinar un comportamiento satisfactorio bajo estas cargas de servicio, por tal motivo este método fue el fundamento para el diseño de concreto armado hasta 1956. Después de decenas de años de experiencias prácticas y ensayos de laboratorios se conoce con más profundidad el comportamiento del concreto armado, y se manifiesta deficiencias en el método de esfuerzo de trabajo o admisibles y cada vez es más indiscutible que el método de diseño de elementos de concreto armado deben considerar las propiedades mecánicas reales de los materiales que componen al concreto armado.

3.2.7.10 Diseño por resistencia

Wight y MacGregor (2012) este método también llamado Diseño a la rotura (Ultimate Strength Design o USD) y también en el diseño de estructuras de acero se le llama LFRD (Load and Resistance Factor Design). Este método se basa en el diseño por estados límites, más en específico en los estados límites últimos, para luego del diseño comprobar por estados límites de servicio.

Según Norma E.060 (2009) los elementos y estructuras de concreto armado serán diseñadas para conseguir en todos sus sectores resistencias de diseño mayores o iguales que las resistencias requeridas y garantizar un comportamiento apropiado durante cargas de servicio.

$$\text{Resistencia} \geq \text{Efectos de las Cargas} \quad (28)$$

$$\text{Resistencia Proporcionalada} \geq \text{Efectos de las Cargas} \quad (29)$$

$$\text{Resistencia de Diseño} \geq \text{Resistencia requerida} \quad (30)$$

Las expresiones 28, 29 y 30 son equivalentes y son expresiones para el diseño por resistencia. Por la variabilidad de la sobrecarga y la resistencia es adecuado tener factores que tomen esta variabilidad. Para considerar la posibilidad de que la resistencia sea menor que la predicha y los efectos de carga sean mayores que las estimadas tiene que cumplir:

$$\Phi R_n = C_1 * S_1 + C_2 * S_2 + C_3 * S_3 + \dots + C_n * S_n \quad (31)$$

Donde:

ΦR_n = Resistencia de diseño

C = Factores de amplificación

S = Efecto de las cargas

3.2.7.11 Factores de reducción de resistencia

Ottazino Pasino (2016) estos factores de reducción nos brindan la norma peruana E.060 que logran que el coeficiente de seguridad global de los elementos se reduce notablemente.

Figura 25

Factores de reducción de resistencia según Norma E.060

<u>Solicitud</u>	<u>Factor ϕ de Reducción (E.060)</u>
• Flexión	0.90
• Tracción y Tracción + Flexión	0.90
• Cortante	0.85
• Torsión	0.85
• Cortante y Torsión	0.85
• Compresión y Flexocompresión:	
Elementos con espirales	0.75
Elementos con Estribos	0.70
• Aplastamiento en el concreto	0.70
• Zonas de anclaje del postensado	0.85
• Concreto Simple (sin armaduras)	0.65

Nota. Adaptado de norma Peruana E.060, 2009.

3.2.7.12 Factores de carga

Ottazino Pasino (2016) en este método de diseño se lleva al elemento estructural a una condición extrema o de rotura, es decir una baja probabilidad de ocurrencia durante su vida útil, se utiliza factores de carga que se toman por la variabilidad de las cargas y por la precisión de los métodos de diseño. Se tiene según la norma E.060 los siguientes factores de carga:

- Cargas muertas y vivas

$$U = 1.4 CM + 1.7CV \quad (32)$$

- Carga de viento

(33)

$$U = 1.25(CM \pm CV \pm V)$$

$$U = 0.9CM \pm 1.25V \quad (34)$$

- Carga de sismo

$$U = 1.25(CM \pm CV) \pm CS \quad (35)$$

$$U = 0.9CM \pm CS \quad (36)$$

Estas expresiones dependen del tipo de sollicitación, las expresiones del 32 al 36 son algunas porque existen más combinaciones, los factores se deben considerar como valores mínimos.

3.3 Definición de términos

Método de elementos finitos (MEF): Es una técnica de análisis numérico el cual se utiliza para resolver ecuaciones diferenciales, que consiste en dividir el cuerpo en estudio en un número finito de partes (Zienkiewicz, 1994)

Diagrama Momento – Curvatura: Relación entre el momento flector en una sección de una viga y la curvatura resultante. Necesario para caracterizar el comportamiento lineal y no lineal de elementos de concreto armado (Ottazino Pasino, 2016, pp. 456).

Concreto Armado: Material de construcción constituido por concreto y acero de refuerzo, lo cual lo vuelve un material resistente a los esfuerzos a la tracción y compresión (Ottazino Pasino, 2016, p. 2).

Análisis No Lineal: Es el estudio del comportamiento estructural cuando las relaciones carga – deformación no son proporcionales, es decir no se comporta elásticamente. Este análisis percibe fenómenos complejos como fisuración, plastificación y pérdida de rigidez del concreto y el acero (Maekawa et al., 2003).

Ductilidad: Es la capacidad que tiene un elemento de deformarse y de redistribuir los esfuerzos sin fallas frágiles, lo cual permite la absorción y disipación de energía cuando esté sometido a aceleraciones sísmicas (Ottazino Pasino, 2016, pp. 455).

Curva esfuerzo – deformación: Nos brinda información fundamental sobre la capacidad que resistencia y ductilidad de materiales, el cual nos proporciona un comportamiento claro y preciso bajo condiciones de carga reales (Wight & MacGregor, 2012).

Capacidad de carga: Es la máxima carga que un elemento o una estructura puede soportar antes de llegar a la falla (Ottazino Pasino, 2016).

Deformación plástica: Cuando un material se deforma más allá de su rango elástico ocurre una deformación irreversible también llamada plástica (Ottazino Pasino, 2016).

Desplazamiento: en concreto armado es el resultado de un elemento estructural sometido a una carga perpendicular, este desplazamiento viene de la interacción del concreto y el acero cuando llega a sus límites elásticos y empieza con un comportamiento no lineal (Ottazino Pasino, 2016).

Relación Carga – Deformación: Describe el comportamiento estructural de un elemento o estructura, como responde ante la aplicación de cargas, el cual refleja la elasticidad y la plasticidad del material (Fargier & Suárez, 2013).

Rigidez: Es la capacidad de un elemento estructural a resistir deformaciones bajo cargas aplicadas (Harmsen, 2017).

Limite elástico: Es un punto máximo donde un material todavía conserva sus propiedades elásticas antes de llegar a tener deformaciones inelásticas permanentes (Park R. y Paulay T, 1968).

Resistencia: en concreto armado es la capacidad que tiene un material de oponerse a fuerzas que tienden a aplastarlo (Harmsen, 2017).

Simulación numérica: Es un método que nos permite modelar un elemento o una estructura (Zienkiewicz, 1994).

Daño de concreto: Son parámetros que describen cuando el concreto pierde rigidez y capacidad de carga cuando aumenta el daño frente a cargas cíclicas y monotónicas (Maekawa et al., 2003).

IV Metodología

4.1 Tipo y Nivel de Investigación

Tipo de Investigación

El tipo de investigación es básica. De acuerdo con Carrasco Díaz (2006), la investigación básica tiene como objetivo ampliar y profundizar los conocimientos esenciales en una zona en específico no busca una aplicación. Para la presente tesis es adecuado la investigación básica ya que busca entender y estudiar el comportamiento no lineal de vigas de concreto armado. Al validar los modelos y métodos por medio de comparaciones con resultados experimentales, la investigación proporciona una comprensión de las capacidades y limitaciones de los métodos en la representación de comportamientos estructurales complejos.

Nivel de investigación

Según Carrasco Díaz (2006) indica que el nivel descriptivo trata de conocer el "por qué" de los hechos o fenómenos que suceden en la realidad que nos rodea. Este enfoque se centra en aspectos como las propiedades, cualidades, características mecánicas, entre otros. El nivel de investigación explicativo ofrece las causas que originan un hecho o una realidad, además de profundizar en el estudio de las relaciones recíprocas del objeto en análisis, para luego exponer una explicación científica y objetiva de dicho objeto.

La investigación es de nivel descriptivo – explicativo dado que busca explicar y caracterizar detalladamente el comportamiento estructural de vigas de concreto armado bajo condiciones de carga no lineales, este tipo de estudio permite caracterizar de manera detallada el comportamiento no lineal y busca explicar, interpretar y justificar el ¿por qué? ocurren ciertos fenómenos al comparar los resultados por el método de elementos finitos y diagrama momento curvatura.

Diseño de la investigación

El diseño de la investigación es de tipo no experimental. Según Carrasco Díaz (2018) menciona que este tipo de investigación se caracteriza porque las variables no son manipuladas de manera intencional, y no se emplean grupos de control ni experimentales. En su lugar, se enfoca en analizar y estudiar los hechos y fenómenos tal como se presentan en la realidad, después de que han ocurrido. En esta investigación permite observar y analizar los datos de forma objetiva, basándose en simulaciones y comparando los métodos sin manipulación directa de las variables en un entorno experimental controlado.

4.2 Ámbito Temporal y Espacial

Ámbito temporal

El presente estudio de investigación se ejecutó en el año 2024, con un tiempo de ejecución, desde marzo del 2024 al de octubre del 2024.

Ámbito espacial

La investigación se llevó a cabo en la ciudad de Abancay, región de Apurímac. Se centro la investigación en vigas de edificaciones. Se hizo los modelamientos numéricos y estudios mediante dos métodos, con el fin de realizar un análisis comparativo del comportamiento no lineal de vigas de concreto armado, utilizando el diagrama momento curvatura y el método de elementos finitos, validando con resultados experimentales.

4.3 Población y Muestra

Población

De acuerdo a Sampieri (2018) la población es el grupo de todas las evidencias que concuerden o cumplan con determinadas reglas. Según Carrasco Díaz (2019), la población de una investigación se conceptualiza como el grupo de todos los elementos de análisis que corresponden a un área espacial en la que se desarrolla el estudio.

En esta investigación, se tomará como la población al conjunto total de vigas de concreto armado susceptibles de ser estudiadas bajo condiciones de carga no lineal. Específicamente, esta población incluye todas las vigas de concreto armado en edificaciones que pueden ser sometidas a diferentes tipos de carga puntual para analizar su comportamiento estructural hasta la falla.

Muestra

Según Rojas (2011), en este proyecto se aplica la muestra no probabilística o muestras intencionadas. Para esta investigación según Rojas (2011), la muestra constituye una porción de la población, en la cual se recolectan datos y se desarrolla el estudio sobre la porción seleccionada. En esta investigación, la muestra seleccionada consiste en dos vigas específicas que representan casos típicos de carga puntual en vigas de concreto armado:

Viga con carga puntual en el medio: Esta configuración permite analizar cómo el concreto armado responde a una carga central, lo cual es común en evaluaciones estructurales.

Viga con carga puntual a los tercios: Esta configuración permite observar el comportamiento bajo una carga puntual en puntos específicos, lo cual es útil para entender los efectos de cargas excéntricas y su impacto en la respuesta no lineal.

Ambas vigas han sido seleccionadas como representativas de situaciones que permiten estudiar de manera comparativa el comportamiento no lineal en condiciones de carga diferentes, lo cual es esencial para los objetivos de tu investigación.

4.4 Instrumentos

La técnica utilizada es el análisis documental, ya que la investigación se basa en la recopilación sistemática, eficaz y confiable de información relacionada con el tema de estudio, los objetivos y los problemas de investigación. Esta técnica sirve como instrumento para seleccionar documentos específicos que estén estrechamente vinculados con el objetivo de la investigación (Carrasco Díaz, 2006).

Según Carrasco Díaz (2006) los datos fueron recolectados a través de investigaciones, documentos, libros, y normas técnicas peruanas e internacionales. Esta técnica permitió registrar los datos necesarios. Además, se utilizaron manuales e investigaciones tanto nacionales como internacionales sobre el comportamiento no lineal de vigas de concreto armado, empleando diagramas momento curvatura y elementos finitos, para desarrollar un análisis comparativo de estos dos métodos.

Se utilizaron los siguientes instrumentos:

- Norma Técnica E.030 Diseño Sismorresistente del RNE
- Norma Técnica E.060 Concreto Armado del RNE
- Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318-19)
- Investigaciones con ensayos experimentales de vigas de Alcívar, Josué, & Carlos, (2021) y de Sihua, Ze, & Li, 2015
- Software ABAQUS
- Software MathCad Prime
- Microsoft Excel, Word, Power Point

El software ABAQUS se empleó para simular los ensayos experimentales, MathCad Prime se utilizó para desarrollar los diagramas momento curvatura, y Excel se usó para comparar los resultados obtenidos mediante método de elementos finitos y el diagrama momento curvatura con los resultados obtenidos en los ensayos experimentales.

4.5 Procedimientos

De acuerdo con las bases teóricas de la investigación, se procedió a desarrollar metodologías para alcanzar los objetivos planteados, detallados en los siguientes párrafos:

Exploración de investigaciones sobre ensayos experimentales de vigas de concreto armado

La exploración se realizó en repositorios de universidades, revistas científicas y simposios nacionales e internacionales, buscando referencias a ensayos experimentales con el fin de obtener resultados coherentes al objetivo de la investigación. Como resultado, se identificaron dos investigaciones: una sobre vigas ensayadas con carga puntual en los tercios de luz y otra sobre una viga sometida a una carga puntual. Ambos ensayos representan el comportamiento real de un elemento estructural cuando es sometido a cargas hasta su fallo. Las investigaciones identificadas son las siguientes:

Viga 1

- Alcívar, Josué, y Carlos (2021), realizado en la Universidad Técnica de Manabí, Ecuador.

Viga 2

- Sihua, Ze, y Li (2015), realizado en la University of Civil Engineering and Architecture, Beijing, China. (Viga2)

Proceso de modelado de las vigas mediante el método de elementos finitos en ABAQUS

Una vez obtenidas las dos investigaciones, se procedió a modelar cada viga por separado, siguiendo sus características principales: sección transversal, refuerzo de acero longitudinal y transversal, y el tipo de carga aplicada. Una vez definidos los materiales, se asignaron sus propiedades, como las del concreto y el acero longitudinal y transversal, además de las condiciones de apoyo. Posteriormente, se ensamblaron las vigas y se aplicaron las restricciones y las cargas correspondientes. A cada material se le asignó una malla específica para la simulación. El tiempo de ejecución de la simulación, tanto para la viga cargada a los tercios de luz como para la cargada con una carga puntual, varió de acuerdo con el tipo y tamaño de la malla asignada.

Proceso de elaboración del diagrama momento curvatura de las vigas

Para la elaboración de los diagramas momento-curvatura, fue necesario contar con los siguientes datos: resistencia a compresión del concreto, resistencia de fluencia del acero, módulo de elasticidad del concreto y del acero, dimensiones de las vigas, área del refuerzo transversal y longitudinal, y el modelo de curva esfuerzo-deformación del concreto y acero. Con estos datos, se procedió a generar el diagrama momento curvatura de cada viga.

Proceso de recopilación de datos obtenidos por los dos métodos

Una vez obtenidos los resultados mediante el método de elementos finitos y el diagrama momento-curvatura, estos fueron organizados en tablas en Microsoft Excel para permitir la comparación de acuerdo con los objetivos generales y específicos de la investigación.

Finalmente, a partir de los datos numéricos obtenidos por ambos métodos y su comparación con los resultados de los ensayos experimentales, se elaboraron cuadros y tablas que evidencian las diferencias observadas, según los objetivos planteados. Con base en estos resultados, se establecieron conclusiones y recomendaciones sobre el uso de ambos métodos para analizar el comportamiento no lineal de vigas de concreto armado.

4.6 Análisis de datos

Levin y Rubín (2016) describen que los análisis de datos son técnicas estadísticas que nos permiten comprender e inferir sobre una muestra o población, basándonos en el análisis de esta. En la presente investigación, los datos serán procesados mediante gráficos y tablas estadísticas utilizando el software Excel, lo cual facilitará la comprensión de los resultados en función de los objetivos planteados.

4.7 Consideraciones éticas

De acuerdo al tipo, nivel de investigación y el alcance de esta, se considera éticos los siguientes aspectos:

- Los resultados de la comparación serán veraces.
- La recolección de datos se llevará a cabo con precisión y transparencia.
- Los resultados de la investigación serán beneficiosos para la población estudiantil de la UTEA de Abancay.

V Resultados y discusión

5.1 Resultados de la Viga 1

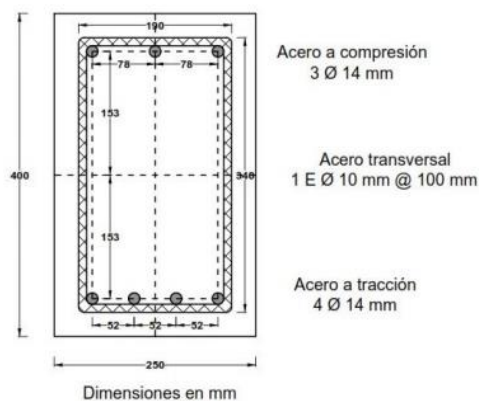
5.1.1 Ensayo Experimental de la viga 1

5.1.1.1 Datos de la Sección Ensayada Experimentalmente

Los resultados de Alcívar et al. (2021) sus muestras ensayadas corresponden a 1 viga de sección transversal doblemente armadas, el cual tiene dimensiones de 0.40 m de peralte y 0.25 m de ancho y una longitud de 3.90 m, con una distancia entre apoyos de 3.50, para una falla controlada por tracción, utilizando como refuerzo interior de la viga, área de acero en tracción $4\Phi 14$ mm y acero en compresión de $3\Phi 14$ mm, y la distribución de estribos $1\Phi 10$ mm @ 10 cm. Si tiene el mismo confinamiento transversal tal como se ve en la figura.

Figura 26

Sección de la viga



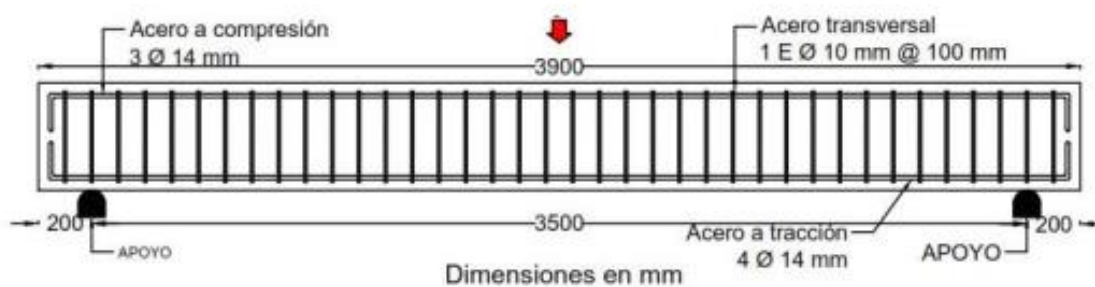
Nota: Adaptado de Comportamiento a flexión de vigas (p.2), por Alcivar et al., 2021,

RIEMAT

El refuerzo longitudinal compuesto por 3 barras de 14 mm de diámetro y 4 barras de 14 mm (Grado 60;420 MPa) ubicadas en cada zona, todo el refuerzo fue continuo sobre la longitud de la viga.

Figura 27

Vista frontal de la viga del ensayo



Nota: Adaptado de Comportamiento a flexión de vigas (p.2), por Alcívar et al., 2021, RIEMAT

5.1.1.2 Ensayo experimental

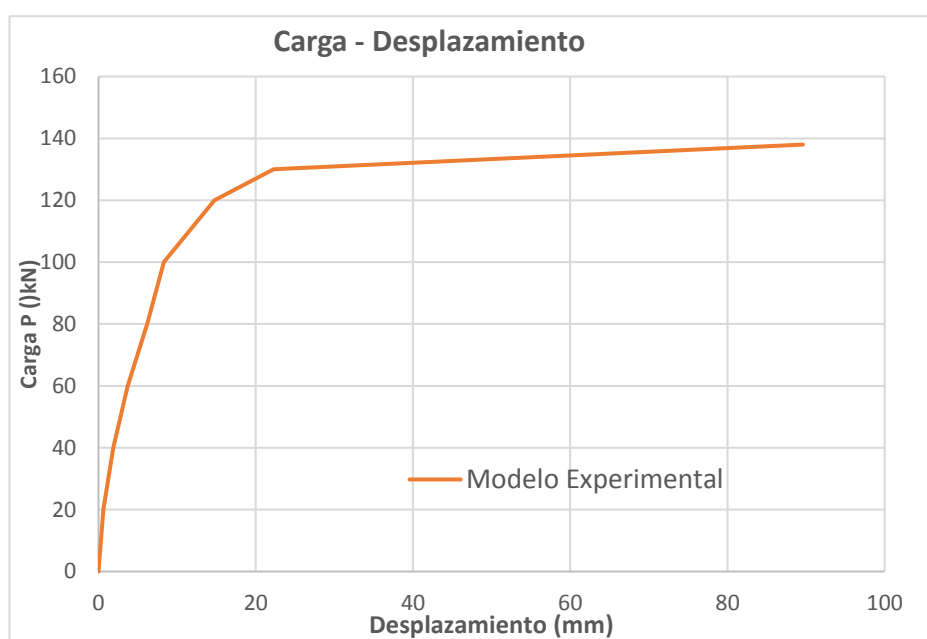
Se presentan resultados experimentales por Alcívar et al. (2021) en la respuesta de una viga de concreto armado frente a una carga puntual en el medio de la viga, se realizara el uso de resultados para desarrollar un análisis comparativo usando los métodos de diagrama momento curvatura y elementos finitos. Se grafica las curvas esfuerzo deformación para el concreto y acero. Después se realiza un modelamiento de la sección de la viga de concreto armado, se asigna una carga puntual en el medio de la viga. Se hará el discretizado mediante el uso de elementos finitos, por eso el modelo será representado en ABAQUS y se ejecutará bajo un análisis comparativo de Desplazamientos, resistencia y ductilidad. Los resultados obtenidos por elementos finitos y el diagrama momento curvatura serán comparados con los obtenidos experimentalmente por (Alciva et al., 2021).

5.1.1.3 Resultados obtenidos

La figura que corresponde a desplazamientos en función de la carga aplicada, nos permite tener los resultados experimentales obtenidos por Alcívar et al., (2021). Se visualiza la respuesta de la viga ensayada con carga puntual al medio de la viga:

Figura 28

Curva carga - desplazamiento del ensayo experimental



Nota: Adaptado de Comportamiento a flexión de vigas (p.7), por Alcívar et al., 2021, RIEMAT

5.1.2 Método de elemento finitos ABAQUS de la viga 1

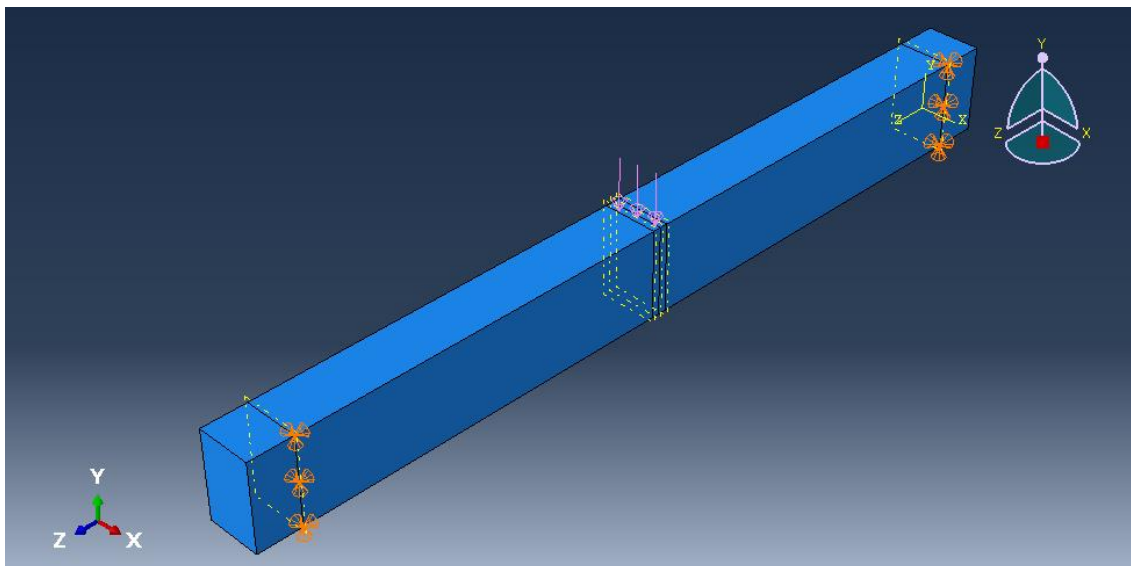
5.1.2.1 Geometría

La viga simplemente apoyada tiene una longitud de 3900 mm, con una sección de 250 mm x 400 mm. Las varillas de acero superior con un área de 461.81 mm² y el acero

inferior con un área de 615.75 mm². Para el área de acero de los estribos se utilizaron varillas de 10mm cada 100 mm.

Figura 29

Geometría de la viga

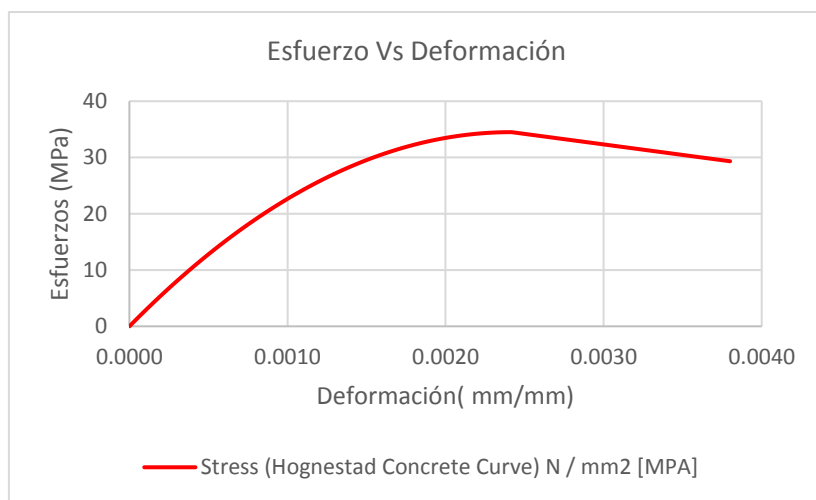
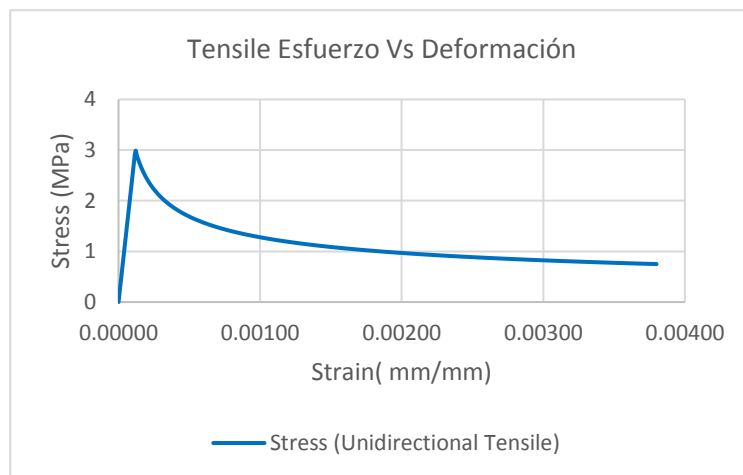


Nota: La figura representa la sección y las dimensiones de la viga

5.1.2.2 Materiales y modelos constitutivos

Concreto a compresión

El modelo constitutivo está basado en el Modelo de Hognestad. La resistencia del concreto es de 34.5 MPa, la densidad de masa del concreto es de 2.4×10^{-5} N/mm³ y el módulo de elasticidad del concreto 27304,68 MPa.

Figura 30*Curva esfuerzo - deformación de concreto a compresión**Nota:* Fuente: El autor**Concreto a tensión****Figura 31***Curva esfuerzo - deformación del concreto a tensión**Nota:* Fuente: El autor

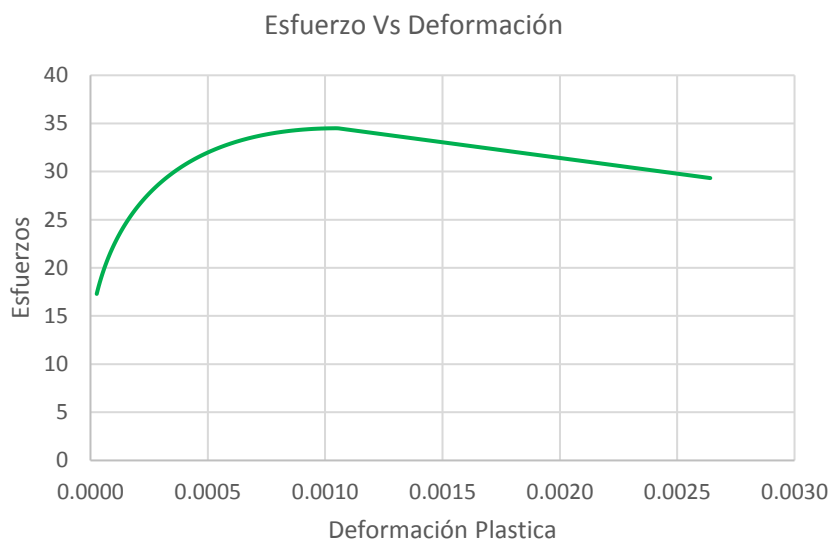
Plasticidad del daño del concreto

En la curva de compresión la gráfica es lineal hasta 17.5 MPa, para modelar la parte no lineal se calculó la deformación plástica usando la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_c - \frac{\varepsilon_c}{E_c} \quad (1)$$

Figura32

Curva esfuerzo - deformación plástica

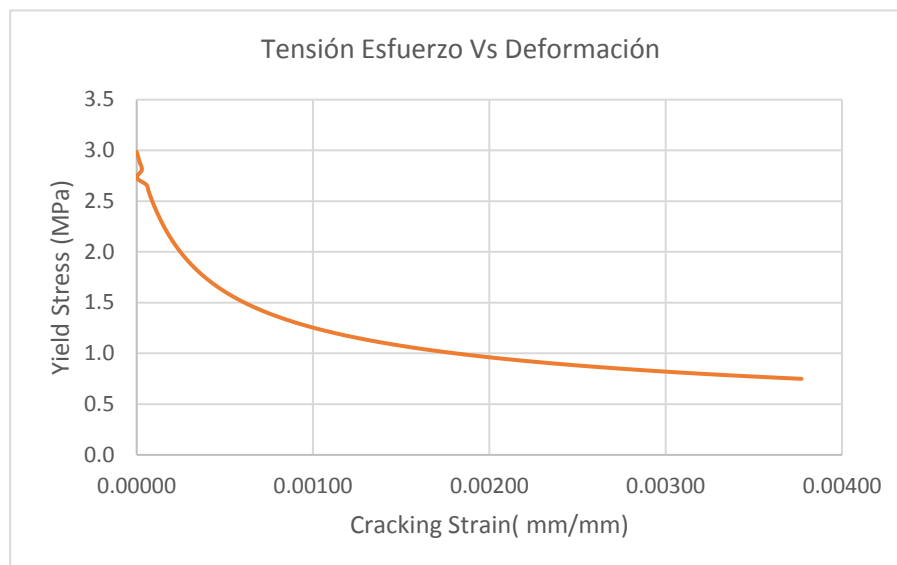


Nota. Fuente: El autor

De la misma manera, se define la deformación por fisuración en la resistencia a la tracción, el concreto permanece lineal hasta el módulo de ruptura $f_r = 3$ Mpa:

Figura 33

Curva esfuerzo a tracción del concreto - deformación plástica

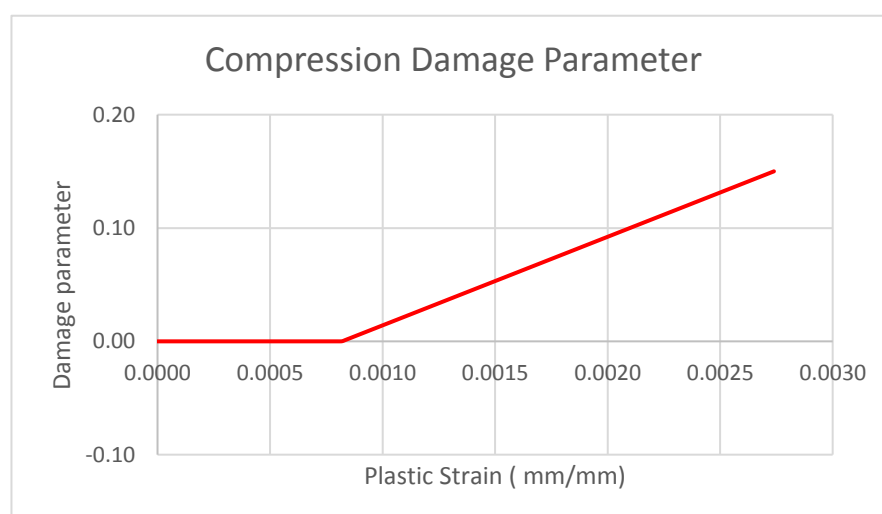


Nota. Fuente: El autor

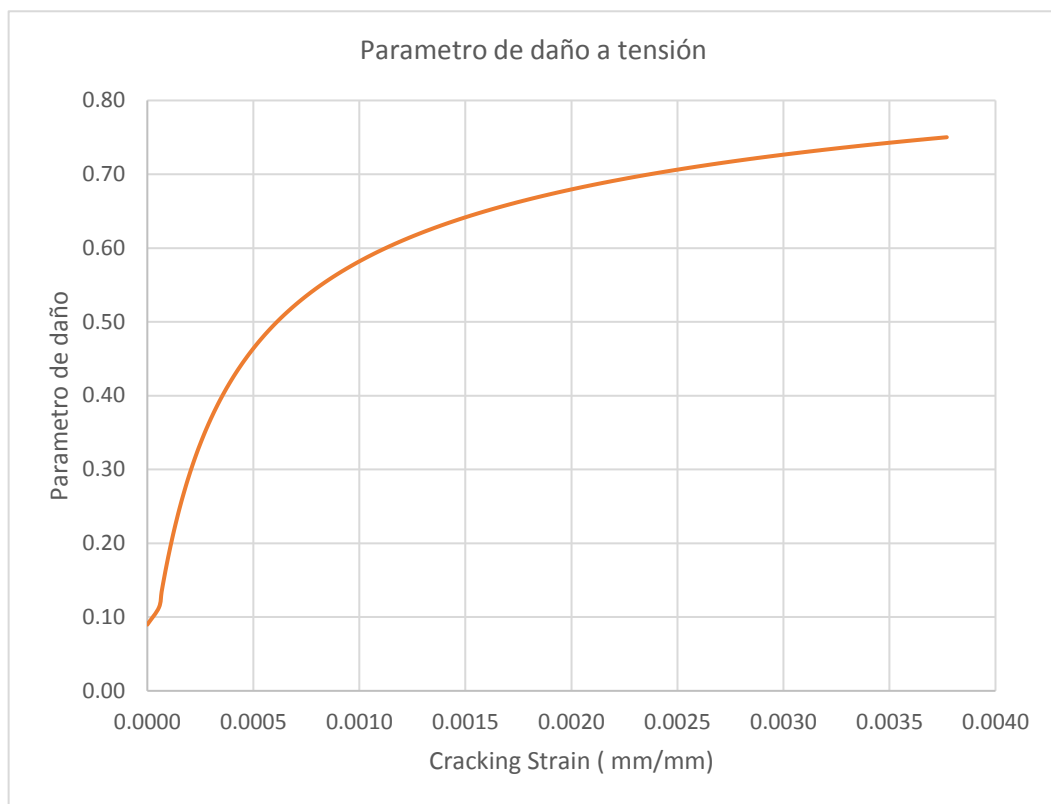
Milad et al. (2017) desarrollan un método simplificado para determinar el parámetro de daño por compresión y tensión. Las siguientes figuras muestran los parámetros de daño del hormigón:

Figura 34

Parámetro de daño a compresión



Nota. Fuente: El autor

Figura 35*Parámetro de daño a tensión*

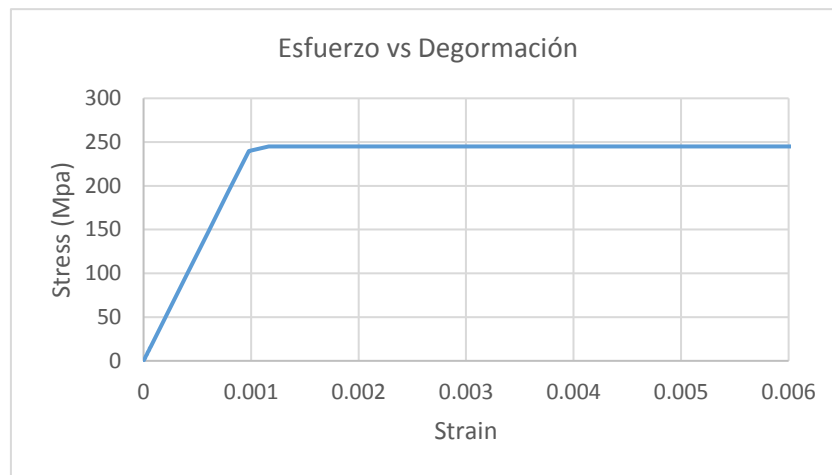
Nota. Fuente: El autor

Acero

Se planteo un modelo bilineal de Park y Paulay (1980) y el material tipo barra con densidad de 7.85×10^{-9} N/mm³ y el módulo de elasticidad de 205939.65 MPa, su resistencia a la fluencia de 420 MPa.

Figura 36

Curva esfuerzo - deformación del acero



Nota. Fuente: El autor

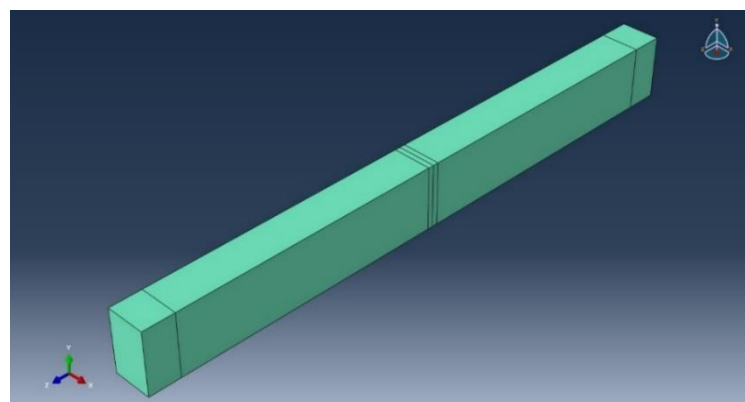
5.1.2.3 Modelo de elementos finitos

Para definir el modelo se crea elementos de hormigón, barras de refuerzo, estribos en diferentes partes y después fueron reunidos.

Viga de concreto

Figura 37

Geometría de la viga creada en el módulo PART

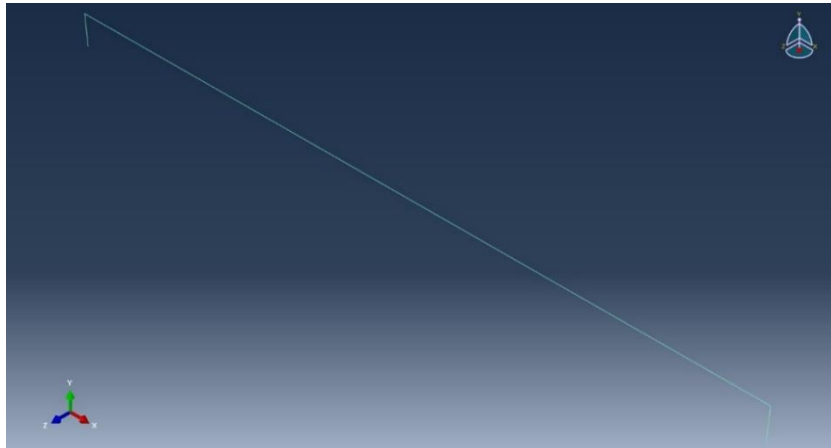


Nota. Fuente: El autor

Barras de refuerzo

Figura 38

Acero de refuerzo creado en el módulo PART

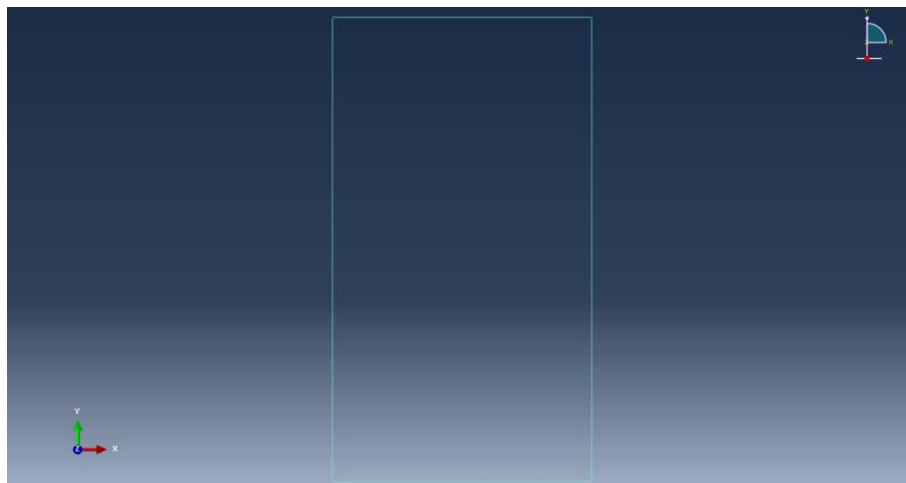


Nota. Fuente: El autor

Estribos

Figura 39

Estribos de acero creadas en el módulo PART



Nota. Fuente: El autor

5.1.2.4 Propiedades

En este módulo se definen los modelos constitutivos y las propiedades de los materiales en ABAQUS. Las figuras 34, 35, 36 y 37 muestran las propiedades del concreto que se establecieron previamente.

Figura 40

Ingreso de propiedades del concreto en el módulo propiedades

Data					
	Dilation Angle	Eccentricity	fb0/fc0	K	Viscosity Parameter
1	36	0.1	1.16	0.667	0.007985

Nota. Fuente: El autor

Concreto

Figura 41

Ingreso de densidad y el módulo de elasticidad del concreto en el módulo PROPERTY

Edit Material

Name: Concreto

Description:

Material Behaviors

- Density
- Elastic
- Concrete Damaged Plasticity
- Concrete Compression Damage
- Concrete Tension Damage

General Mechanical

Density

Distribution: Uniform

Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

Data

	Mass Density
1	2.4E-05

Elastic

Type: Isotropic

Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

Moduli time scale (for viscoelasticity): Long-term

No compression

No tension

Data

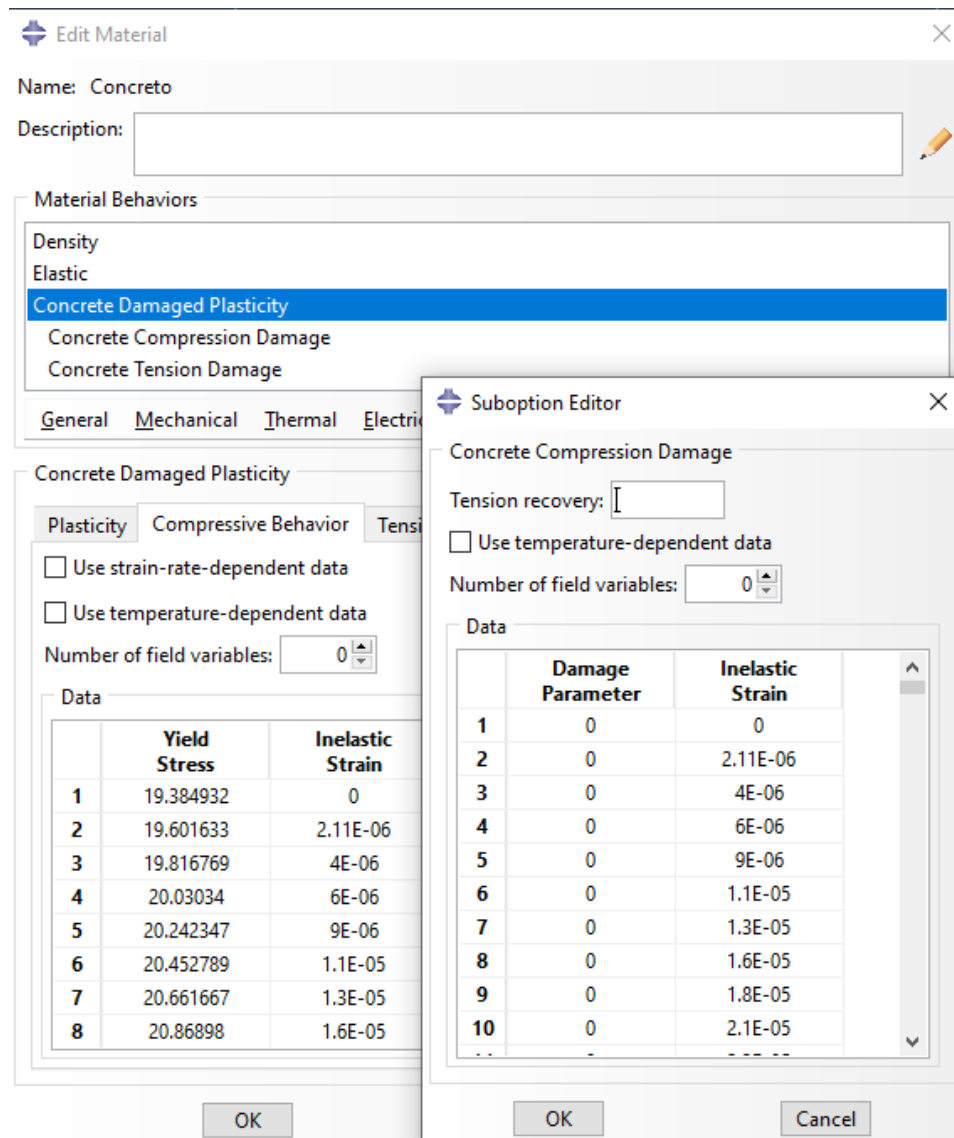
	Young's Modulus	Poisson's Ratio
1	27304.68	0.18

OK Cancel

Nota. Fuente: El autor

Figura 42

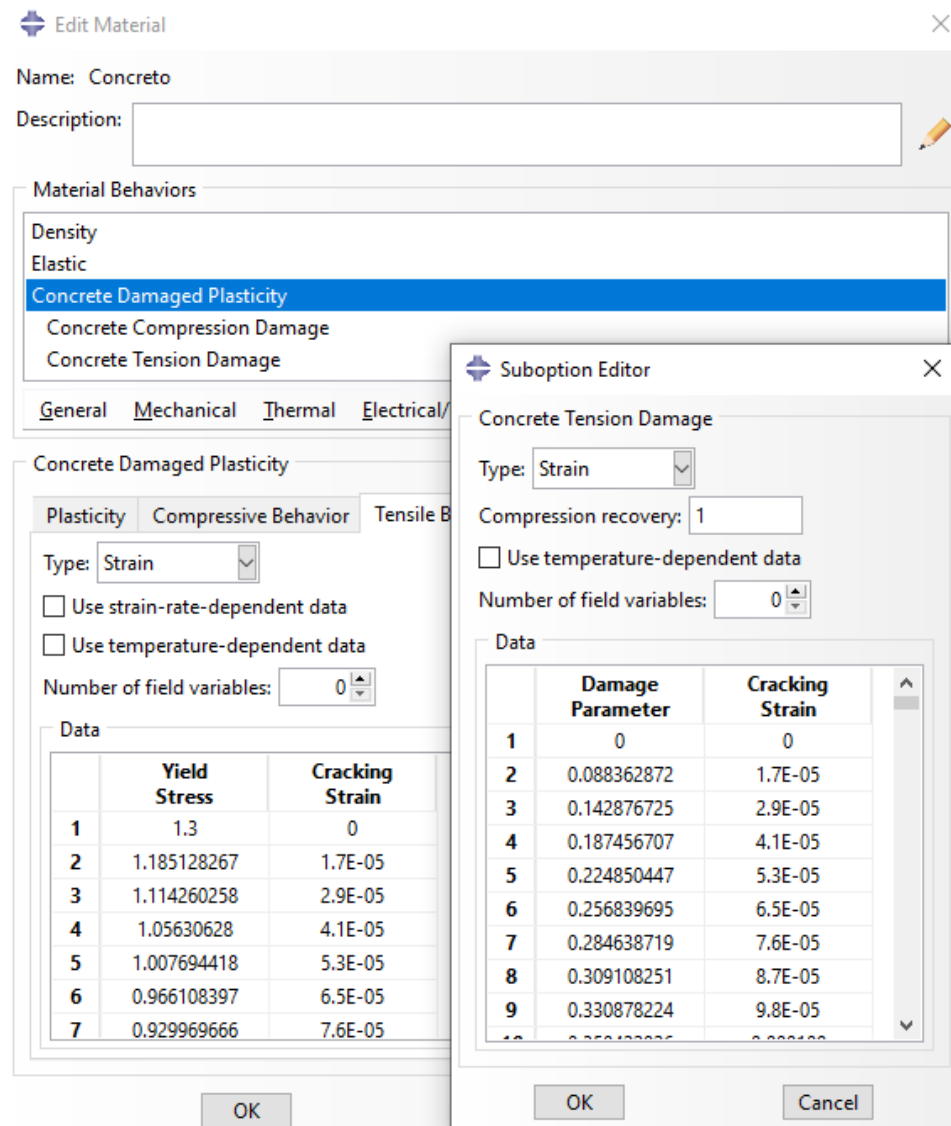
*Ingreso de la plasticidad de daño del concreto en el módulo de PROPERTY –
Comportamiento a compresión*



Nota. Fuente: El autor

Figura 43

Ingreso de plasticidad de daño del concreto en el módulo PROPERTY – Comportamiento a tracción del concreto



Nota. Fuente: El autor

Acero

Las figuras 38 y 39 muestran las propiedades del acero que se definieron previamente.

Figura 44

Ingreso de propiedades del acero de refuerzo

The figure displays two instances of the 'Edit Material' dialog box, side-by-side, showing the configuration for a material named 'Acero'.

Left Screenshot (Density Behavior):

- Name: Acero
- Description: (empty field)
- Material Behaviors: Density (selected), Elastic, Plastic
- General | **Mechanical** | (empty)
- Density:
 - Distribution: Uniform
 - Use temperature-dependent data
 - Number of field variables: (empty)
 - Data table:

	Mass Density
1	7.85E-05

Right Screenshot (Elastic Behavior):

- Name: Acero
- Description: (empty field)
- Material Behaviors: Density, **Elastic** (selected), Plastic
- General | **Mechanical** | Thermal | Electrical/Magnetic | Other
- Elastic:
 - Type: Isotropic
 - Use temperature-dependent data
 - Number of field variables: 0
 - Moduli time scale (for viscoelasticity): Long-term
 - No compression
 - No tension
 - Data table:

	Young's Modulus	Poisson's Ratio
1	205939.65	0.3

Nota. Fuente: El autor

Figura 45

Propiedades plásticas de acero de refuerzo

Edit Material

Name: Acero

Description:

Material Behaviors

Density
Elastic
Plastic

General Mechanical Thermal Electrical/Magnetic Other

Plastic

Use scale stress value: Suboptions

Hardening:

Extrapolation:

Use strain-rate-dependent data

Use temperature-dependent data

Number of field variables:

Data

	Yield Stress	Plastic Strain
1	420	0

OK Cancel

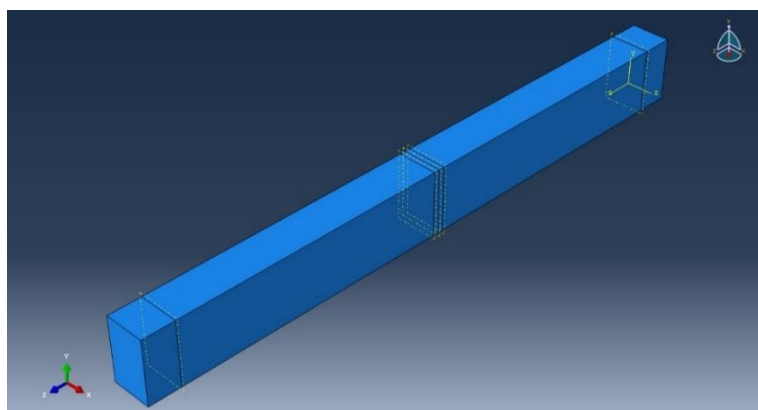
Nota. Fuente: El autor

5.1.2.5 Ensamble

En el módulo de ASSEMBLY, los elementos de hormigón y las barras de acero se dispusieron juntos para formar el marco de hormigón armado a analizar. En la Figura 46 se puede ver la disposición de los elementos de hormigón y la Figura 48 muestra el acero reforzado colocado en los elementos de hormigón.

Figura 46

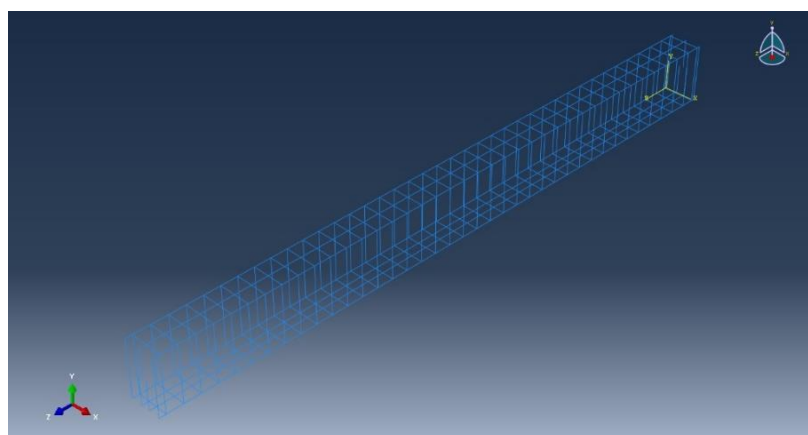
Ensamble de la viga de concreto en módulo ASSEMBLY



Nota. Fuente: El autor

Figura 47

Ensamble del acero en la viga de concreto en el módulo ASSEMBLY



Nota. Fuente: El autor

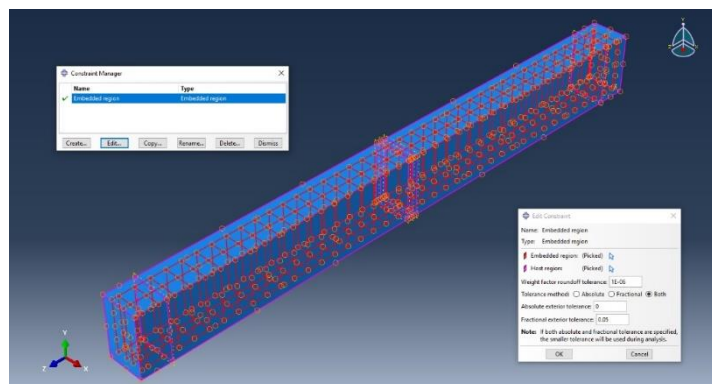
5.1.2.6 Asignación de restricciones

Restricción Embebida

El refuerzo se encuentra embebido en el hormigón y para lograrlo se utiliza la tecnología de ABAQUS en módulo CONSTRAINT

Figura 48

Asignando restricciones en la viga



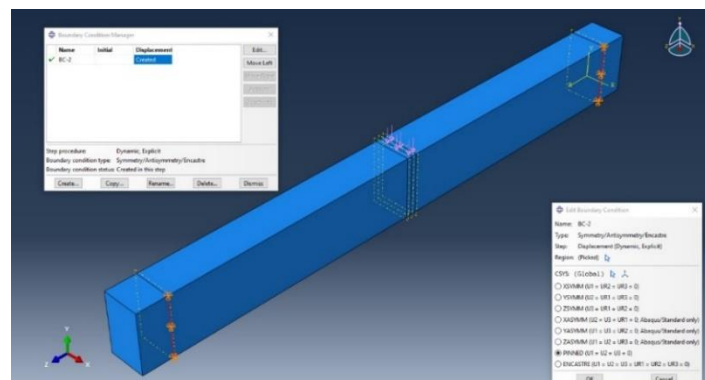
Nota. Fuente: El autor

5.1.2.7 Cargas

Condiciones de contorno

Figura 49

Asignación de restricción en los apoyos en la viga

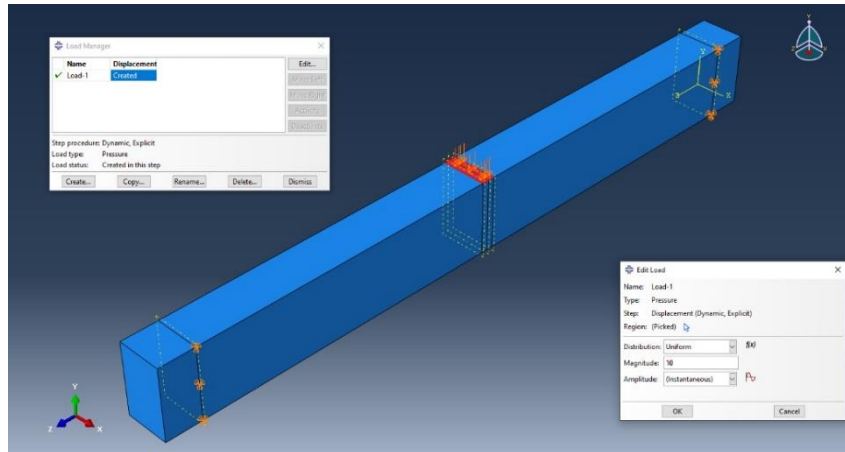


Nota. Fuente: El autor

Administrador de carga

Figura 50

Asignación de la carga puntual en el centro de la viga



Nota. Fuente: El autor

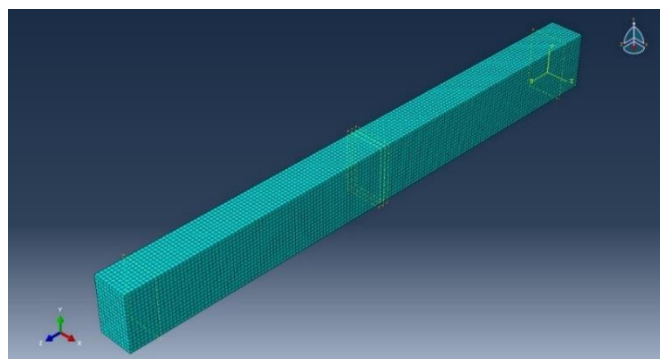
5.1.2.8 Enmallado

Concreto

El tamaño de la malla es de 25 mm y utilizamos un elemento lineal cuadrilátero de tensión 3D, por lo que este elemento tiene 8 nodos y 3 grados de libertad para cada nodo, y utilizamos integración reducida para resolver las ecuaciones (C3D8R).

Figura 51

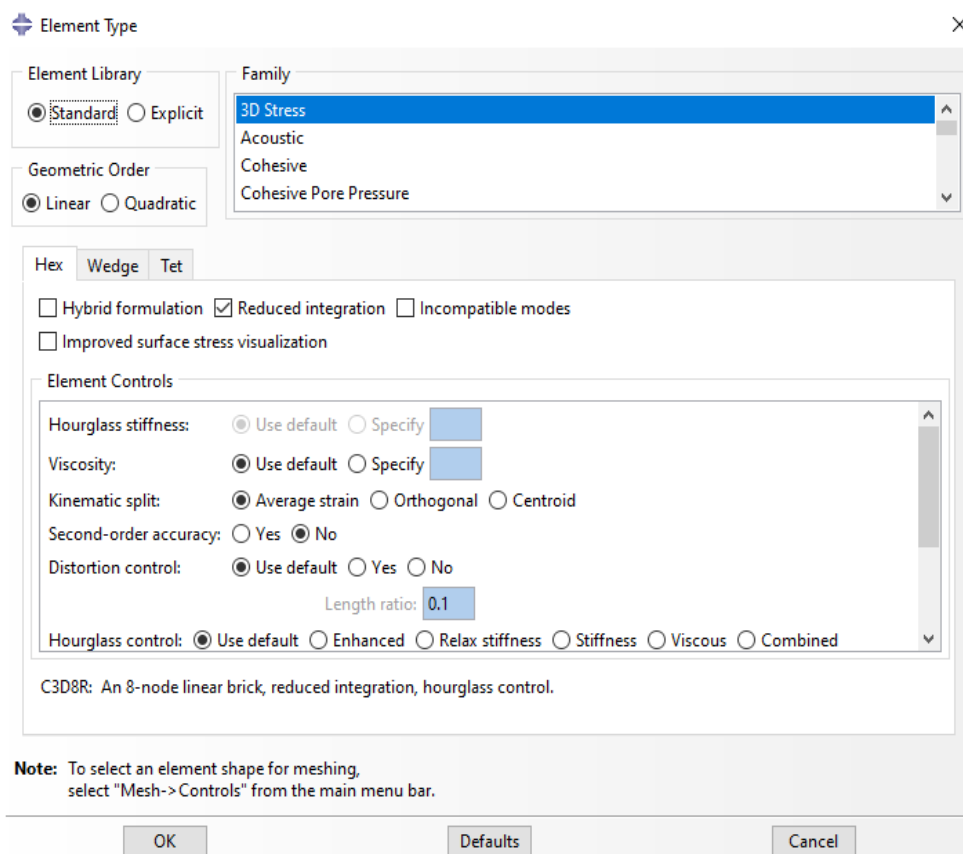
Elemento viga enmallado módulo MESH



Nota. Fuente: El autor

Figura 52

Propiedades del enmallado de la viga



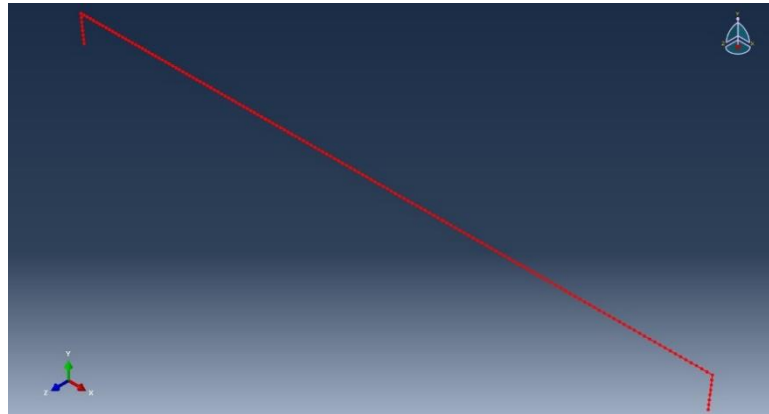
Nota. Fuente: El autor

Acero

El acero se modeló como una armadura 3D, con un tamaño de malla de 25 mm y con un orden geométrico lineal. Debido a que este elemento se modela como una línea con un orden geométrico lineal, cada elemento solo tendrá dos nodos (T3D2).

Figura 53

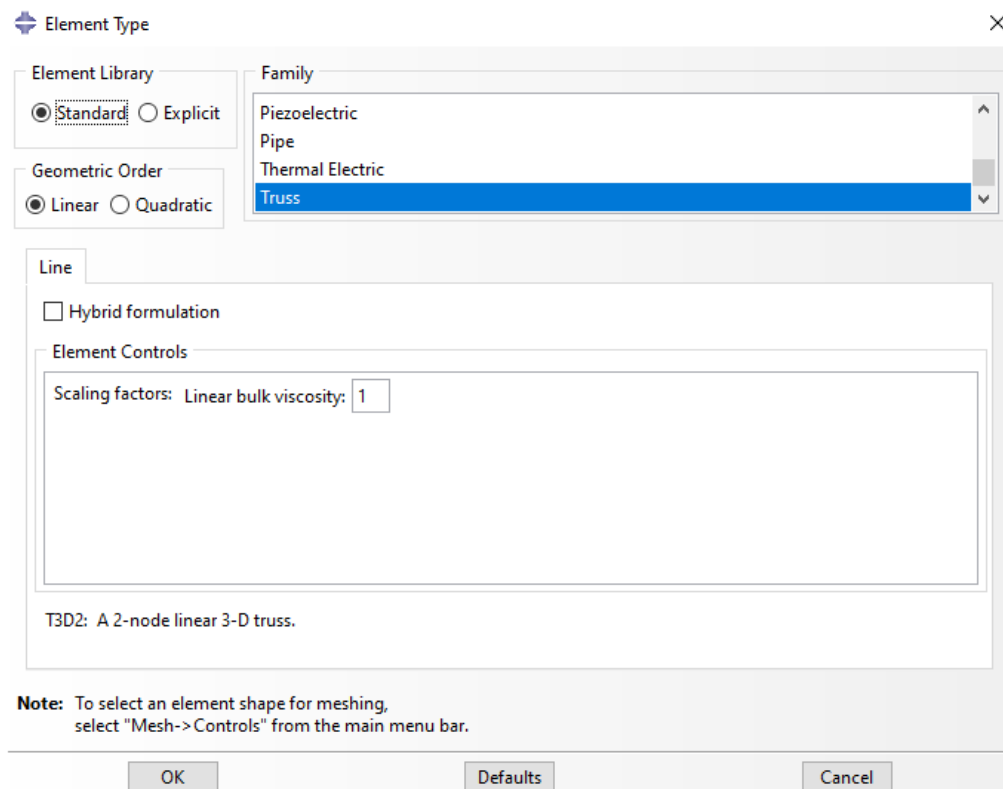
Elemento acero enmallado módulo MESH



Nota. Fuente: El autor

Figura 54

Propiedades del enmallado del acero

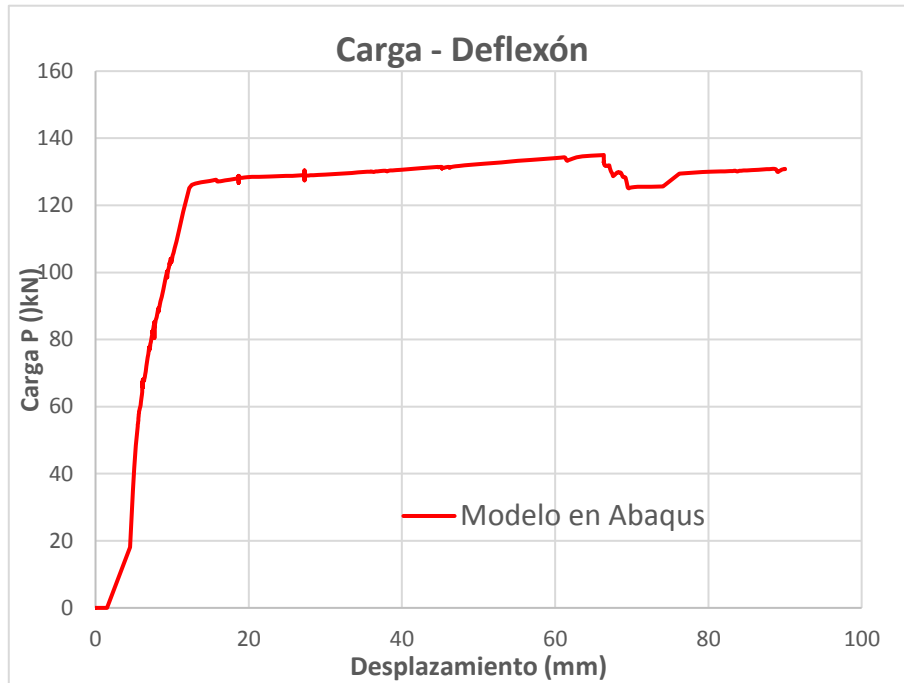


Nota. Fuente: El autor

5.1.2.9 Resultados Obtenidos de la Simulación en ABAQUS

Figura 55

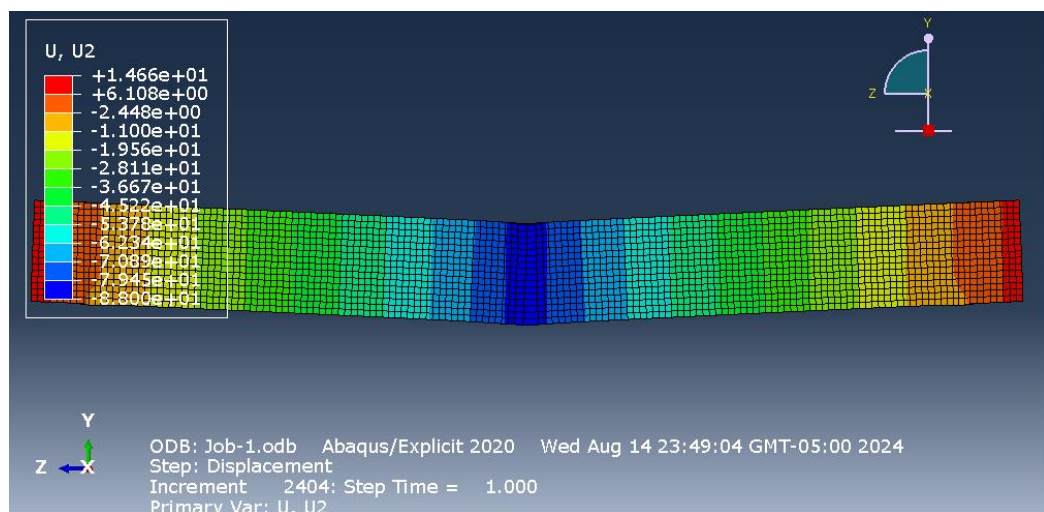
Curva carga - Desplazamiento obtenido de ABAQUS



Nota. Fuente: El autor

Figura 56

Desplazamiento de la viga en ABAQUS



Nota. Fuente: El autor

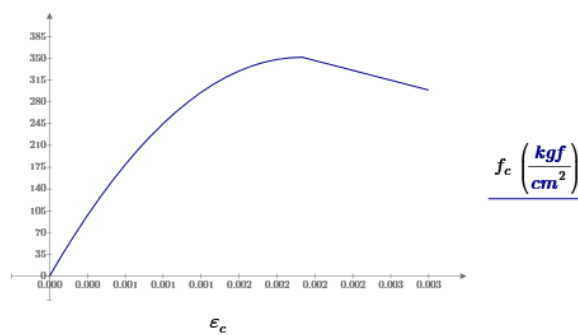
5.1.3 Método de Diagrama momento curvatura de la viga 1

Para poder realizar este método debemos conocer las dimensiones de la sección, el área de refuerzo de acero a tracción y compresión, el área del refuerzo transversal, la resistencia a la compresión del concreto, el módulo de elasticidad tanto del concreto y acero, la resistencia a la fluencia del acero y elegir el modelo constitutivo para el concreto y acero en el rango no lineal.

5.1.3.1 Concreto a compresión

Figura 57

Curva esfuerzo deformación del concreto según Hognestad

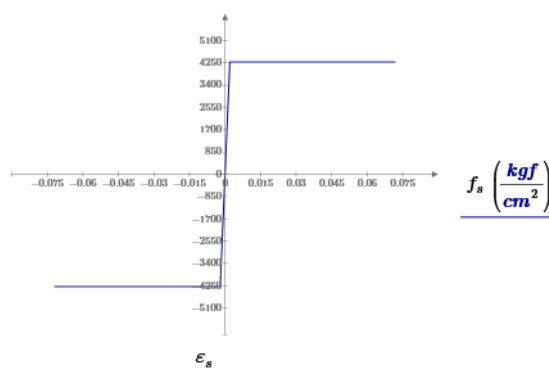


Nota. Fuente: El autor

5.1.3.2 Acero

Figura 58

Se planteo un modelo bilineal



Nota. Fuente: El autor

5.1.3.3 Ecuaciones de las fuerzas

Figura 59

Ecuaciones de equilibrio para el Modelo de Hognestad del concreto a compresión

$$C_s(c) := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1..n_{filas_c} - 1 \\ \left\| j_i \leftarrow A'_s \cdot \max \left(E_s \cdot \varepsilon_{c_i} \cdot \left(\frac{d' - c}{c} \right), -f_y \right) \right\| \\ j \end{array} \right\| \right\| \quad T_s(c) := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1..n_{filas_c} - 1 \\ \left\| j_i \leftarrow A_s \cdot \min \left(E_s \cdot \varepsilon_{c_i} \cdot \left(\frac{d - c}{c} \right), f_y \right) \right\| \\ j \end{array} \right\| \right\|$$

$$C_c(c) := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1..n_{filas_c} - 1 \\ \left\| j_i \leftarrow \alpha_i \cdot f'_c \cdot b \cdot c \right\| \\ j \end{array} \right\| \right\| \quad |T_s(c) - C_c(c) + C_s(c)| = 0$$

Nota. Fuente: El autor

5.1.3.4 Cálculo del valor de c distancia al eje neutro

Figura 60

Bucle para determinar "C"

```

c :=
  for i ∈ 0, 1..n_filas_c - 1
    if ε_c_i = 0
      j_i ← 0 cm
    else
      c ← 1 cm
      while |A_s · min(E_s · ε_c_i · (d - c) / c, f_y) + A'_s · max(E_s · ε_c_i · (d' - c) / c, -f_y) - α_i · f'_c · b · c| > 0.001 tonnef
        c ← c + 0.001 mm
      j_i ← c
  j

```

0.000
8.472
8.528
8.585
8.643
8.702
8.762
8.574
7.667
6.991
6.474
6.069
5.747
5.487
5.275
5.101
4.957
4.837
4.737
4.653
4.584
4.527
4.482
4.446
4.418
4.396
4.378
4.365
4.356
4.349
4.345

Nota. Fuente: El autor

5.1.3.5 Cálculo de las deformaciones en el acero a tracción y compresión

Figura 61

Deformación en acero a tracción

$$\varepsilon_s := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{filas_c} - 1 \\ \quad \text{if } \varepsilon_{c_i} = 0 \\ \quad \quad j_i \leftarrow 0 \\ \quad \text{else} \\ \quad \quad j_i \leftarrow \varepsilon_{c_i} \cdot \left(\frac{d - c_i}{c_i} \right) \end{array} = \begin{array}{l} 0.0000 \\ 0.0003 \\ 0.0006 \\ 0.0009 \\ 0.0012 \\ 0.0015 \\ 0.0018 \\ 0.0022 \\ 0.0029 \\ 0.0036 \\ 0.0045 \\ 0.0053 \\ \vdots \end{array}$$

Nota. Fuente: El autor

Figura 62

Deformación en acero a compresión

$$\varepsilon'_s := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{filas_c} - 1 \\ \quad \text{if } A'_s = 0 \text{ cm}^2 \\ \quad \quad j_i \leftarrow 0 \\ \quad \text{else if } \varepsilon_{c_i} = 0 \\ \quad \quad j_i \leftarrow 0 \\ \quad \text{else} \\ \quad \quad j_i \leftarrow \varepsilon_{c_i} \cdot \left(\frac{d' - c_i}{c_i} \right) \end{array} = \begin{array}{l} 0.000000 \\ -0.000045 \\ -0.000090 \\ -0.000136 \\ -0.000182 \\ -0.000230 \\ -0.000278 \\ -0.000316 \\ -0.000310 \\ -0.000295 \\ -0.000274 \\ -0.000248 \\ \vdots \end{array}$$

Nota. Fuente: El autor

5.1.3.6 Cálculo de los esfuerzos en el acero y el concreto

Figura 63

Esfuerzos en el acero a compresión

$$f'_s := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{\text{filas}_c} - 1 \\ \quad \text{if } -\varepsilon_y \leq \varepsilon'_{s_i} \leq 0 \\ \quad \quad j_i \leftarrow E_s \cdot \varepsilon'_{s_i} \\ \quad \text{else} \\ \quad \quad j_i \leftarrow -f_y \\ \quad \quad \vdots \\ j \end{array} = \begin{array}{l} 0 \\ -93.499 \\ -188.524 \\ -285.084 \\ -383.193 \\ -482.876 \\ -584.15 \\ -664.154 \\ -650.185 \\ -619.421 \\ -575.346 \\ -521.014 \\ \vdots \end{array} \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Nota. Fuente: El autor

Figura 64

Esfuerzos en el acero a tracción

$$f_s := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{\text{filas}_c} - 1 \\ \quad \text{if } 0 \leq \varepsilon_{s_i} \leq \varepsilon_y \\ \quad \quad j_i \leftarrow E_s \cdot \varepsilon_{s_i} \\ \quad \text{else} \\ \quad \quad j_i \leftarrow f_y \\ \quad \quad \vdots \\ j \end{array} = \begin{array}{l} 0 \\ 665 \\ 1318.529 \\ 1960.539 \\ 2590.912 \\ 3209.464 \\ 3816.065 \\ 4282.808 \\ 4282.808 \\ 4282.808 \\ 4282.808 \\ 4282.808 \\ \vdots \end{array} \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Nota. Fuente: El autor

Figura 65

Esfuerzos en el concreto

$$f_c := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{\text{filas}_c} - 1 \\ \quad \text{if } 0 \leq \varepsilon_{c_i} \leq \varepsilon_{co} \\ \quad \quad j_i \leftarrow f'_c \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{c_i}}{\varepsilon_{co}} - \left(\frac{\varepsilon_{c_i}}{\varepsilon_{co}} \right)^2 \right) \\ \quad \quad \text{else} \\ \quad \quad j_i \leftarrow f'_c - 0.15 \cdot f'_c \cdot \left(\frac{\varepsilon_{c_i} - \varepsilon_{co}}{\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{co}} \right) \\ j \end{array} = \begin{array}{l} 0.000 \\ 34.301 \\ 66.842 \\ 97.625 \\ 126.649 \\ 153.913 \\ 179.419 \\ 203.166 \\ 225.153 \\ 245.382 \\ 263.852 \\ 280.562 \\ \vdots \end{array} \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Nota. Fuente: El autor

5.1.3.7 Cálculo de las fuerzas en el acero y concreto

Figura 66

Fuerzas en el acero a compresión

$$C_s := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{\text{filas}_c} - 1 \\ \quad j_i \leftarrow A'_s \cdot f'_{s_i} \\ j \end{array} = \begin{array}{l} 0.000 \\ -0.432 \\ -0.871 \\ -1.317 \\ -1.770 \\ -2.231 \\ -2.699 \\ -3.068 \\ -3.004 \\ -2.862 \\ -2.658 \\ -2.407 \\ \vdots \end{array} \text{tonnef}$$

Nota. Fuente: El autor

Figura 67*Fuerzas en el acero a tracción*

$$T_s := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{\text{filas}_c} - 1 \\ \quad \left\| \begin{array}{l} j_i \leftarrow A_s \cdot f_{s_i} \\ j \end{array} \right. \\ \left. \right\| \end{array} = \begin{array}{l} 0.000 \\ 4.096 \\ 8.122 \\ 12.077 \\ 15.960 \\ 19.770 \\ 23.507 \\ 26.382 \\ 26.382 \\ 26.382 \\ 26.382 \\ 26.382 \\ \vdots \end{array} \text{ tonnef}$$

Nota. Fuente: El autor**Figura 68***Fuerzas en el concreto a compresión*

$$C_c := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{\text{filas}_c} - 1 \\ \quad \left\| \begin{array}{l} j_i \leftarrow \alpha_i \cdot f'_c \cdot b \cdot c_i \\ j \end{array} \right. \\ \left. \right\| \end{array} = \begin{array}{l} 0.000 \\ 3.663 \\ 7.250 \\ 10.759 \\ 14.189 \\ 17.539 \\ 20.808 \\ 23.313 \\ 23.378 \\ 23.519 \\ 23.723 \\ 23.974 \\ \vdots \end{array} \text{ tonnef}$$

Nota. Fuente: El autor

Figura 69

Cálculo de las curvaturas de la viga

$$\phi := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 0, 1..n_{filas_c} - 1 \\ \quad \text{if } c_i = 0 \text{ cm} \\ \quad \quad j_i \leftarrow \frac{0}{m} \\ \quad \text{else} \\ \quad \quad \quad \varepsilon_{c_i} \\ \quad \quad \quad j_i \leftarrow \frac{\varepsilon_{c_i}}{c_i} \\ j \end{array} = \begin{array}{|l} 0.00000 \\ 0.00118 \\ 0.00235 \\ 0.00349 \\ 0.00463 \\ 0.00575 \\ 0.00685 \\ 0.00816 \\ 0.01043 \\ 0.01287 \\ 0.01545 \\ 0.01813 \\ 0.02088 \\ 0.02369 \\ \vdots \end{array} \frac{1}{m}$$

Nota. Fuente: El autor

Figura 70

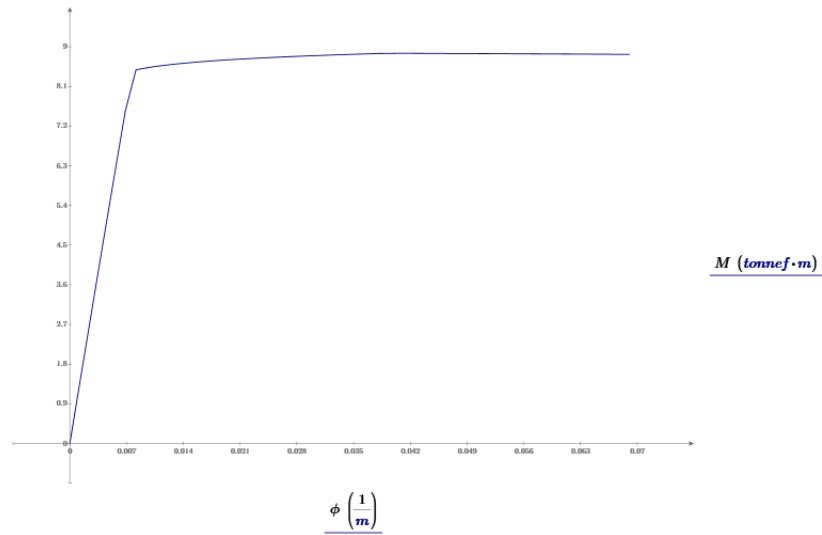
Cálculo de los momentos de la viga

$$M := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 0, 1..n_{filas_c} - 1 \\ \quad j_i \leftarrow C_{c_i} \cdot \gamma_{c_i} + C_{s_i} \cdot (d' - c_i) + T_{s_i} \cdot (d - c_i) \\ j \end{array} = \begin{array}{|l} 0.000 \\ 1.322 \\ 2.618 \\ 3.889 \\ 5.135 \\ 6.354 \\ 7.546 \\ 8.480 \\ 8.551 \\ 8.606 \\ 8.650 \\ 8.688 \\ 8.719 \\ \vdots \end{array} \text{tonnef} \cdot m$$

Nota. Fuente: El autor

Figura 71

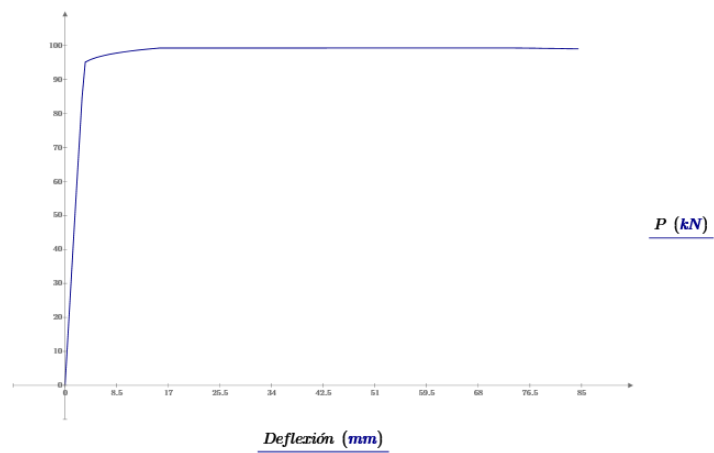
Grafica del diagrama momento curvatura de la viga



Nota. Fuente: El autor

Figura 72

Grafica carga - desplazamiento



Nota. Fuente: El autor

5.2 Resultados de la viga 2

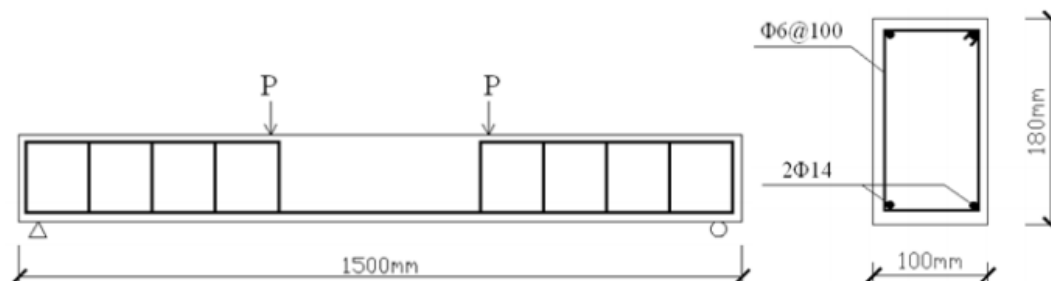
5.2.1 Ensayo Experimental de la viga 2

5.2.1.1 Datos de la Sección Ensayada Experimentalmente

Las muestras ensayadas corresponden a una viga de sección transversal doblemente armadas, el cual tiene dimensiones de 0.10 m de peralte y 0.18 m de ancho y una longitud de 1.50 m, con una distancia entre apoyos de 1.10 m. Diseñada para una falla controlada por tracción, utilizando como refuerzo interior de la viga, área de acero en tracción $2\Phi 14\text{mm}$ y acero en compresión de $2\Phi 14\text{mm}$, y la distribución de estribos $1\Phi 6$ mm @ 10 cm. Si tiene el mismo confinamiento transversal tal como se ve en la figura.

Figura 73

Vista frontal de la viga de ensayo



Nota: Adaptado de Comportamiento a flexión de vigas (p.2), por Sihua, Ze, & Li, (2015), ICISMME

5.2.1.2 Ensayo experimental

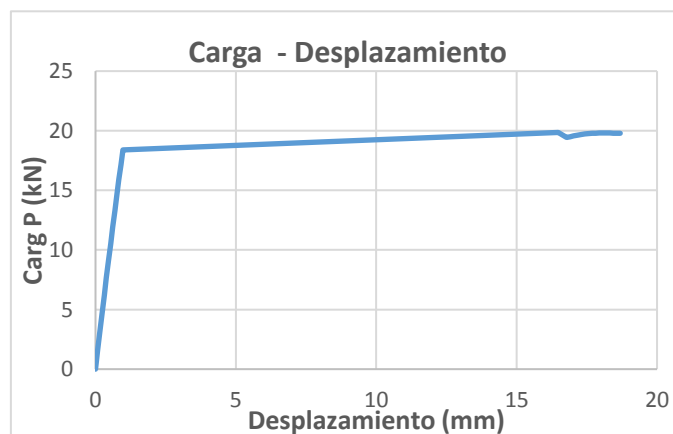
Se presentan resultados experimentales por Sihua et al. (2015) en la respuesta de una viga de concreto armado frente a una carga puntual a los tercios de la viga, se realizara el uso de resultados experimentales para desarrollar un análisis comparativo usando el diagrama momento curvatura y método de elementos finitos. Se grafica las curvas esfuerzo deformación para el concreto y acero. Despues se realiza un modelamiento de la sección de la viga de concreto armado, se asigna una carga puntual a los tercios de la viga. Se hara el discretizado mediante el uso del método de elementos finitos, por eso el modelo sera representado en ABAQUS y se ejecutará bajo un análisis comparativo de desplazamientos, resistencia y ductilidad. Los resultados obtenidos por ABAQUS y el diagrama momento curvatura serán comparados con los obtenidos experimentalmente por (Sihua et al., 2015).

5.2.1.3 Resultados obtenidos

Resultados experimentales obtenidos por Sihua et al. (2015). Se visualiza la respuesta de la viga ensayada con carga puntual a los tercios de la viga:

Figura 74

Curva carga - desplazamiento del ensayo experimental



Nota: La curva carga – desplazamiento se Sihua et al. 2015

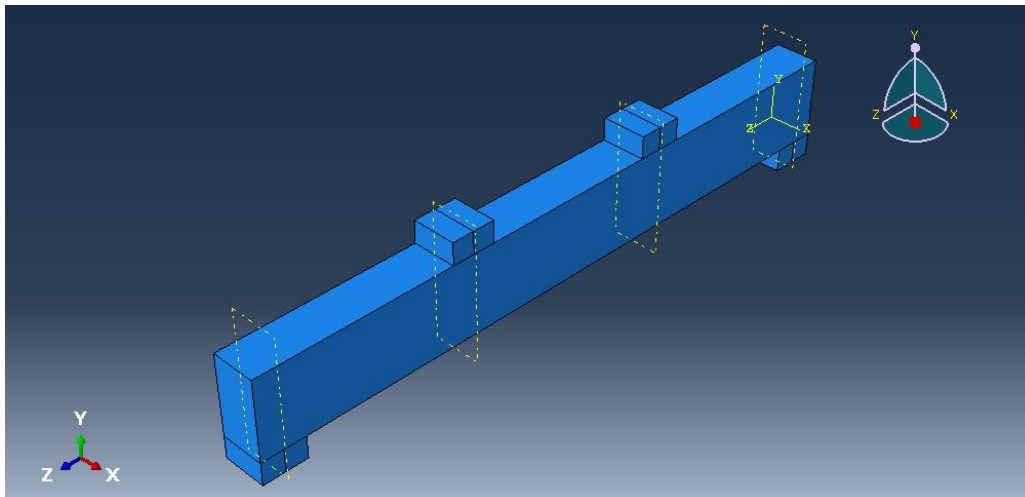
5.2.2 Método de elementos finitos ABAQUS de la viga 2

5.2.2.1 Geometría

La viga simplemente apoyada tiene una longitud de 1500 mm, con una sección de 100 mm x 180 mm. Las varillas de acero superior con un área de 307.88 mm² y el acero superior con un área de 307.88 mm². Para el área de acero de los estribos se utilizaron varillas de 6 mm cada 100 mm.

Figura 75

Geometría de la viga



Nota: La figura representa la sección y las dimensiones de la viga

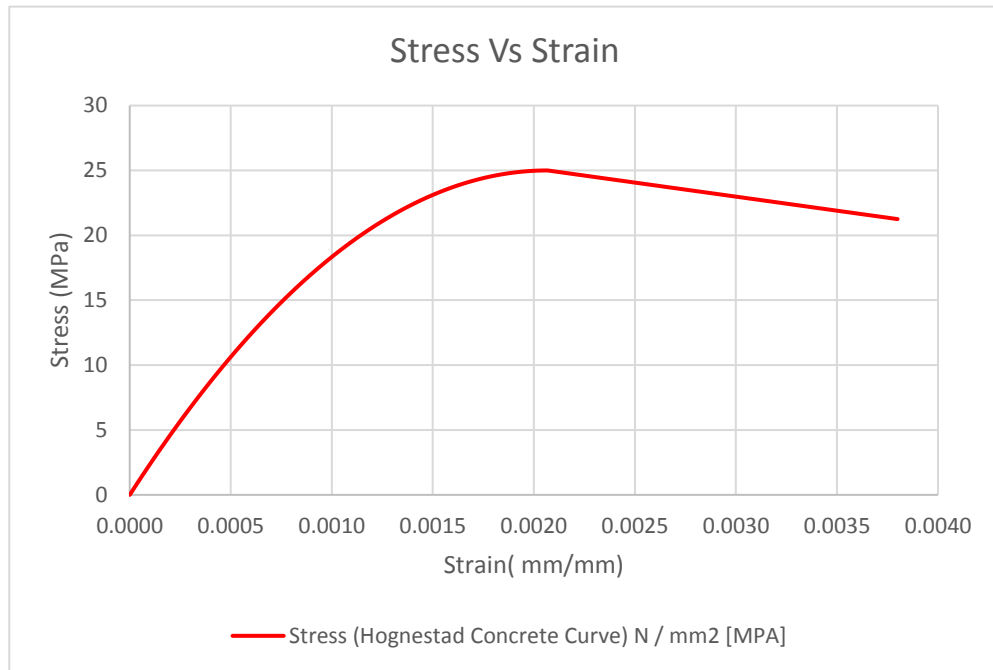
5.2.2.2 Materiales y modelos constitutivos

Concreto a compresión

El modelo constitutivo está basado en el Modelo de Hognestad. La resistencia del concreto es de 25 MPa, la densidad de masa del concreto es de 2.4×10^{-5} N/mm³ y el módulo de elasticidad del concreto 27304,68 MPa.

Figura 76

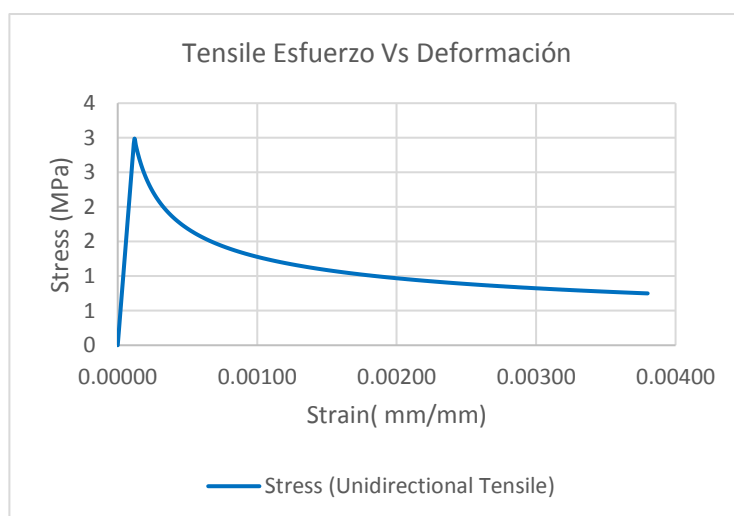
Curva esfuerzo - deformación de concreto a compresión



Nota. Fuente: El autor

Figura 77

Curva esfuerzo - deformación del concreto a tensión



Nota. Fuente: El autor

Plasticidad del daño del concreto

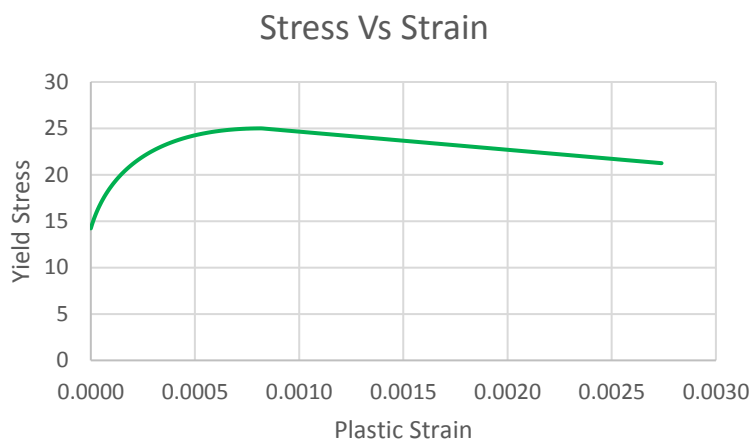
En la curva de compresión la gráfica es lineal hasta 13.8 MPa, para modelar la parte no lineal se calculó la deformación plástica usando la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_c - \frac{\varepsilon_c}{E_c}$$

(37)

Figura 78

Curva esfuerzo - deformación plástica

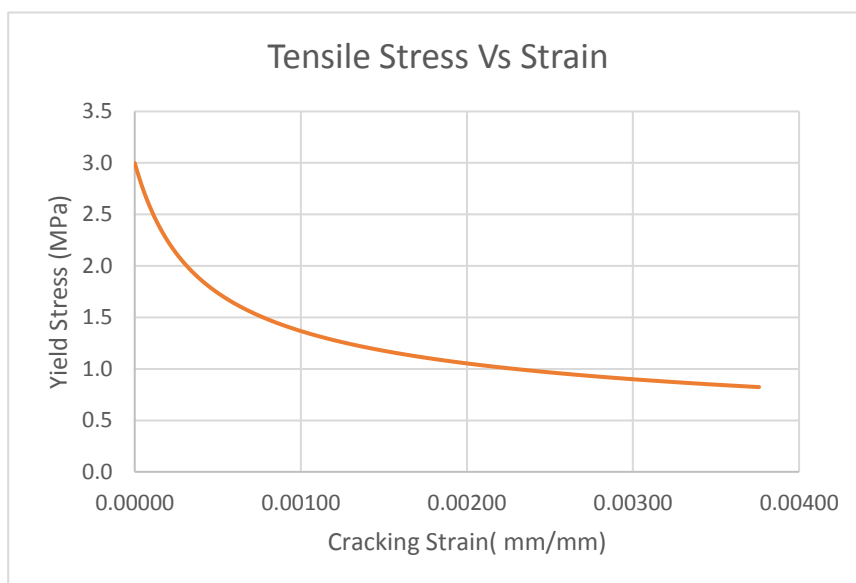


Nota. Fuente: El autor

De la misma manera, se define la deformación por fisuración en la resistencia a la tracción, el concreto permanece lineal hasta el módulo de ruptura $f_r = 3 \text{ Mpa}$:

Figura 79

Curva esfuerzo a tracción del concreto - deformación plástica

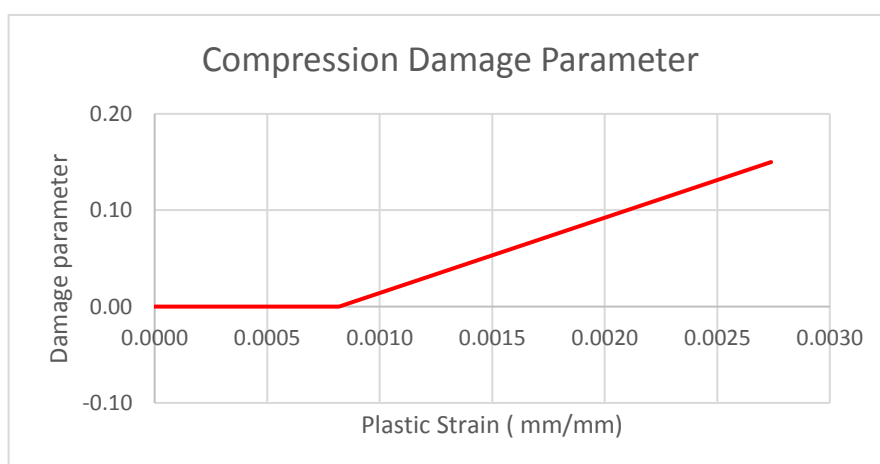


Nota. Fuente: El autor

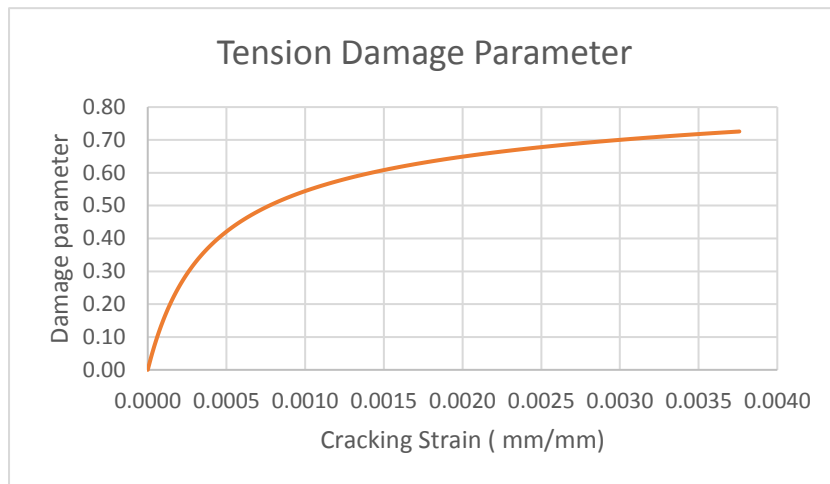
Milad et al. (2017) desarrollan un método simplificado para determinar el parámetro de daño por compresión y tensión. Las siguientes figuras muestran los parámetros de daño del hormigón:

Figura 80

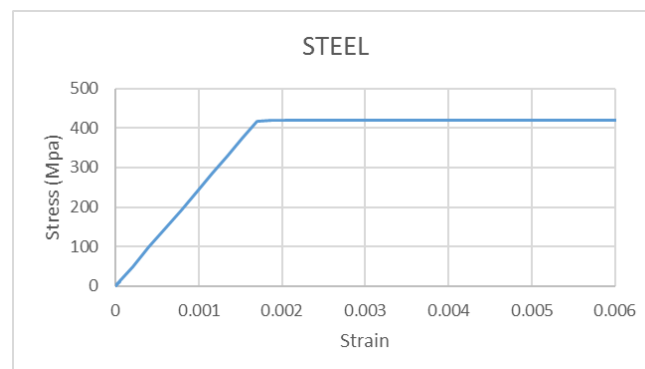
Parámetro de daño a compresión



Nota. Fuente: El autor

Figura 81*Parámetro de daño a tensión**Nota.* Fuente: El autor**Acero**

Se planteo un modelo bilineal de (Park & Paulay,1980), y el material tipo barra con densidad de 7.85×10^{-5} N/mm³ y el módulo de elasticidad de 245000.00 MPa, su resistencia a la fluencia de 420 MPa.

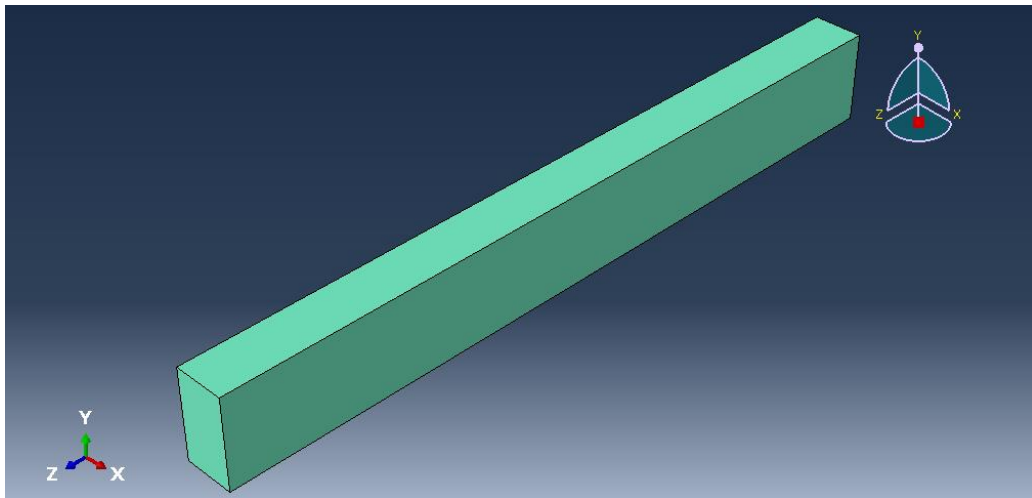
Figura 82*Curva esfuerzo - deformación del acero**Nota.* Fuente: El autor

5.2.2.3 Modelo de elementos finitos

Para definir el modelo se crea elementos de hormigón, barras de refuerzo, estribos, soportes en diferentes partes y después fueron reunidos.

Figura 83

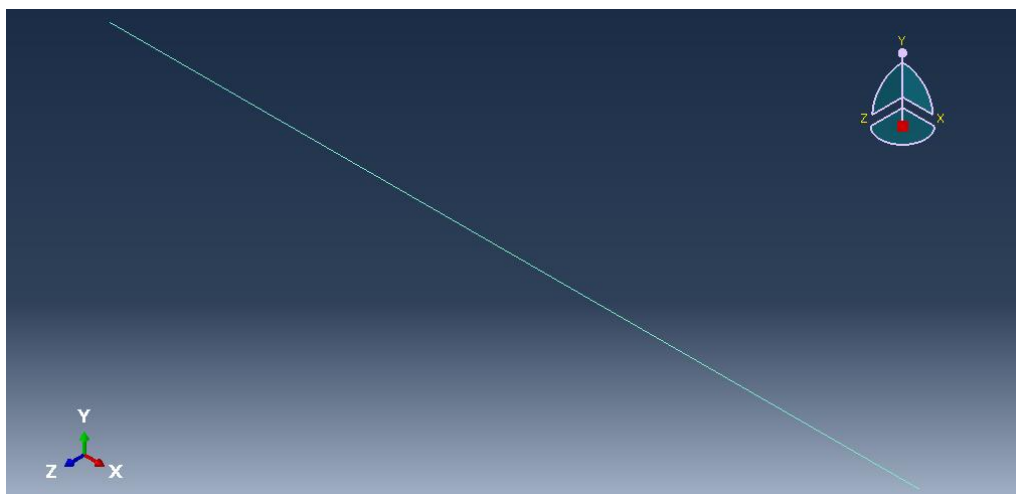
Viga de concreto



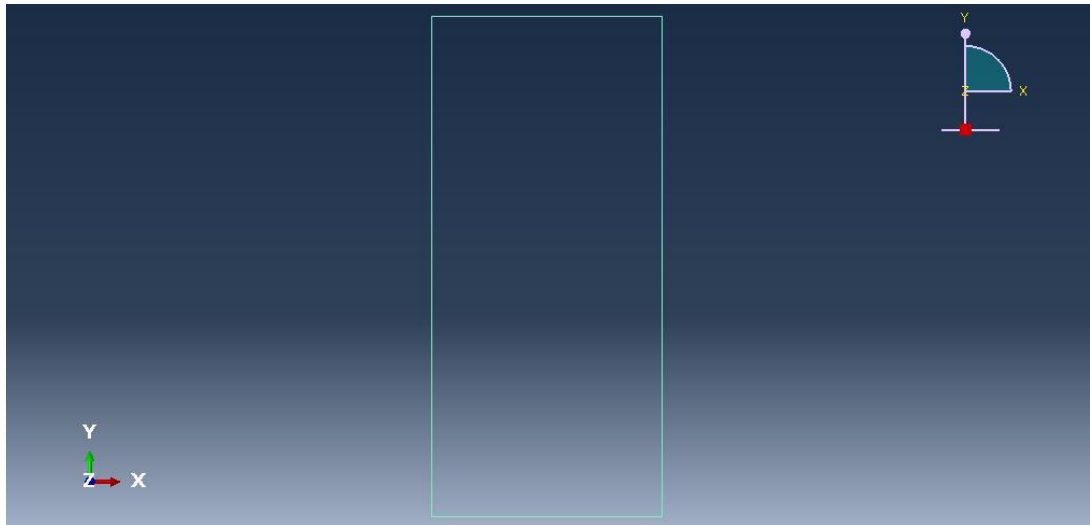
Nota. Fuente: El autor

Figura 84

Barras de refuerzo



Nota. Fuente: El autor

Figura 85*Estribos**Nota.* Fuente: El autor**5.2.2.4 Propiedades**

En este módulo se definen los modelos constitutivos y las propiedades de los materiales en ABAQUS. Las figuras 76 y 77 muestran las propiedades del concreto que se establecieron previamente.

Figura 86*Parámetros del concreto*

Data					
	Dilation Angle	Eccentricity	f_{b0}/f_{c0}	K	Viscosity Parameter
1	36	0.1	1.16	0.667	0.007985

Nota. Fuente: El autor

Figura 87

Concreto propiedades

Name: Concreto

Description:

Material Behaviors

- Density
- Elastic
- Concrete Damaged Plasticity
 - Concrete Compression Damage
 - Concrete Tension Damage

General Mechanical Thermal Electrical/Magnetic Other

Density

Distribution: Uniform Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

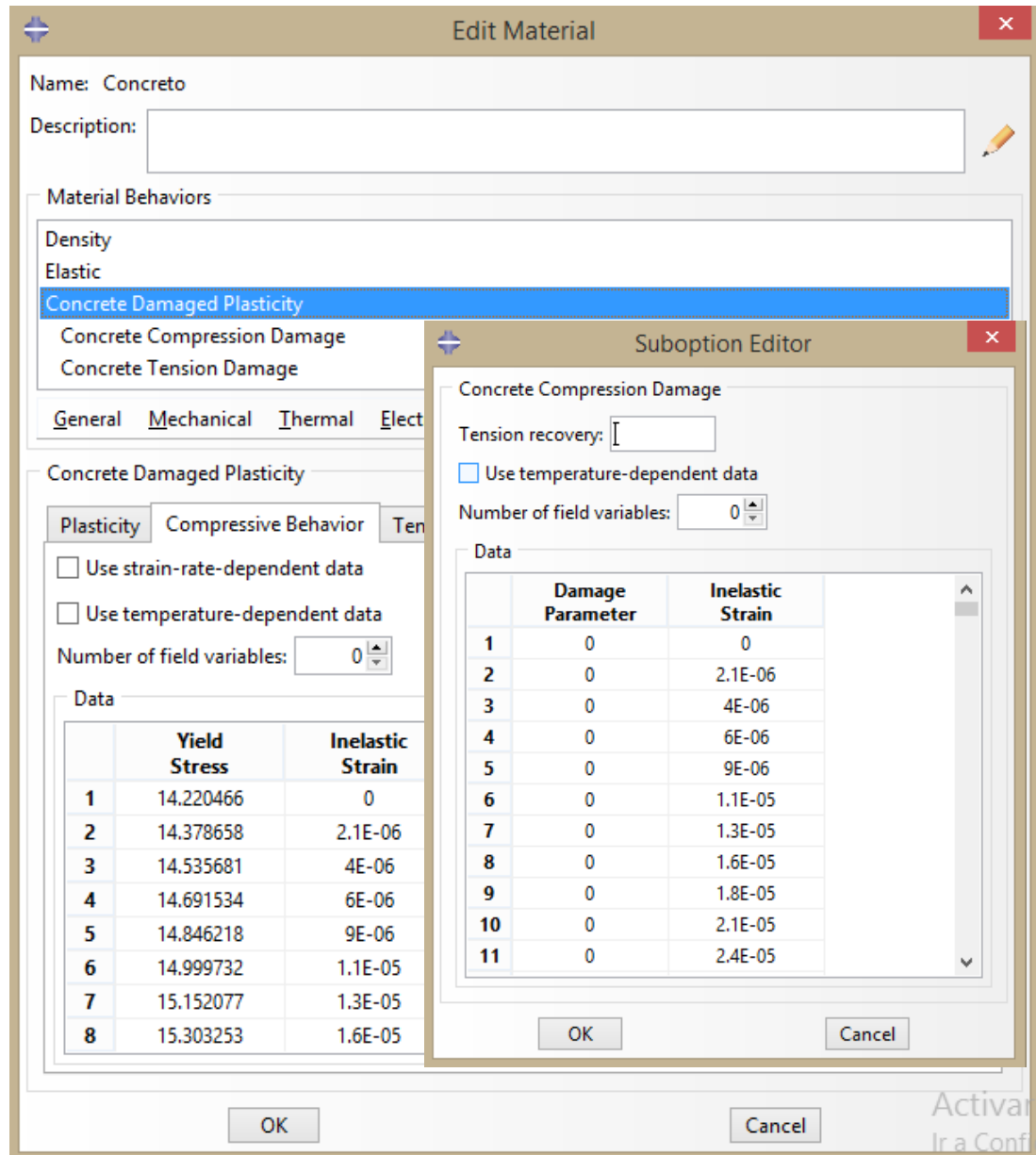
	Mass Density
1	2.4E-09

OK Cancel

Nota. Fuente: Tabla de Plasticidad de daño del concreto - Comportamiento a compresión.

Figura 88

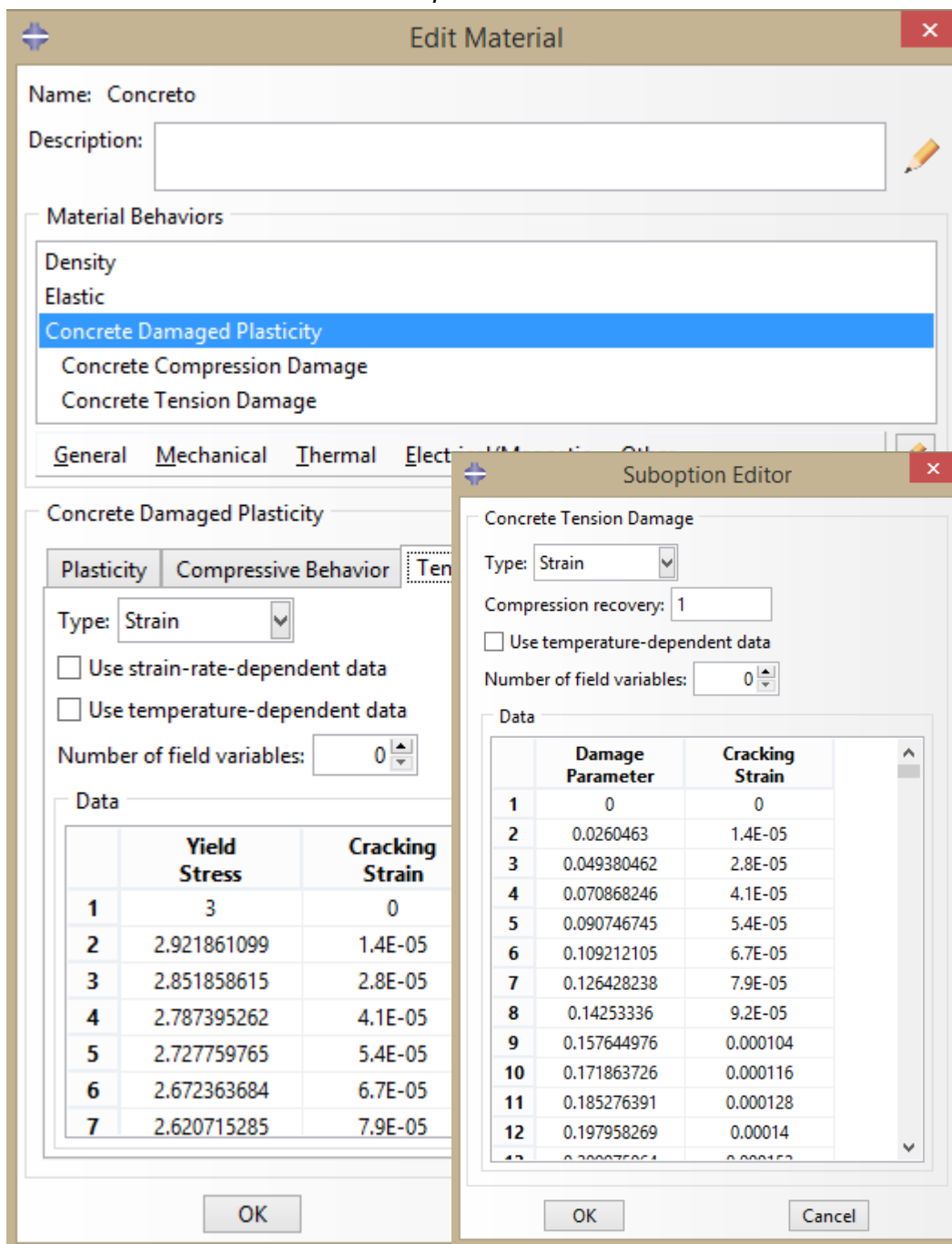
Características del daño del concreto



Nota. Fuente: Tabla de Plasticidad de daño del concreto - Comportamiento a compresión

Figura 89

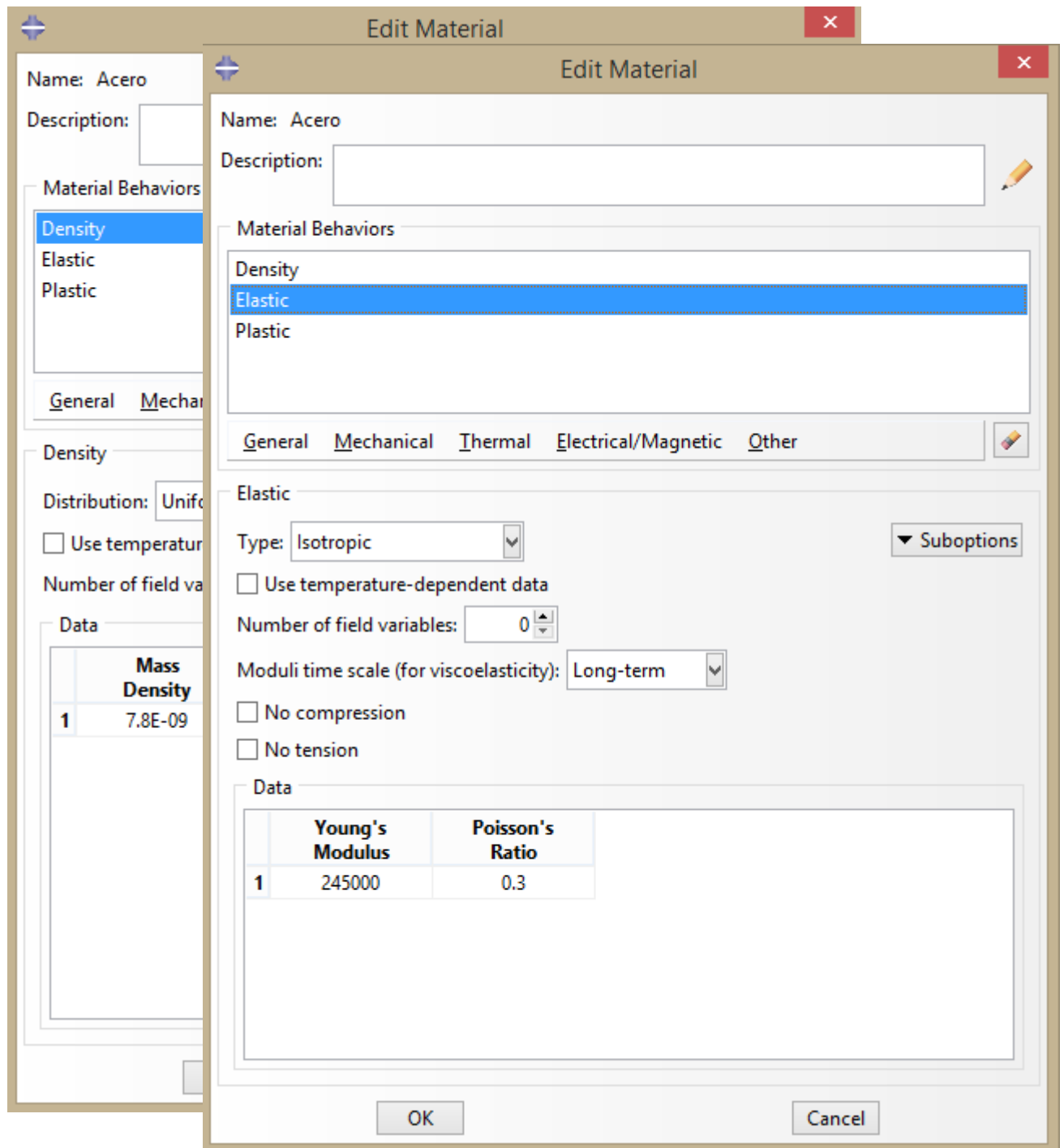
Elasticidad de daño del concreto – comportamiento a tracción



Nota. Fuente: El autor

Figura 90

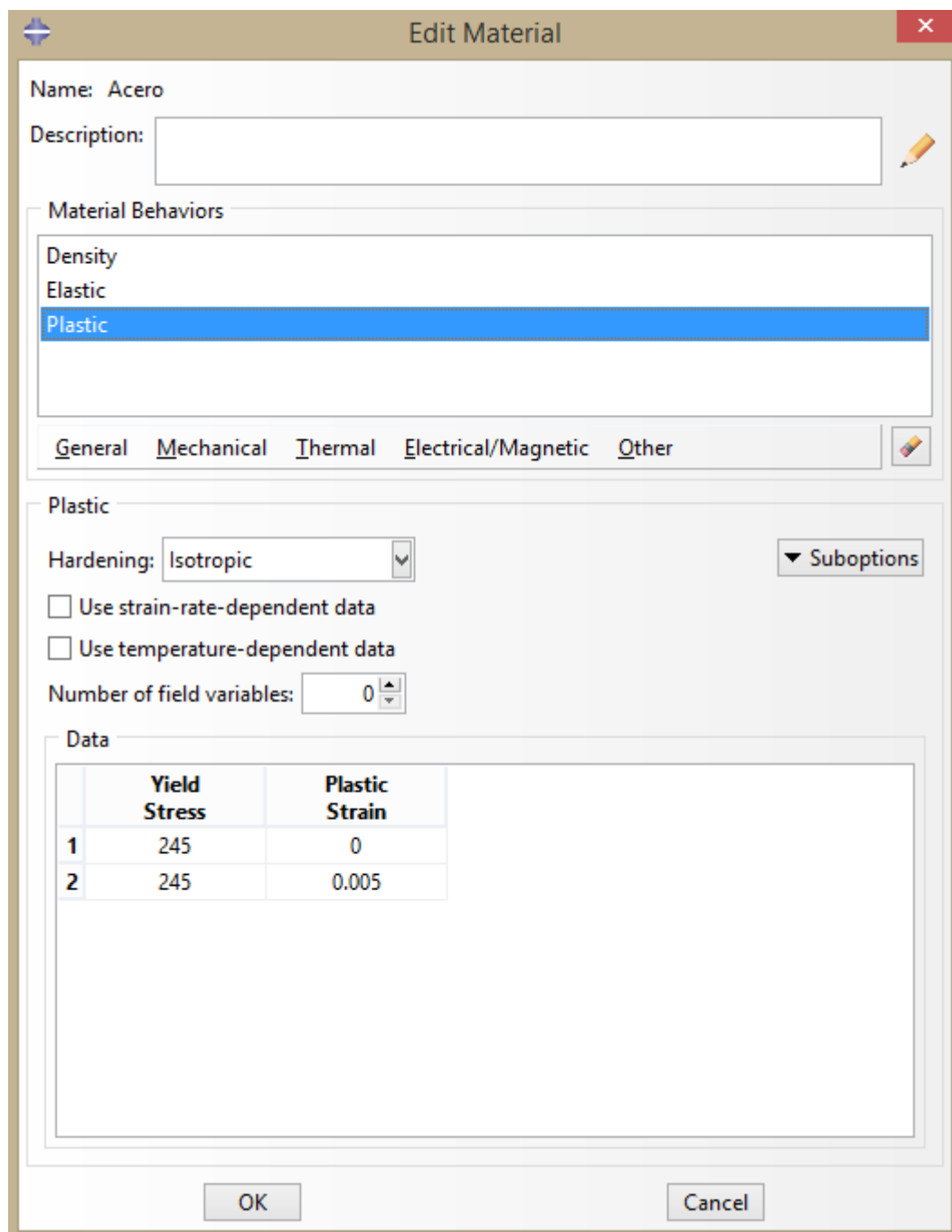
Propiedades del acero que se definieron previamente



Nota. Fuente: El autor

Figura 91

Propiedades plásticas del acero



Name: Acero

Description:

Material Behaviors

Density

Elastic

Plastic

General Mechanical Thermal Electrical/Magnetic Other

Plastic

Hardening: Isotropic

Use strain-rate-dependent data

Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

Data

	Yield Stress	Plastic Strain
1	245	0
2	245	0.005

OK Cancel

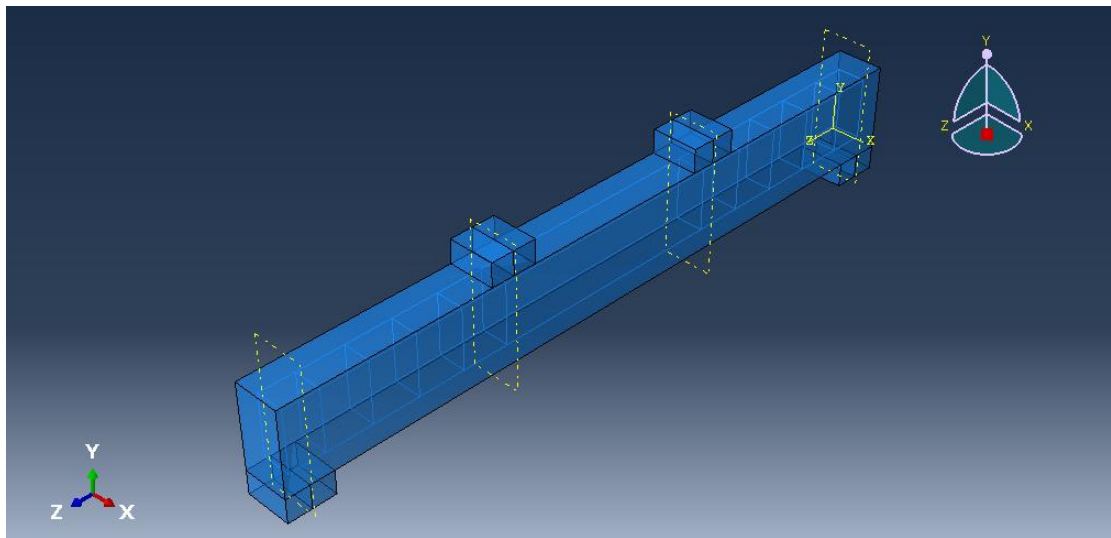
Nota. Fuente: El autor

5.2.2.5 Ensamble

En el módulo de montaje, los elementos de concreto y las barras de acero se dispusieron juntos para formar el marco de concreto armado a analizar. En la anterior figura se puede ver la disposición de los elementos de concreto y la muestra el acero reforzado colocado en los elementos de concreto.

Figura 92

Ensamble de la viga en el módulo Assambly



Nota. Fuente: El autor

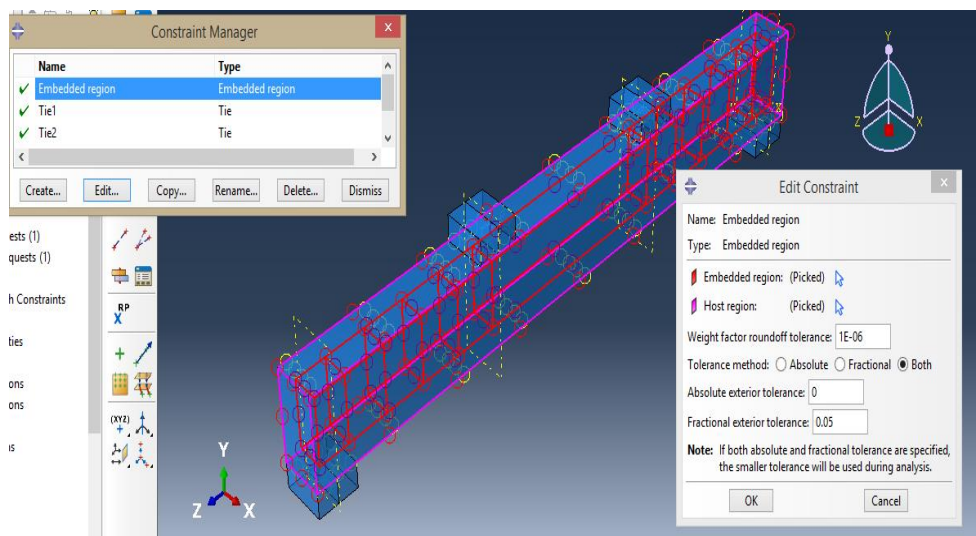
5.2.2.6 Asignación de restricciones

Restricción Embebida

El refuerzo se encuentra embebido en el hormigón y para lograrlo se utiliza la tecnología embebida de ABAQUS.

Figura 93

Restricciones embebida del acero

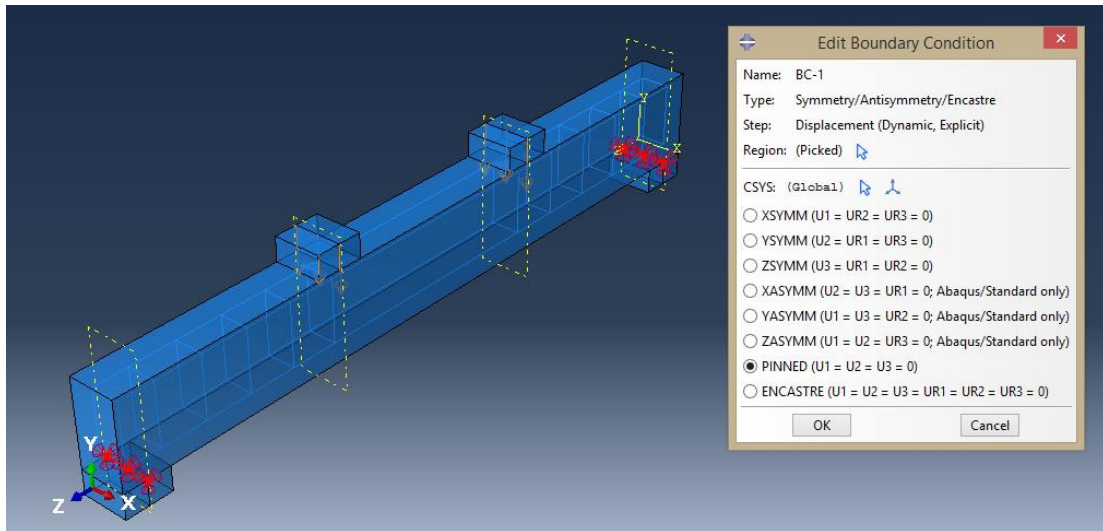


Nota. Fuente: El autor

5.2.2.7 Cargas

Figura 94

Condiciones de contorno

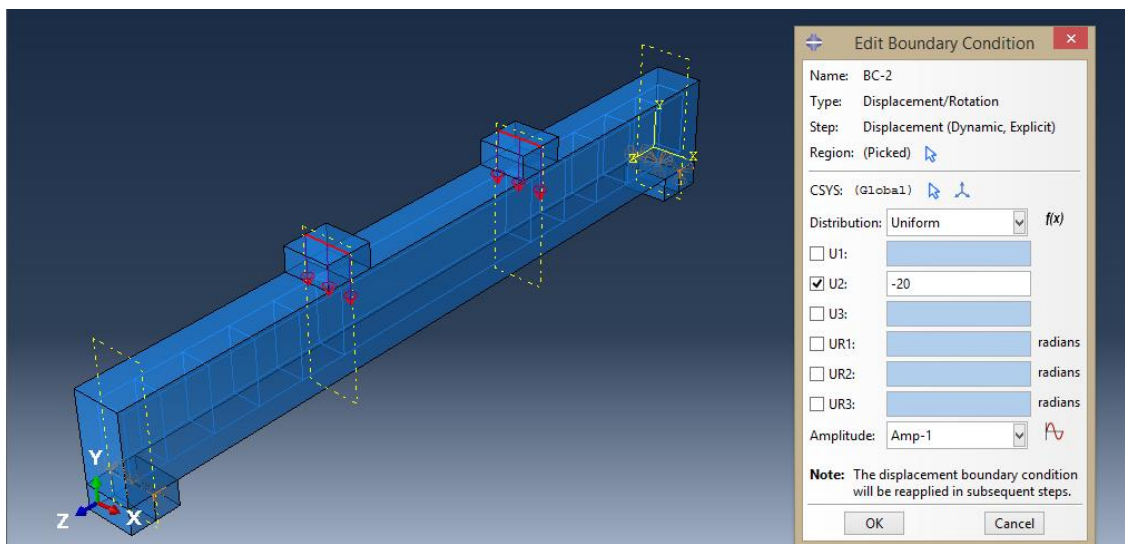


Nota. Fuente: El autor

5.2.2.8 Administrador de carga

Figura 95

Asignación de carga o desplazamiento



Nota. Fuente: El autor

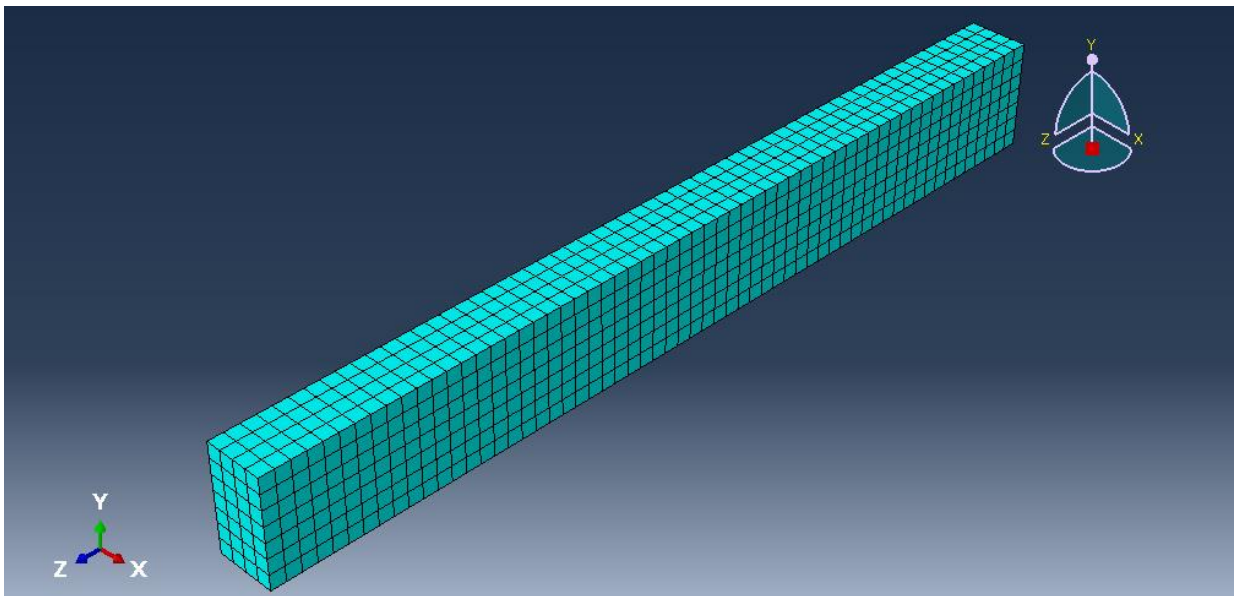
5.2.2.9 Enmallado

Concreto

El tamaño de la malla es de 25 mm y utilizamos un elemento lineal cuadrilátero de tensión 3D, por lo que este elemento tiene 8 nodos y 3 grados de libertad para cada nodo, y utilizamos integración reducida para resolver las ecuaciones (C3D8R).

Figura 96

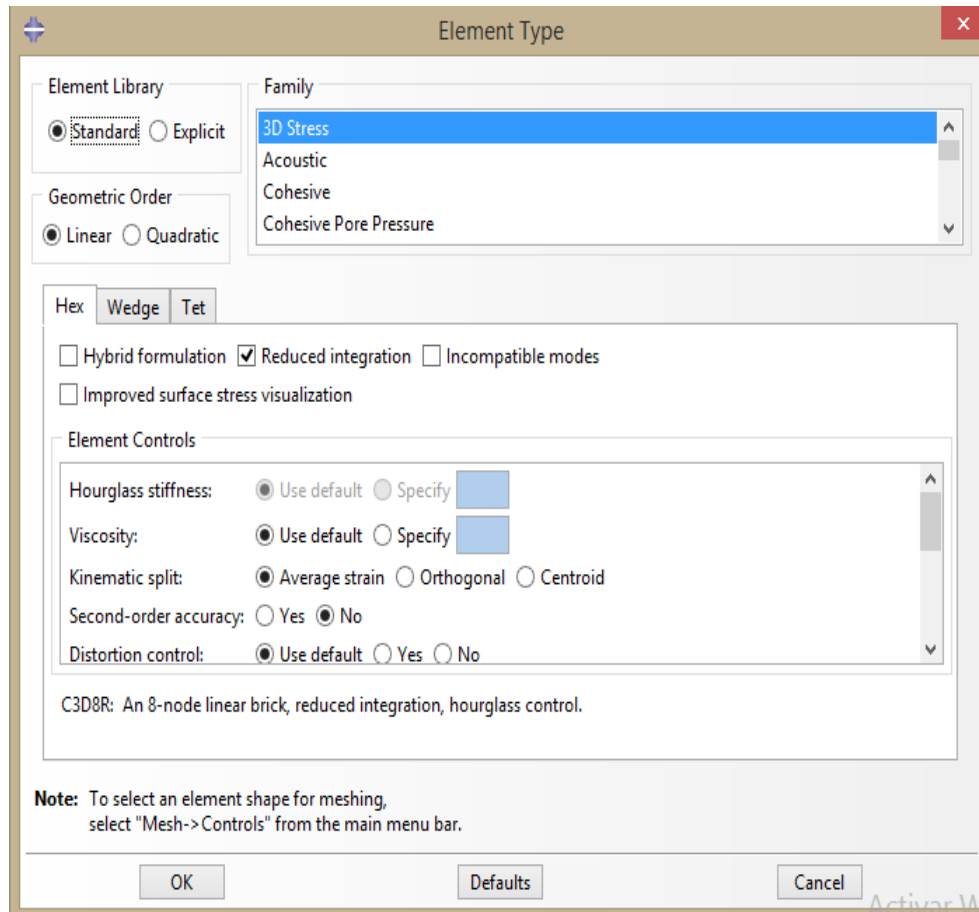
Enmallado de la viga de concreto en el módulo MESH



Nota. Fuente: El autor

Figura 97

Propiedades del enmallado elemento - orden geométrico y tipo



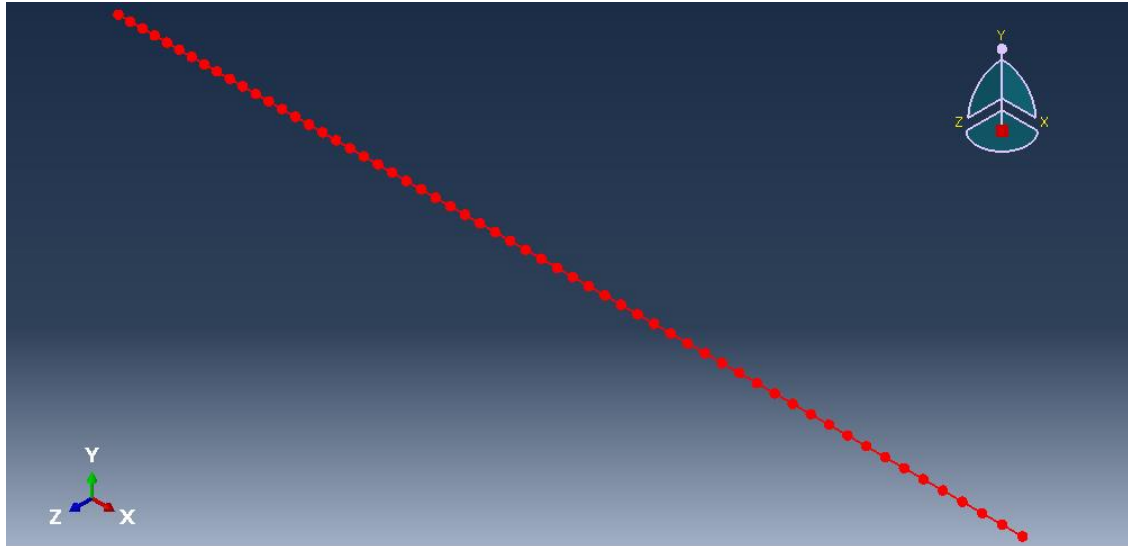
Nota. Fuente: El autor

Acero

El acero se modeló como una armadura 3D, con un tamaño de malla de 25 mm y con un orden geométrico lineal. Debido a que este elemento se modela como una línea con un orden geométrico lineal, cada elemento solo tendrá dos nodos (T3D2).

Figura 98

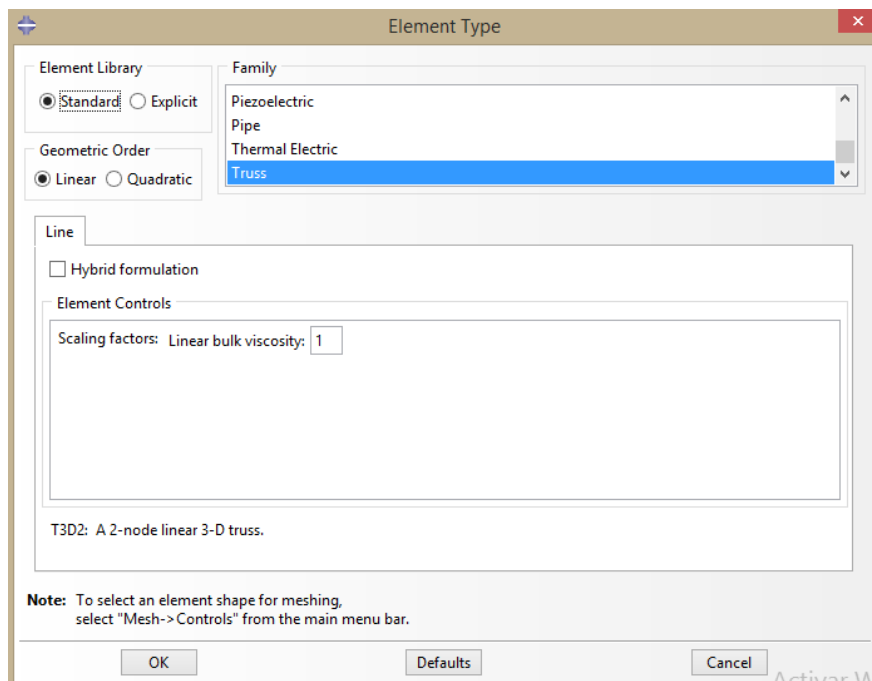
Enmallado en módulo MESH para el acero



Nota. Fuente: El autor

Figura 99

Propiedades del enmallado de acero

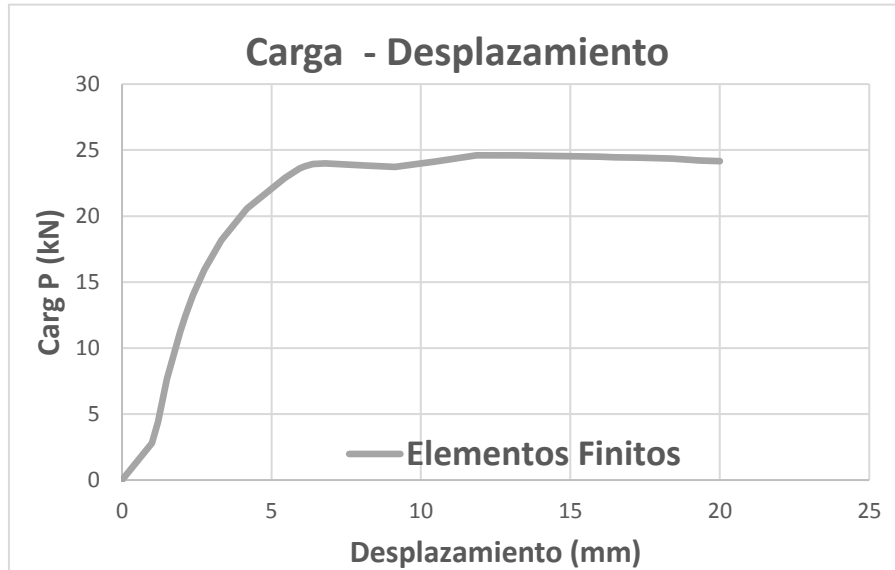


Nota. Fuente: El autor

5.2.2.10 Resultados obtenidos de la simulación en ABAQUS

Figura 100

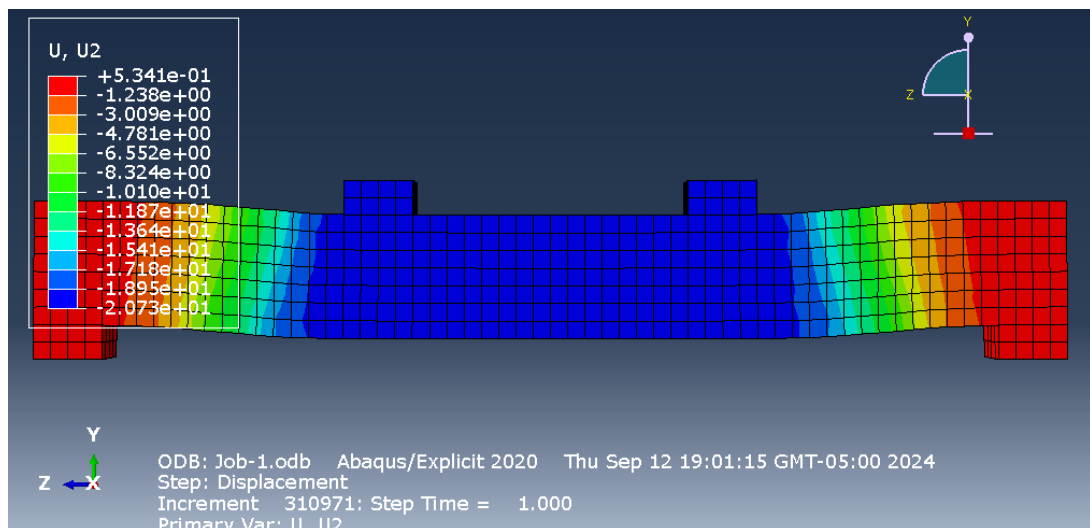
Grafica de la curva carga - desplazamiento



Nota. Fuente: El autor

Figura 101

Resultado del método de elementos finitos - desplazamientos



Nota. Fuente: El autor

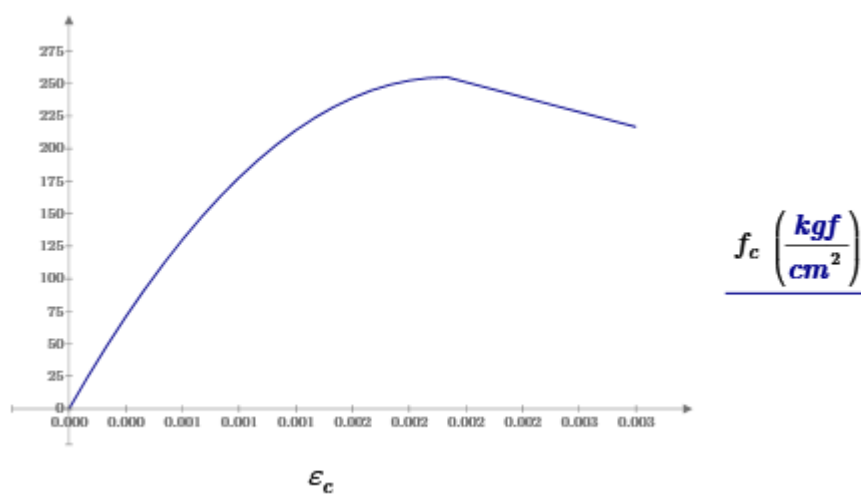
5.2.3 Método de Diagrama momento curvatura de la viga 2

Para poder realizar este método debemos conocer las dimensiones de la sección, el área de refuerzo de acero a tracción y compresión, el área del refuerzo transversal, la resistencia a la compresión del concreto, el módulo de elasticidad tanto del concreto y acero, la resistencia a la fluencia del acero y elegir el modelo constitutivo para el concreto y acero en el rango no lineal.

5.2.3.1 Concreto a compresión

Figura 102

Curva esfuerzo - deformación del concreto



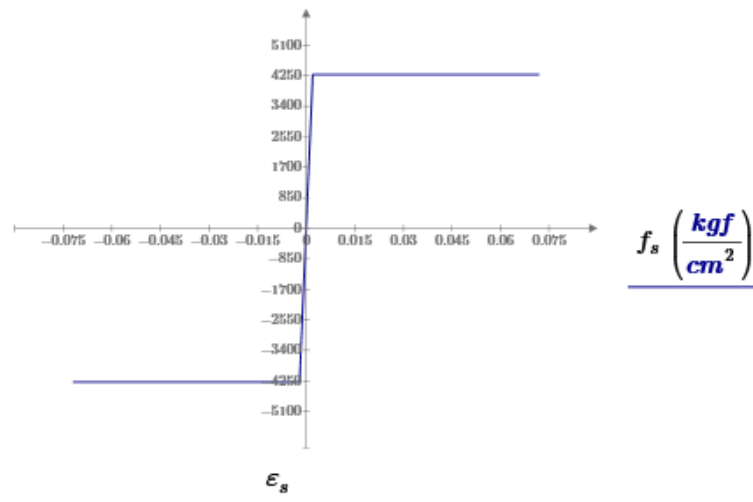
Nota. Fuente: El autor

5.2.3.2 Acero

Se planteo un modelo constitutivo para el acero bilineal de (Park & Paulay,1980)

Figura 103

Curva esfuerzo - deformación del acero



Nota. Fuente: El autor

5.2.3.3 Ecuaciones de las fuerzas

Figura 104

Ecuaciones de fuerzas resultantes

$$C_s(c) := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{filas_c} - 1 \\ j_i \leftarrow A'_s \cdot \max \left(E_s \cdot \epsilon_{c_i} \cdot \left(\frac{d' - c}{c} \right), -f_y \right) \end{array} \right\| \right\|$$

$$C_c(c) := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{filas_c} - 1 \\ j_i \leftarrow \alpha_i \cdot f'_c \cdot b \cdot c \end{array} \right\| \right\|$$

$$T_s(c) := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{filas_c} - 1 \\ j_i \leftarrow A_s \cdot \min \left(E_s \cdot \epsilon_{c_i} \cdot \left(\frac{d - c}{c} \right), f_y \right) \end{array} \right\| \right\|$$

$$T_s(c) = C_c(c) + C_s(c)$$

$$|T_s(c) - C_c(c) + C_s(c)| = 0$$

Nota. Fuente: El autor

5.2.3.4 Cálculo del valor de C distancia al eje neutro

Figura 105

Cálculo de las distancias al eje neutro

```

c := for i ∈ 0, 1 .. n_filas_c - 1
    if ε_{c_i} = 0
        j_i ← 0 cm
    else
        c ← 1 cm
        while |A_s · min(E_s · ε_{c_i} · (d - c) / c, f_y) + A'_s · max(E_s · ε_{c_i} · (d' - c) / c, -f_y) - α_i · f'_c · b · c| > 0.001 tonnef
            c ← c + 0.001 mm
        j_i ← c
j

```

0.000
6.032
6.058
6.085
6.111
6.138
6.165
6.193
6.221
6.249
6.278
6.308
6.337
6.368
6.316
= 6.036 cm
5.804
5.610
5.446
5.306
5.187
5.086
5.001
4.927
4.864
4.808
4.760
4.717
4.679
4.645
4.615

Nota. Fuente: El autor

5.2.3.5 Cálculo de las deformaciones en el acero a tracción y compresión

Figura 106

Deformación en acero a tracción

$$\varepsilon_s := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{\text{filas}_c} - 1 \\ \quad \text{if } \varepsilon_{c_i} = 0 \\ \quad \quad j_i \leftarrow 0 \\ \quad \text{else} \\ \quad \quad j_i \leftarrow \varepsilon_{c_i} \cdot \left(\frac{d - c_i}{c_i} \right) \end{array} = \begin{array}{l} 0.0000 \\ 0.0001 \\ 0.0003 \\ 0.0004 \\ 0.0005 \\ 0.0007 \\ 0.0008 \\ 0.0009 \\ 0.0010 \\ 0.0011 \\ 0.0013 \\ 0.0014 \\ \vdots \end{array}$$

Nota. Fuente: El autor

Figura 107

Deformación en el acero a compresión

$$\varepsilon'_s := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{\text{filas}_c} - 1 \\ \quad \text{if } A'_s = 0 \text{ cm}^2 \\ \quad \quad j_i \leftarrow 0 \\ \quad \text{else if } \varepsilon_{c_i} = 0 \\ \quad \quad j_i \leftarrow 0 \\ \quad \text{else} \\ \quad \quad j_i \leftarrow \varepsilon_{c_i} \cdot \left(\frac{d' - c_i}{c_i} \right) \end{array} = \begin{array}{l} 0.000000 \\ -0.000037 \\ -0.000075 \\ -0.000113 \\ -0.000151 \\ -0.000190 \\ -0.000230 \\ -0.000270 \\ -0.000311 \\ -0.000353 \\ -0.000395 \\ -0.000437 \\ \vdots \end{array}$$

Nota. Fuente: El autor

5.2.3.6 Cálculo de los esfuerzos en el acero y el concreto

Figura 108

Esfuerzos en el acero a compresión

$$f_s := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{\text{filas}_c} - 1 \\ \quad \left\| \begin{array}{l} \text{if } -\varepsilon_y \leq \varepsilon'_{s_i} \leq 0 \\ \quad \left\| j_i \leftarrow E_s \cdot \varepsilon'_{s_i} \right. \\ \quad \text{else} \\ \quad \left\| j_i \leftarrow -f_y \right. \end{array} \right. \\ \quad \left. \right\| \\ j \end{array} \right\| = \begin{bmatrix} 0 \\ -92.439 \\ -186.254 \\ -281.413 \\ -377.914 \\ -475.797 \\ -575.051 \\ -675.696 \\ -777.745 \\ -881.227 \\ -986.134 \\ -1092.501 \\ \vdots \end{bmatrix} \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Nota. Fuente: El autor

Figura 109

Esfuerzos en el acero a tracción

$$f_s := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{\text{filas}_c} - 1 \\ \quad \left\| \begin{array}{l} \text{if } 0 \leq \varepsilon_{s_i} \leq \varepsilon_y \\ \quad \left\| j_i \leftarrow E_s \cdot \varepsilon_{s_i} \right. \\ \quad \text{else} \\ \quad \left\| j_i \leftarrow f_y \right. \end{array} \right. \\ \quad \left. \right\| \\ j \end{array} \right\| = \begin{bmatrix} 0 \\ 338.318 \\ 671.49 \\ 999.642 \\ 1322.781 \\ 1640.755 \\ 1953.606 \\ 2261.255 \\ 2563.663 \\ 2860.713 \\ 3152.438 \\ 3438.709 \\ \vdots \end{bmatrix} \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Nota. Fuente: El autor

Figura 110

Esfuerzos en el concreto

$$f_c := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1..n_{\text{filas}_c} - 1 \\ \quad \text{if } 0 \leq \varepsilon_{c_i} \leq \varepsilon_{co} \\ \quad \quad j_i \leftarrow f'_c \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{c_i}}{\varepsilon_{co}} - \left(\frac{\varepsilon_{c_i}}{\varepsilon_{co}} \right)^2 \right) \\ \quad \quad \text{else} \\ \quad \quad \quad j_i \leftarrow f'_c - 0.15 \cdot f'_c \cdot \left(\frac{\varepsilon_{c_i} - \varepsilon_{co}}{\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{co}} \right) \end{array} = \begin{array}{l} 0.000 \\ 24.856 \\ 48.437 \\ 70.743 \\ 91.775 \\ 111.532 \\ 130.014 \\ 147.222 \\ 163.155 \\ 177.814 \\ 191.198 \\ 203.307 \\ \vdots \end{array} \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Nota. Fuente: El autor

5.2.3.7 Cálculo de las fuerzas en el acero y concreto

Figura 111

Fuerzas en el acero a compresión

$$C_s := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1..n_{\text{filas}_c} - 1 \\ \quad j_i \leftarrow A'_s \cdot f_{s_i} \end{array} = \begin{array}{l} 0.000 \\ -0.285 \\ -0.573 \\ -0.866 \\ -1.164 \\ -1.465 \\ -1.770 \\ -2.080 \\ -2.394 \\ -2.713 \\ -3.036 \\ -3.364 \\ \vdots \end{array} \text{tonnef}$$

Nota. Fuente: El autor

Figura 112

Fuerzas en el acero a tracción

$$T_s := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{filas_c} - 1 \\ \left\| j_i \leftarrow A_s \cdot f_{s_i} \right. \\ \left. j \right. \end{array} \right\| = \begin{bmatrix} 0.000 \\ 1.042 \\ 2.067 \\ 3.078 \\ 4.073 \\ 5.051 \\ 6.015 \\ 6.962 \\ 7.893 \\ 8.807 \\ 9.706 \\ 10.587 \\ \vdots \end{bmatrix} \text{ tonnef}$$

Nota. Fuente: El autor

Figura 113

Fuerzas en el concreto

$$C_c := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{filas_c} - 1 \\ \left\| j_i \leftarrow \alpha_i \cdot f_c \cdot b \cdot c_i \right. \\ \left. j \right. \end{array} \right\| = \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.756 \\ 1.493 \\ 2.210 \\ 2.908 \\ 3.586 \\ 4.244 \\ 4.881 \\ 5.498 \\ 6.094 \\ 6.669 \\ 7.222 \\ \vdots \end{bmatrix} \text{ tonnef}$$

Nota. Fuente: El autor

5.2.3.8 Cálculo de las curvaturas

Figura 114

Curvaturas resultantes

$$\phi_{xx} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{filas_c} - 1 \\ \quad \text{if } c_i = 0 \text{ cm} \\ \quad \quad \left\| \begin{array}{l} j_i \leftarrow \frac{0}{m} \\ \text{else} \\ \quad \quad \left\| \begin{array}{l} \epsilon_{c_i} \\ j_i \leftarrow \frac{\epsilon_{c_i}}{c_i} \end{array} \right\| \\ \quad \quad \quad j \end{array} \right\| \end{array} \right\| = \begin{bmatrix} 0.00000 \\ 0.00166 \\ 0.00330 \\ 0.00493 \\ 0.00655 \\ 0.00815 \\ 0.00973 \\ 0.01130 \\ 0.01286 \\ 0.01440 \\ 0.01593 \\ 0.01744 \\ 0.01894 \\ 0.02041 \\ 0.02217 \\ 0.02485 \\ \vdots \end{bmatrix} \frac{1}{m}$$

Nota. Fuente: El autor

5.2.3.9 Cálculo de los momentos

Figura 115

Momentos resultantes

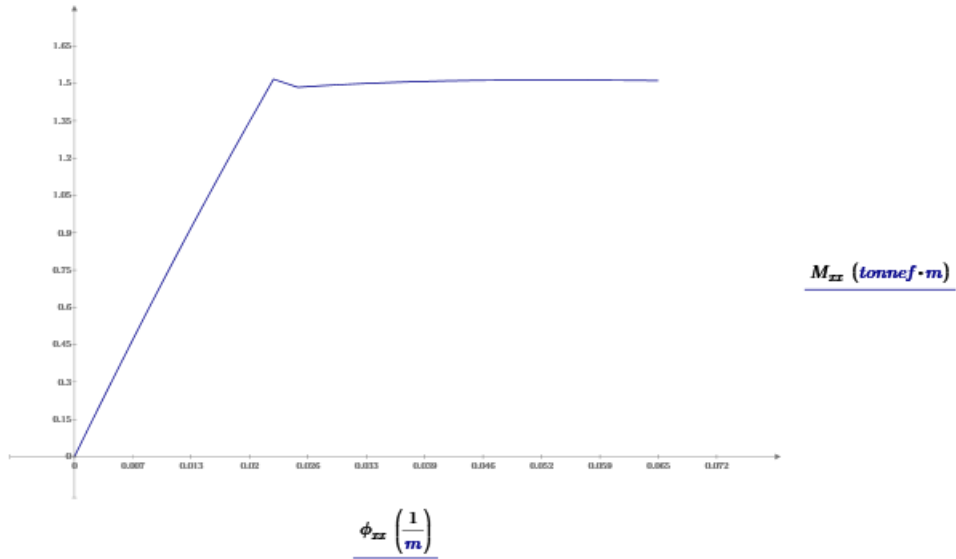
$$M_{xx} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0, 1 \dots n_{filas_c} - 1 \\ \quad \left\| \begin{array}{l} j_i \leftarrow C_{c_i} \cdot \gamma_{c_i} + C_{s_i} \cdot (d' - c_i) + T_{s_i} \cdot (d - c_i) \\ \quad \quad \quad j \end{array} \right\| \end{array} \right\| = \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.122 \\ 0.241 \\ 0.359 \\ 0.474 \\ 0.587 \\ 0.697 \\ 0.805 \\ 0.911 \\ 1.015 \\ 1.116 \\ 1.215 \\ 1.312 \\ \vdots \end{bmatrix} \text{tonnef} \cdot m$$

Nota. Fuente: El autor

5.2.3.10 Grafica del diagrama momento – curvatura

Figura 116

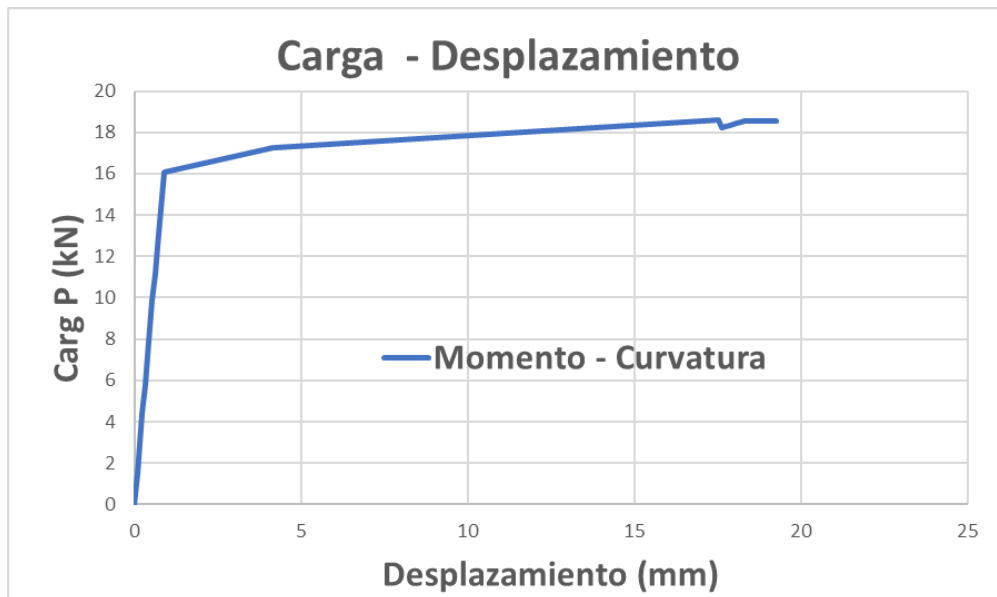
Cálculo del diagrama momento curvatura



Nota. Fuente: El autor

Figura 116-1

Curva carga – desplazamiento de la viga 2



Nota. Fuente: El autor

5.3 Resultados de las vigas 1 y 2

Los resultados procedentes del análisis comparativo del comportamiento no lineal de vigas de concreto armado, utilizando el método de elementos finitos y el diagrama momento curvatura en relación con los objetivos planteados, se obtuvieron de la siguiente manera: se realizaron comparaciones con las respuestas no lineales experimentales, conforme a los objetivos establecidos.

A partir de las comparaciones conocer que método tiene más relevancia en el comportamiento no lineal de vigas de concreto armado. Ambas vigas 1 y 2 se diferencian en longitud, confinamiento, sección transversal, refuerzo de acero y fundamentalmente, en la carga aplicada: la viga 2 está sometida a cargas puntuales en los tercios de la viga, mientras que la viga 1 está sometida a una carga puntual en el medio.

Se detalla los resultados ampliamente en los siguientes en los subcapítulos siguientes.

5.3.1 Resultados del Objetivo General

Desarrollar un análisis comparativo del comportamiento no lineal de vigas de concreto armado para comparar la variación de resultados usando diagrama momento curvatura y elementos finitos en Abancay – Apurímac 2024.

Para desarrollar un análisis comparativo entre estos dos métodos para conocer el comportamiento no lineal de vigas de concreto armado, se muestra en los siguientes subcapítulos, las respuestas no lineales de desplazamiento, resistencia y ductilidad conseguidos mediante elementos finitos y diagrama momento curvatura son comparados con respuestas de desplazamiento, resistencia y ductilidad experimentales de las vigas 1 y 2.

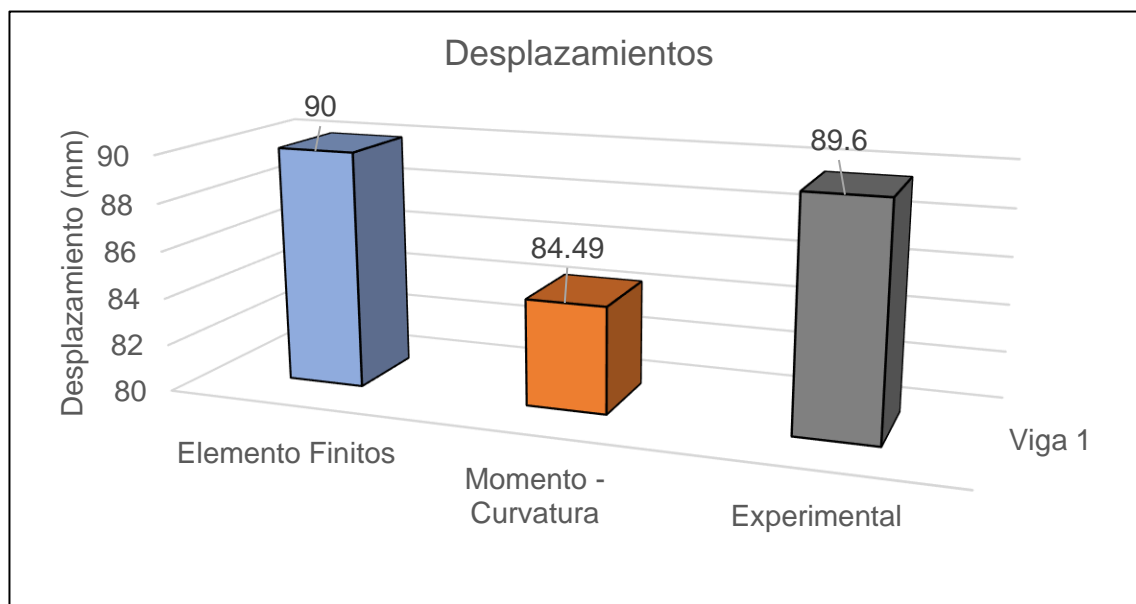
5.3.1.1 Viga 1

Desplazamientos

La Figura 117 muestra un gráfico de barras que compara los desplazamientos últimos de la viga 1 obtenidas mediante dos métodos: elementos finitos, momento curvatura comparados con la respuesta experimental. Los resultados indican que para desplazamiento último mediante el método de elemento finitos es de 90 mm y por el método de diagrama momento curvatura es de 84.49 mm, el desplazamiento experimental es de 89.6 mm. Por el cual mediante el método de elementos finitos se ajustan de manera más próxima al desplazamiento experimental, mientras que el desplazamiento por el método de diagrama momento curvatura es menor a la respuesta experimental.

Figura 117

Comparación de desplazamientos en la capacidad ultima de la viga 1.



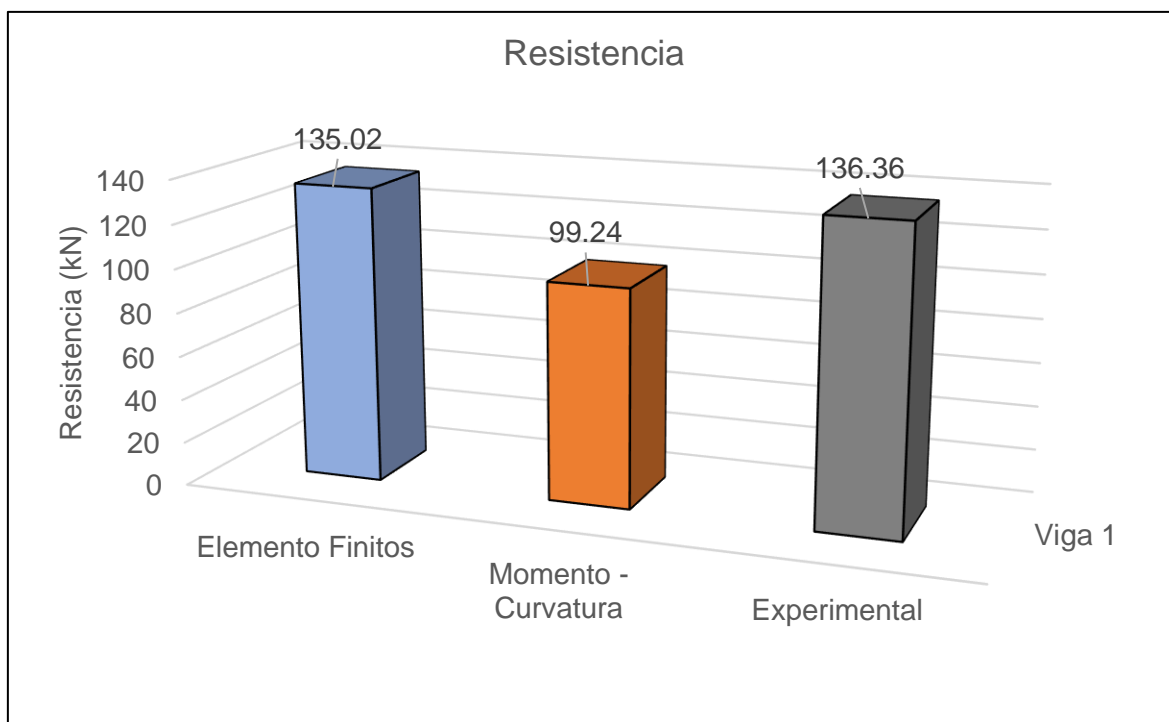
Nota: El gráfico muestra una comparación entre los desplazamientos últimos obtenidos mediante los métodos: diagrama momento curvatura y mediante elementos finitos, los cuales se comparan con el desplazamiento experimental de la viga 01. Elaboración propia.

Resistencia

La Figura 118 presenta un gráfico de barras que compara las respuestas de resistencia de la viga 1 obtenidos mediante dos métodos: elementos finitos, momento curvatura comparados con la respuesta experimental. Los resultados indican que la resistencia mediante el método de elemento finitos es de 135.02 kN y por el método de diagrama momento curvatura es de 99.24 kN, la resistencia experimental es de 136.36 kN. Por el cual mediante el método de elementos finitos se ajustan de manera más próxima a la resistencia experimental, mientras que la resistencia por el método de diagrama momento curvatura es menor a la respuesta experimental.

Figura 118

Comparación de resistencias de la viga 1.



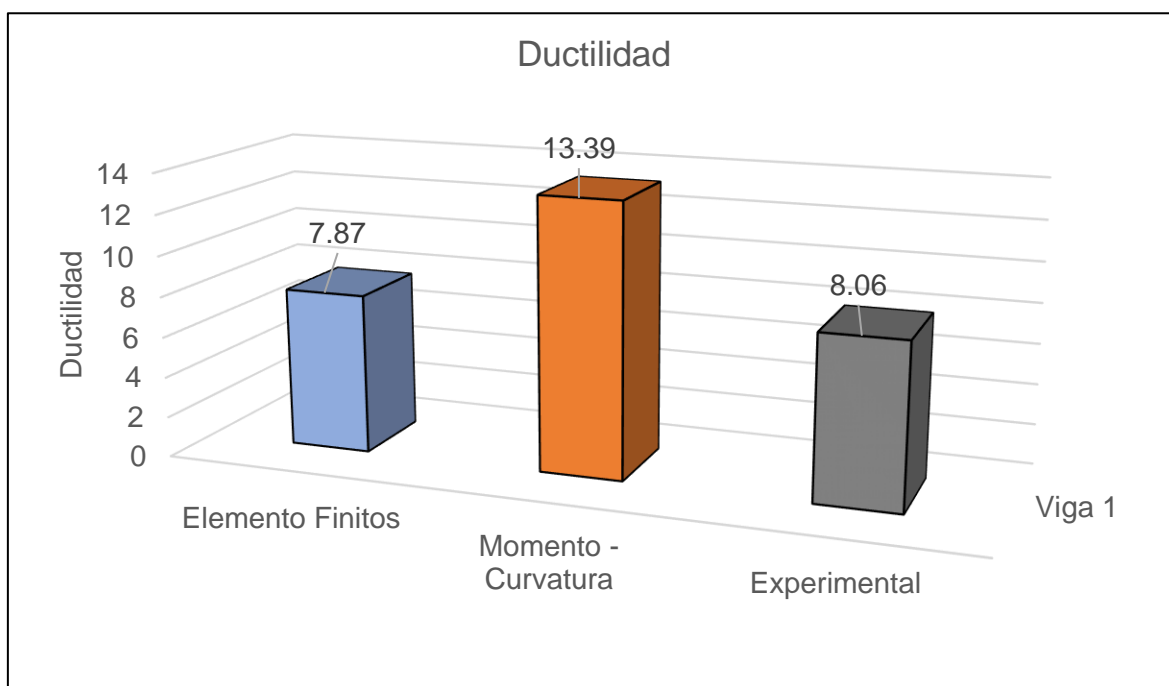
Nota: El gráfico muestra una comparación entre las resistencias obtenidas por los métodos de elementos finitos y diagrama momento – curvatura, los cuales se comparan con la resistencia experimental de la viga 01. Elaboración propia.

Ductilidad

La Figura 119 presenta un gráfico de barras que compara la ductilidad de la viga 1 obtenida mediante dos métodos: elementos finitos, diagrama momento curvatura comparada con la respuesta experimental. Los resultados indican que la ductilidad mediante el método de elemento finitos es de 7.87 y por el método de diagrama momento curvatura es de 13.39, la ductilidad experimental es de 8.06. Por el cual mediante el método de elementos finitos se ajustan de manera más próxima a la ductilidad experimental, mientras que la ductilidad por el método de diagrama momento curvatura es mayor a la respuesta experimental.

Figura 119

Comparación de ductilidades de la viga 1.



Nota: El gráfico muestra una comparación entre las ductilidades de desplazamiento obtenidas por dos métodos: elementos finitos y diagrama momento - curvatura, las cuales se comparan con la respuesta experimental de la viga 01. Elaboración propia.

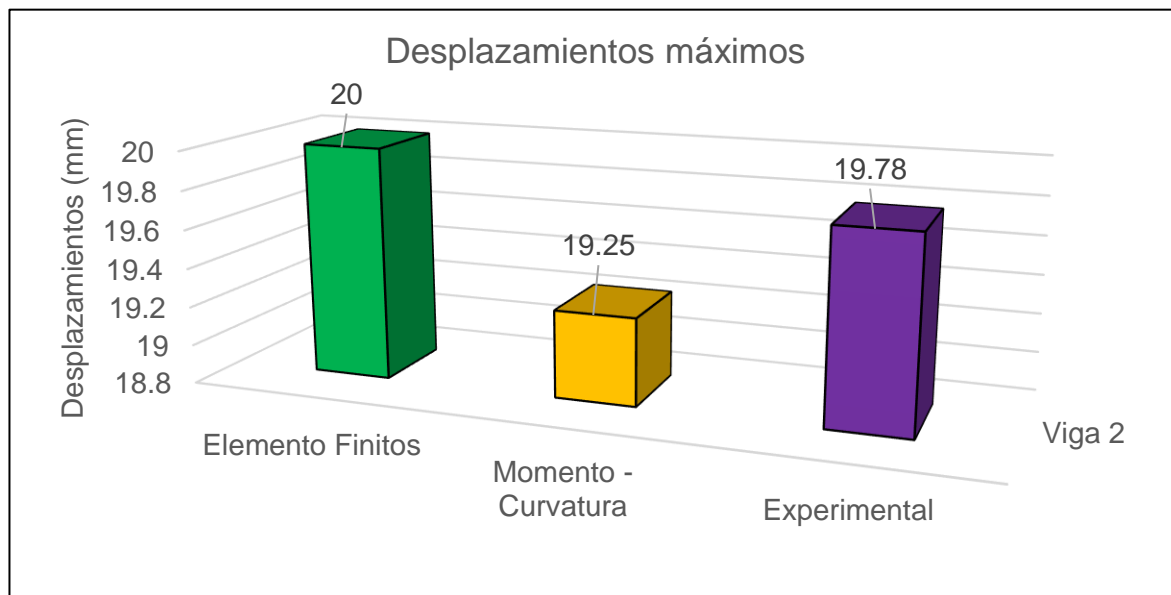
5.3.1.2 Viga 2

Desplazamientos

La Figura 120 muestra un gráfico de barras que compara los desplazamientos últimos de la viga 2 obtenidas mediante dos métodos: elementos finitos, momento curvatura comparados con la respuesta experimental. Los resultados indican que para desplazamiento último mediante el método de elemento finitos es de 20 mm y por el método de diagrama momento curvatura es de 19.25 mm, el desplazamiento experimental es de 19.78 mm. Por el cual mediante el método de elementos finitos se ajustan de manera más próxima al desplazamiento experimental, mientras que el desplazamiento por el método de diagrama momento curvatura es menor a la respuesta experimental.

Figura 120

Comparación de desplazamientos en la capacidad ultima de la viga 2.



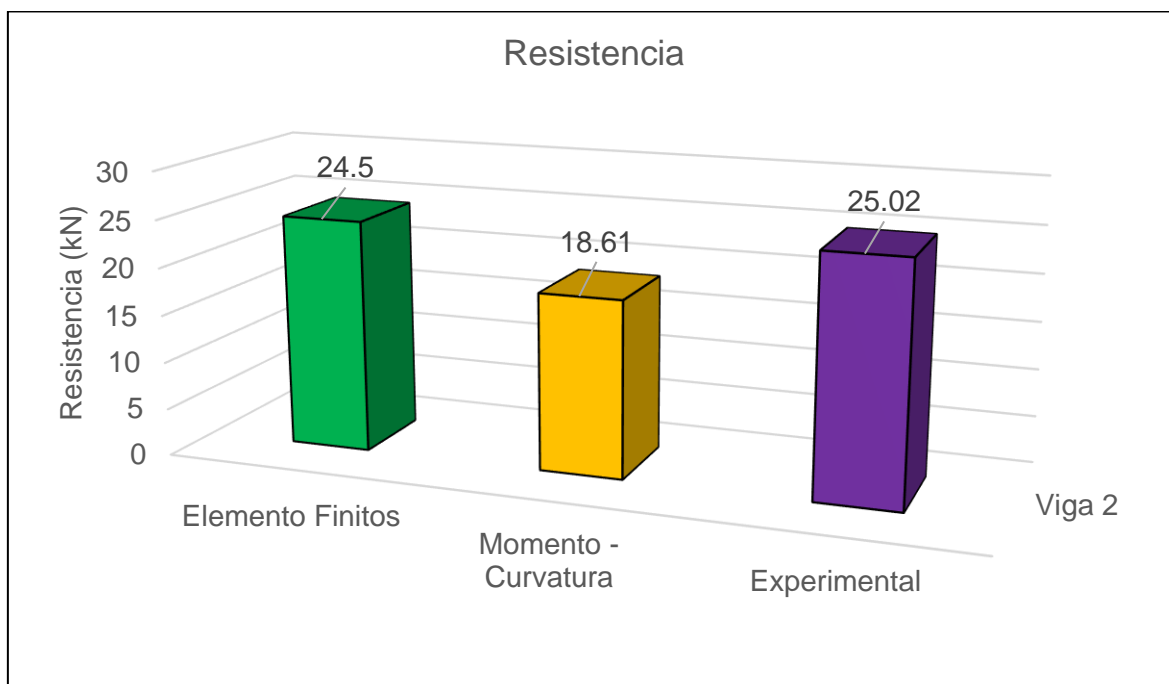
Nota: El gráfico muestra una comparación entre los desplazamientos últimos obtenidos mediante los métodos: diagrama momento curvatura y mediante elementos finitos, los cuales se comparan con el desplazamiento experimental de la viga 02. Elaboración propia.

Resistencia

La Figura 121 presenta un gráfico de barras que compara las respuestas de resistencia de la viga 2 obtenidos mediante dos métodos: elementos finitos, momento curvatura comparados con la respuesta experimental. Los resultados indican que la resistencia mediante el método de elemento finitos es de 24.50 kN y por el método de diagrama momento curvatura es de 18.61 kN, la resistencia experimental es de 25.02 kN. Por el cual mediante el método de elementos finitos se ajustan de manera más próxima a la resistencia experimental, mientras que la resistencia por el método de diagrama momento curvatura es menor a la respuesta experimental.

Figura 121

Comparación de resistencias de la viga 2.



Nota: El gráfico muestra una comparación entre las resistencias obtenidas por los métodos de elementos finitos y diagrama momento – curvatura, los cuales se comparan con la resistencia experimental de la viga 02. Elaboración propia.

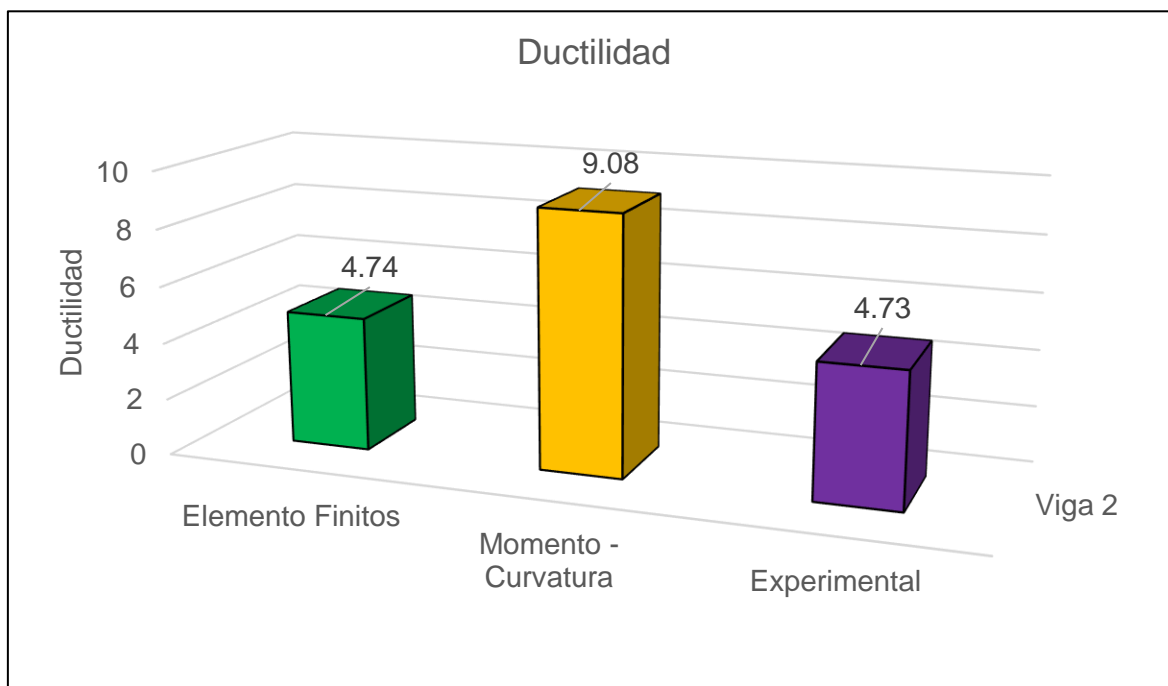
Ductilidad

La Figura 122 presenta un gráfico de barras que compara la ductilidad de la viga 2 obtenida mediante dos métodos: elementos finitos y diagrama momento curvatura comparada con la respuesta experimental.

Los resultados indican que la ductilidad mediante el método de elemento finitos es de 4.74 y por el método de diagrama momento curvatura es de 9.08, la ductilidad experimental es de 4.73. Por el cual mediante el método de elementos finitos se ajustan de manera más próxima a la ductilidad experimental, mientras que la ductilidad por el método de diagrama momento curvatura es mayor a la respuesta experimental.

Figura 122

Comparación de ductilidades de la viga 2.



Nota: El gráfico muestra una comparación entre las ductilidades de desplazamiento obtenidas por dos métodos: elementos finitos y diagrama momento - curvatura, las cuales se comparan con la respuesta experimental de la viga 02. Elaboración propia.

5.3.2 Resultados del objetivo específico 01

Desarrollar un análisis comparativo del desplazamiento de vigas de concreto armado para comparar la variación de resultados usando diagrama momento curvatura y elementos finitos en Abancay – Apurímac 2024.

5.3.2.1 Desplazamientos de vigas de concreto armado

Viga 1

Para efectuar una comparación exhaustiva de los desplazamientos de la viga 1, se llevó a cabo un análisis comparativo mediante dos métodos: el diagrama momento curvatura y los elementos finitos. Paralelamente, se desarrolló un modelo numérico mediante elementos finitos, simulando un ensayo de flexión para obtener resultados de fuerzas y desplazamientos, y construir la curva carga – desplazamiento y también se desarrolló el diagrama momento curvatura para luego a partir de los momentos y curvaturas llegar a elaborar la curva carga - desplazamiento. El resultado de ambos métodos fue comparado con el desplazamiento último experimental de la viga 1. La Tabla 1 detalla las características geométricas y del material de la viga 1.

Tabla 1

Características de la viga 1 de concreto armado.

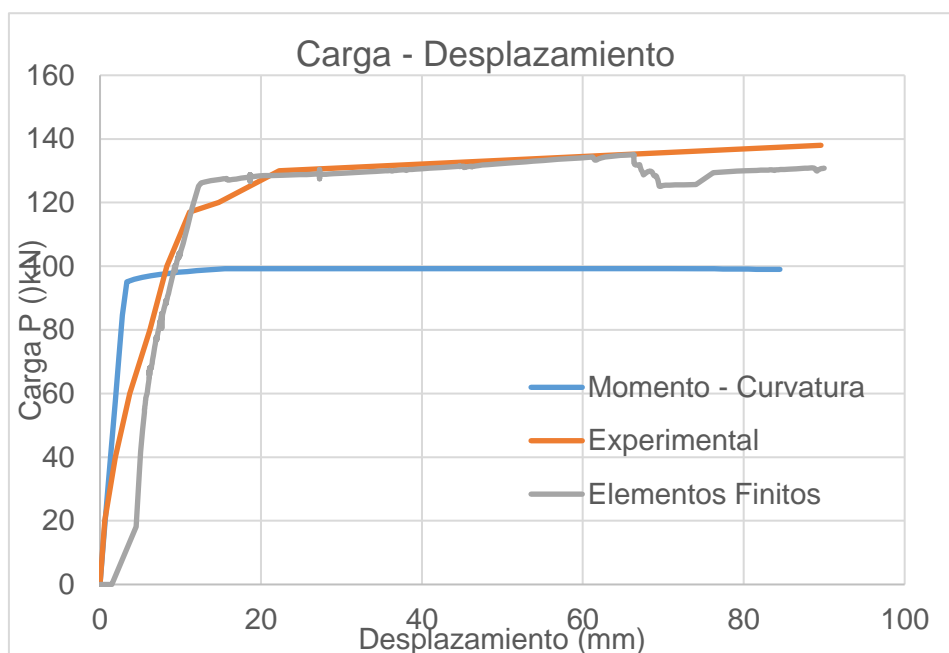
Muestra	Dimensiones	f'c	Carga	Desplazamiento último
Viga 01	25 x 40 cm	34.5 MPa	Puntual	
	Momento – Curvatura			84.49 mm
	Método de Elementos Finitos			90.00 mm
	Experimental			89.6 mm

Nota. Fuente: El autor

En la Figura 123 se presenta gráficamente la comparación entre las curvas carga – desplazamiento mediante el método de elementos finitos y diagrama momento curvatura comparada con la curva experimental.

Figura 123

Comparación de curvas Carga – Desplazamiento de la viga 1.



Nota. El gráfico compara las curvas realizadas por el método diagrama momento curvatura y el método de elementos finitos, el cual son comparadas con la curva experimental de la viga 01. Elaboración propia.

Momento - Curvatura: Presenta un primer tramo casi lineal hasta alcanzar una carga de 95.87 kN y un desplazamiento de 6.31 mm. A partir de este punto de cedencia, se observa un segundo tramo de la curva en el que la carga se mantiene constante, mientras que el desplazamiento continúa aumentando hasta la rotura de la viga, alcanzando una carga última de 99.24 kN y un desplazamiento de 84.49 mm.

Experimental: Muestra un comportamiento particular, con un primer tramo lineal hasta un punto de cedencia a una carga de 117.07 kN, donde alcanza la fluencia con un desplazamiento de 11.12 mm. Posteriormente, la curva se vuelve no lineal hasta alcanzar la rotura a una carga última de 136.36 kN y un desplazamiento de 89.6 mm.

Elementos Finitos: Presenta un comportamiento similar al de la curva experimental, con un tramo lineal hasta un punto de cedencia a una carga de 126.83 kN, donde alcanza

la fluencia con un desplazamiento de 13.77 mm. Posteriormente, la curva entra en un tramo no lineal hasta alcanzar la falla de la viga, con una carga máxima de 135.02 kN y un desplazamiento de 90 mm.

Viga 2

Para efectuar una comparación exhaustiva de los desplazamientos de la viga 2, se llevó a cabo un análisis comparativo mediante dos métodos: el diagrama momento curvatura y los elementos finitos. Paralelamente, se desarrolló un modelo numérico mediante elementos finitos, simulando un ensayo de flexión para obtener resultados de fuerzas y desplazamientos, y construir la curva carga – desplazamiento y también se desarrolló el diagrama momento curvatura para luego a partir de los momentos y curvaturas llegar a elaborar la curva carga - desplazamiento. El resultado de ambos métodos fue comparado con el desplazamiento ultimo experimental de la viga 2. La Tabla 2 detalla las características geométricas del material de la viga 2.

Tabla 2

Características de la viga 2 de concreto armado.

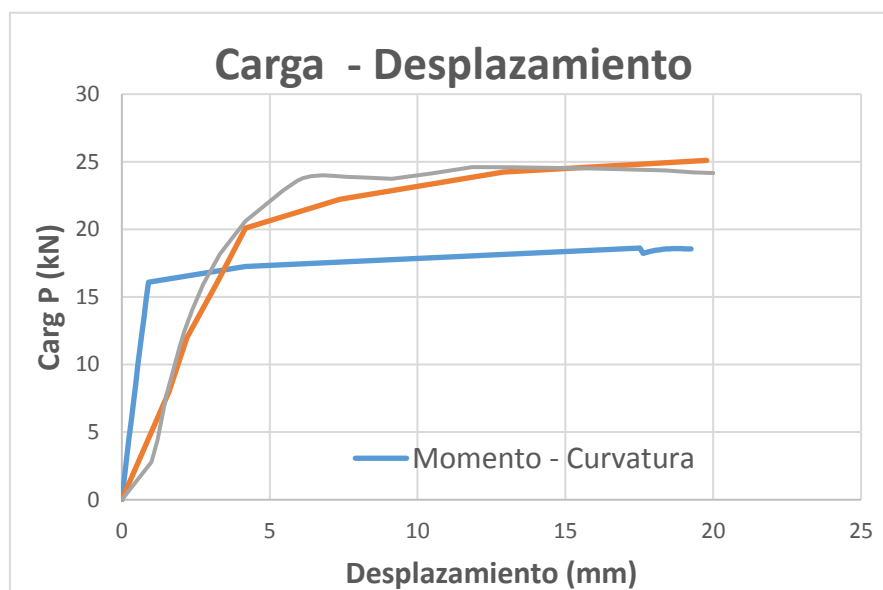
Muestra	Dimensiones	f'c	Carga	Desplazamiento ultima
Viga 02	10 x 18 cm	24.5 MPa	Tercios	
	Momento – Curvatura			19.25 mm
	Método de Elementos Finitos			20.00 mm
	Experimental			19.78 mm

Nota. Fuente: El autor

La Figura 124 presenta las curvas de carga - desplazamiento obtenidas por el método de elementos finitos y método del diagrama momento curvatura comparada con la curva experimental. Al comparar estas curvas, se observa lo siguiente:

Figura 124

Comparación de curvas Carga – Desplazamiento de la viga 2.



Nota. El gráfico compara las curvas realizadas por el método diagrama momento curvatura y el método de elementos finitos, el cual son comparadas con la curva experimental de la viga 02. Elaboración propia.

Momento - Curvatura: Presenta un primer tramo casi lineal hasta alcanzar una carga de 17.24 kN y un desplazamiento de 2.12 mm. A partir de este punto de cedencia, se observa un segundo tramo de la curva en el que la carga se mantiene constante, mientras que el desplazamiento continúa aumentando hasta la rotura de la viga, alcanzando una carga última de 18.61 kN y un desplazamiento de 19.25 mm.

Experimental: Muestra un comportamiento particular, con un primer tramo lineal hasta un punto de cedencia a una carga de 22.23 kN, donde alcanza la fluencia con un desplazamiento de 4.18 mm. Posteriormente, la curva se vuelve no lineal hasta alcanzar la rotura a una carga última de 25.02 kN y un desplazamiento de 19.78 mm.

Elementos Finitos: Presenta un comportamiento similar al de la curva experimental, con un tramo lineal hasta un punto de cedencia a una carga de 23.94 kN, donde alcanza

la fluencia con un desplazamiento de 4.18 mm. Posteriormente, la curva entra en un tramo no lineal hasta alcanzar la falla de la viga, con una carga máxima de 24.50 kN y un desplazamiento de 20 mm.

5.3.3 Resultados del objetivo específico 02

Desarrollar un análisis comparativo de la resistencia de vigas de concreto armado para comparar la variación de resultados usando diagrama momento curvatura y elementos finitos en Abancay – Apurímac 2024.

5.3.3.1 Resistencia de vigas de concreto armado

Viga 1

Para realizar el análisis comparativo de la resistencia de la viga 1, se llevó a cabo un análisis comparativo mediante dos métodos: el diagrama momento curvatura y los elementos finitos. Se desarrolló un modelo numérico mediante elementos finitos, simulando un ensayo de flexión para obtener resultados de fuerzas y desplazamientos, y construir la curva carga – desplazamiento y también se desarrolló el diagrama momento curvatura para luego a partir de los momentos y curvaturas llegar a elaborar la curva carga - desplazamiento. El resultado de ambos métodos fue comparado con la resistencia última experimental de la viga 1. La Tabla 3 detalla las características geométricas del material de la viga 1.

Tabla 3

Características de la viga 1 de concreto armado

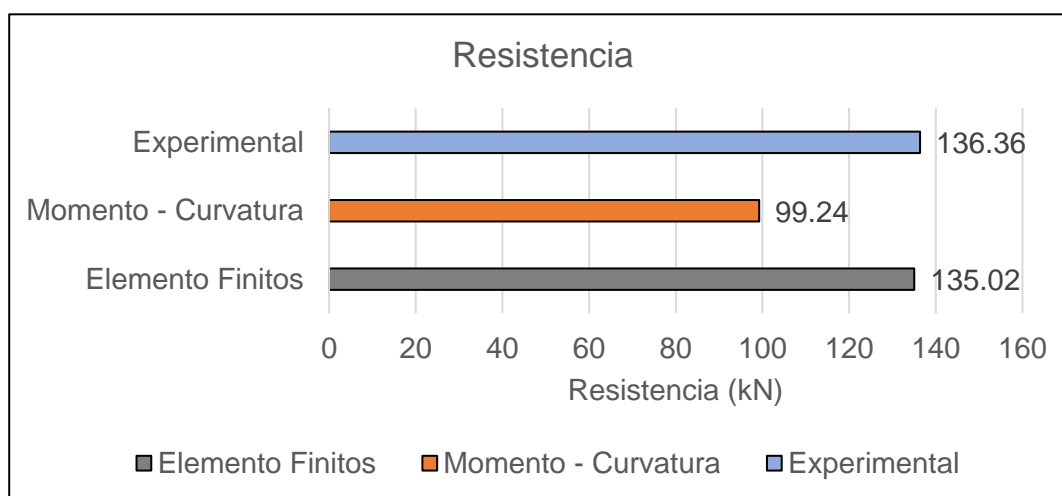
Muestra	Dimensiones	f'c	Carga	Resistencia última
Viga 01	25 x 40 cm	34.5 MPa	Puntual	
	Momento - Curvatura			99.24 kN
	Método de Elementos Finitos			135.02 kN
	Experimental			136.36 kN

Nota. Fuente: El autor

En la Figura 125 se muestra la comparación de resistencias obtenidas por el método de elementos finitos y el método de diagrama momento curvatura, comparadas con la resistencia experimental de la viga 1. Al comparar estas resistencias, se observa lo siguiente:

Figura 125

Comparación de Resistencias de la viga 1.



Nota: El gráfico compara las resistencias obtenidas por el método de elemento finitos y diagrama momento curvatura, las cuales se comparan con la resistencia experimental de la viga 01. Elaboración propia.

Momento - Curvatura: Muestra el valor de resistencia obtenido hasta alcanzar una carga de fluencia de 95.87 kN. A partir de este punto, donde la carga se mantiene constante, mientras el desplazamiento continúa aumentando hasta la rotura de la viga a una resistencia última de 99.24 kN.

Experimental: Muestra un comportamiento similar, con un primer tramo lineal hasta una carga de 120 kN. Posteriormente, la curva se vuelve no lineal hasta alcanzar la rotura a una carga última de 136.36 kN.

Elementos Finitos: Presenta un tramo lineal similar al resultado experimental hasta alcanzar la fluencia a una carga de 118.08 kN. A partir de este punto, la curva entra en el rango no lineal hasta llegar a una carga última de 135.02 kN.

Viga 2

Para realizar el análisis comparativo de la resistencia de la viga 2, se llevó a cabo un análisis comparativo mediante dos métodos: el diagrama momento curvatura y los elementos finitos. Se desarrolló un modelo numérico mediante elementos finitos, simulando un ensayo de flexión para obtener resultados de fuerzas y desplazamientos, y construir la curva carga – desplazamiento y también se desarrolló el diagrama momento curvatura para luego a partir de los momentos y curvaturas llegar a elaborar la curva carga - desplazamiento. El resultado de ambos métodos fue comparado con la resistencia última experimental de la viga 2. La Tabla 4 detalla las características geométricas del material de la viga 2.

Tabla 4

Características de la viga 2 de concreto armado

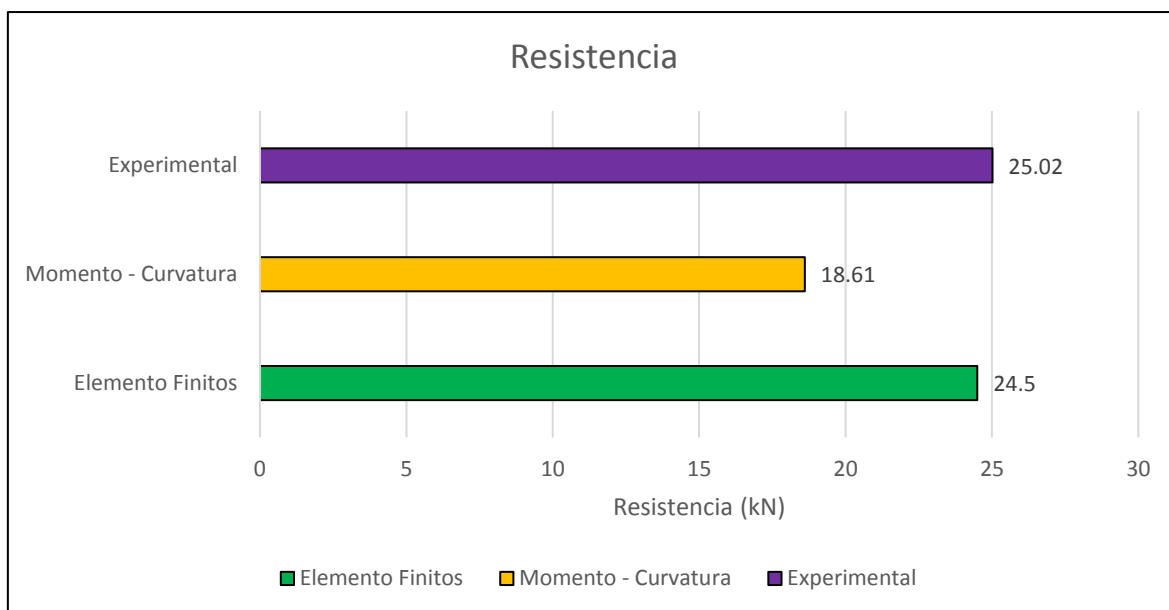
Muestra	Dimensiones	f'c	Carga	Resistencia última
Viga 02	10 x 18 cm	24.5 MPa	Tercios	
	Momento - Curvatura			18.61 kN
	Método de Elementos Finitos			24.50 kN
	Experimental			25.02 kN

Nota. Fuente: El autor

En la Figura 126 se muestra la comparación de resistencias obtenidas por el método de elementos finitos y el método de diagrama momento – curvatura, comparadas con la resistencia experimental de la viga 2. Al comparar estas resistencias, se observa lo siguiente:

Figura 126

Comparación de Resistencias de la viga 2.



Nota: El gráfico compara las resistencias obtenidas por el método de elemento finitos y diagrama momento curvatura, las cuales se comparan con la resistencia experimental de la viga 02. Elaboración propia.

Momento - Curvatura: Muestra valores obtenidos hasta alcanzar una carga de fluencia de 17.24 kN. A partir de este punto, donde la carga se mantiene constante, mientras el desplazamiento continúa aumentando hasta la rotura de la viga a una carga última de 18.61 kN.

Experimental: Muestra un comportamiento similar, con un primer tramo lineal hasta una carga de 22.23 kN. Posteriormente, la curva se vuelve no lineal hasta alcanzar la rotura a una carga última de 25.02 kN.

Elementos Finitos: Presenta un tramo lineal hasta alcanzar la fluencia a una carga de 23.94 kN. A partir de este punto, la curva entra en el rango no lineal hasta llegar a una carga última de 24.50 kN.

5.3.4 Resultados del objetivo específico 03

Desarrollar un análisis comparativo de la ductilidad de vigas de concreto armado para comparar la variación de resultados usando diagrama momento curvatura y elementos finitos en Abancay – Apurímac 2024.

5.3.4.1 Ductilidad de vigas de concreto armado

Viga 01

Para realizar el análisis comparativo de la ductilidad de la viga 1, se llevó a cabo un análisis comparativo mediante dos métodos: el diagrama momento curvatura y los elementos finitos. Se desarrolló un modelo numérico mediante elementos finitos, simulando un ensayo de flexión para obtener resultados de fuerzas y desplazamientos, y construir la curva carga – desplazamiento y también se desarrolló el diagrama momento curvatura para luego a partir de los momentos y curvaturas llegar a elaborar la curva carga - desplazamiento. El resultado de ambos métodos fue comparado con la ductilidad experimental de la viga 1. La Tabla 5 detalla las características geométricas del material de la viga 1.

Tabla 5

Características de la viga 1 de concreto armado

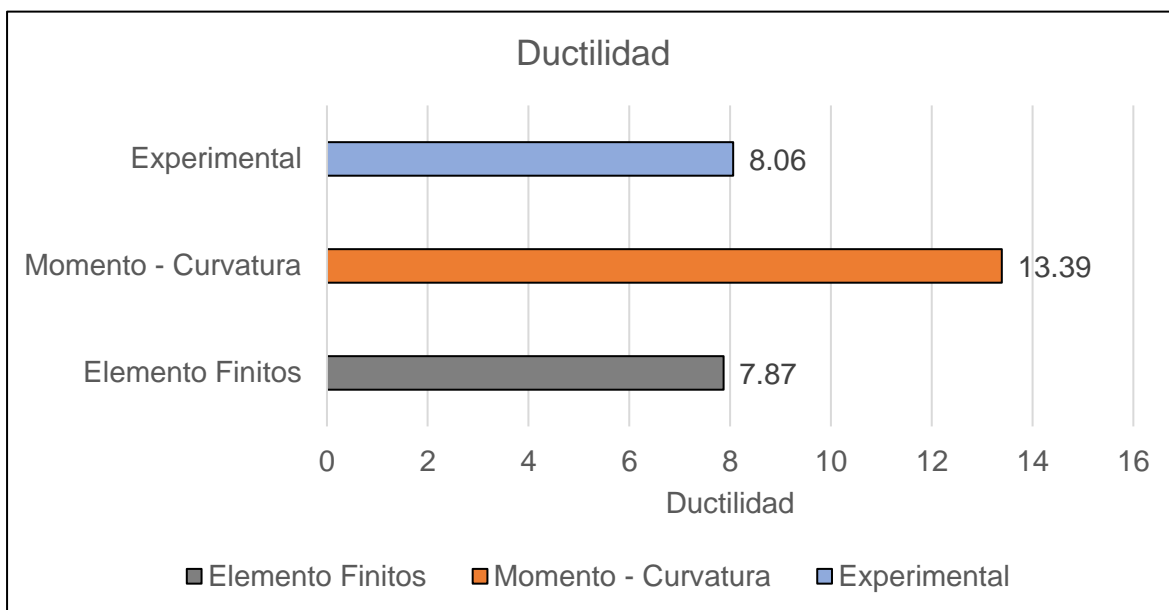
Muestra	Dimensiones	f'c	Carga	Ductilidad
Viga 01	25 x 40 cm	34.5 MPa	Puntual	
	Momento - Curvatura			8.06
	Método de Elementos Finitos			7.87
	Experimental			13.39

Nota. Fuente: El autor

En la Figura 127 se muestra la comparación de ductilidades obtenidas por el método de elementos finitos y el método de diagrama momento – curvatura, comparadas con la ductilidad experimental de la viga 1. Al comparar estas ductilidades, se observa lo siguiente:

Figura 127

Comparación de Ductilidades de la viga 1.



Nota: El gráfico compara las ductilidades obtenidas por el método de elemento finitos y diagrama momento curvatura, las cuales se comparan con la ductilidad experimental de la viga 01. Elaboración propia.

Momento - Curvatura: Presenta valores del punto donde inicia la cedencia una carga de 95.87 kN y un desplazamiento de 6.31 mm. A partir de este punto de cedencia, se observa un segundo tramo en el que la carga se mantiene constante mientras el desplazamiento continúa aumentando hasta la rotura de la viga, alcanzando una carga última de 98.97 kN y un desplazamiento de 84.49 mm. Al calcular la ductilidad, se obtiene un valor de 13.39.

Experimental: Muestra valores hasta un punto de cedencia a una carga de 117.07 kN, alcanzando un desplazamiento de 11.12 mm. Posteriormente, la curva se vuelve no lineal hasta la rotura, con una carga última de 138 kN y un desplazamiento de 89.6 mm. Al calcular la ductilidad, se obtiene un valor de 8.06.

Elementos Finitos: Presenta valores de punto de cedencia a una carga de 126.83 kN, alcanzando un desplazamiento de 11.42 mm. Posteriormente, la curva entra en un tramo no lineal hasta la falla de la viga, con una carga máxima de 135.02 kN y un desplazamiento de 90 mm. Al calcular la ductilidad, se obtiene un valor de 7.87.

Viga 2

Para realizar el análisis comparativo de la ductilidad de la viga 2, se llevó a cabo un análisis comparativo mediante dos métodos: el diagrama momento curvatura y los elementos finitos. Se desarrolló un modelo numérico mediante elementos finitos, simulando un ensayo de flexión para obtener resultados de fuerzas y desplazamientos, y construir la curva carga – desplazamiento y también se desarrolló el diagrama momento curvatura para luego a partir de los momentos y curvaturas llegar a elaborar la curva carga - desplazamiento. El resultado de ambos métodos fue comparado con la ductilidad experimental de la viga 2. La Tabla 6 detalla las características geométricas del material de la viga 2.

Tabla 6

Características de la viga 2 de concreto armado

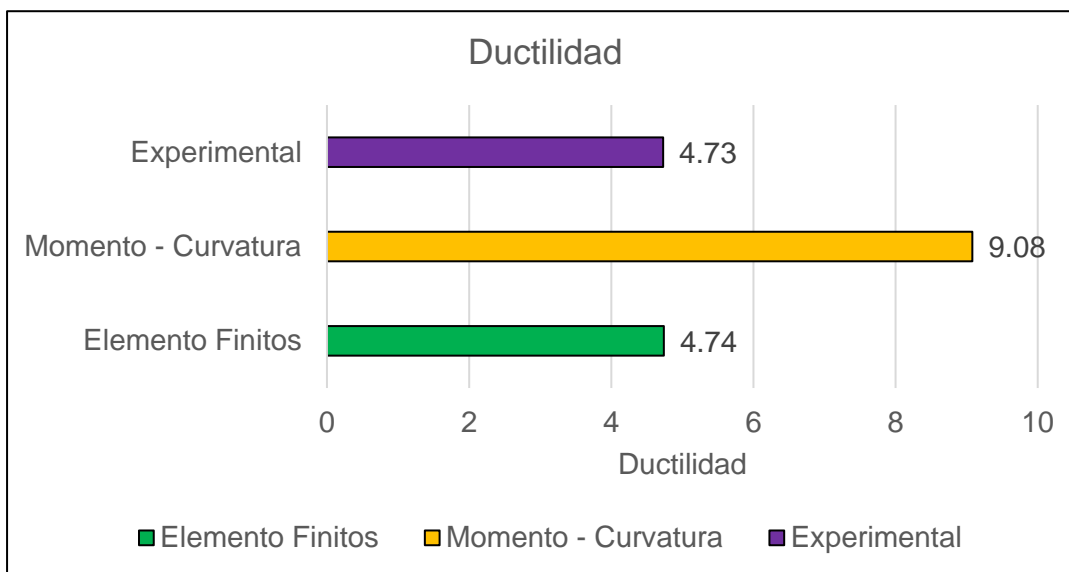
Muestra	Dimensiones	f'c	Carga	Ductilidad
Viga 02	10 x 18 cm	24.5 MPa	Tercios	
	Momento - Curvatura			9.08
	Método de Elementos Finitos			4.74
	Experimental			4.73

Nota. Fuente: El autor

En la Figura 128 se muestra la comparación de ductilidades obtenidas por el método de elementos finitos y el método de diagrama momento curvatura, comparadas con la ductilidad experimental de la viga 2. Al comparar estas ductilidades, se observa lo siguiente:

Figura 128

Comparación de ductilidades de la viga 2.



Nota: El gráfico compara las ductilidades obtenidas por el método de elemento finitos y diagrama momento curvatura, las cuales se comparan con la ductilidad experimental de la viga 02. Elaboración propia.

Momento - Curvatura: Presenta valores hasta alcanzar una carga de fluencia de 17.24 kN y un desplazamiento de 2.12 mm. A partir de este punto de cedencia, se observa un segundo tramo en el que la carga se mantiene constante mientras el desplazamiento continúa aumentando hasta la rotura de la viga, alcanzando una carga última de 18.61 kN y un desplazamiento de 19.25 mm. Al calcular la ductilidad, se obtiene un valor de 9.08.

Experimental: Muestra un valor cedencia a una carga de 22.23 kN, alcanzando la fluencia con un desplazamiento de 4.18 mm. Posteriormente, la curva se vuelve no lineal hasta la rotura, con una carga última de 25.10 kN y un desplazamiento de 19.78 mm. Al calcular la ductilidad, se obtiene un valor de 4.73.

Elementos Finitos: Presenta un valor similar a la ductilidad experimental, con un valor de cedencia a una carga de 23.94 kN, alcanzando la fluencia con un desplazamiento de 4.18 mm. Posteriormente, presenta una carga máxima de 24.50 kN y un desplazamiento de 20 mm. Al calcular la ductilidad, se obtiene un valor de 4.74.

5.4 Discusión de resultados

La discusión de los resultados de la investigación se llevó a cabo comparando los datos obtenidos de dos métodos con los resultados experimentales, con el fin de comprender el comportamiento no lineal de vigas de concreto armado. Estos resultados también fueron contrastados con investigaciones previas relacionadas con las variables de la tesis.

En cuanto a la **discusión de resultados del objetivo general**, que consiste en desarrollar un análisis comparativo del comportamiento no lineal de vigas de concreto armado, se comparó la variación de resultados utilizando los métodos el diagrama momento curvatura y el de elementos finitos. En el análisis comparativo del comportamiento no lineal de la viga 1, se observó que existen diferencias en las respuestas no lineales al utilizar estos dos métodos, en comparación con los resultados experimentales, de igual manera en la viga 2.

Sin embargo, los resultados que más se asemejan a los experimentales fueron las respuestas obtenidas mediante elementos finitos. Esto se debe a que dicho método considera la plasticidad de cada material (daño) que intervienen en la elaboración de las vigas de concreto.

Por otro lado, el método de momento curvatura utiliza ecuaciones y fórmulas aproximadas, este método nos proporciona de manera más sencilla y conservadora el comportamiento no lineal del elemento estructural. El método del diagrama momento curvatura sirve para verificaciones de respuestas no lineales preliminares, sin embargo si queremos ser más refinados con las respuestas tenemos que utilizar el método de elementos finitos.

El **método de elementos finitos demanda** más tiempo de cómputo, en la viga 1 el tiempo de cómputo fue de 7-8 horas, de la viga 2 fue de 5 horas, mientras **que el**

diagrama momento curvatura es más sencillo con un tiempo de ejecución de 1 hora que va a variar de acuerdo al tipo de modelo esfuerzo - deformación que utilizamos para el concreto y acero.

Asimismo, según **Burga (2022)** corrobora que el uso del método de elementos finitos para simulación numérica presenta respuestas congruentes a ensayos experimentales, en su investigación, realizó una calibración de un modelo de elementos finitos de un muro de contención de piedra, logrando un error del 0.11% en función de las fuerzas, desplazamientos y el modo de falla reales del muro, obteniendo resultados muy cercanos. Menciona que esto se debe al tipo de malla utilizada en el método de elementos finitos y a la precisión en la definición de las propiedades mecánicas de los materiales que componen el muro de piedra.

Se logra corroborar el uso del método de elementos finitos con **Calvo y Santillán (2022)** en su tesis de pregrado, modelaron un muro de albañilería confinada sometido a carga lateral, basándose en ensayos experimentales de muros, utilizando el método de elementos finitos. Definieron las propiedades de los materiales que componen el muro de albañilería confinada (ladrillo, acero, concreto y elementos de borde), y compararon la curva carga - desplazamiento del muro con la respuesta de la curva experimental. Después de realizar calibraciones en los materiales, lograron representar el muro de albañilería utilizando un valor para el módulo de Young equivalente al 65% del de la albañilería, obteniendo una carga lateral de 246.56 MPa en el modelo experimental y de 243.62 MPa en el modelo mediante elementos finitos, con una diferencia de 1.19%. Estos resultados demuestran que el uso del método de elementos finitos para modelar materiales o conjuntos de materiales frente a fuerzas, desplazamientos, momentos, etc., produce resultados muy cercanos a los reales.

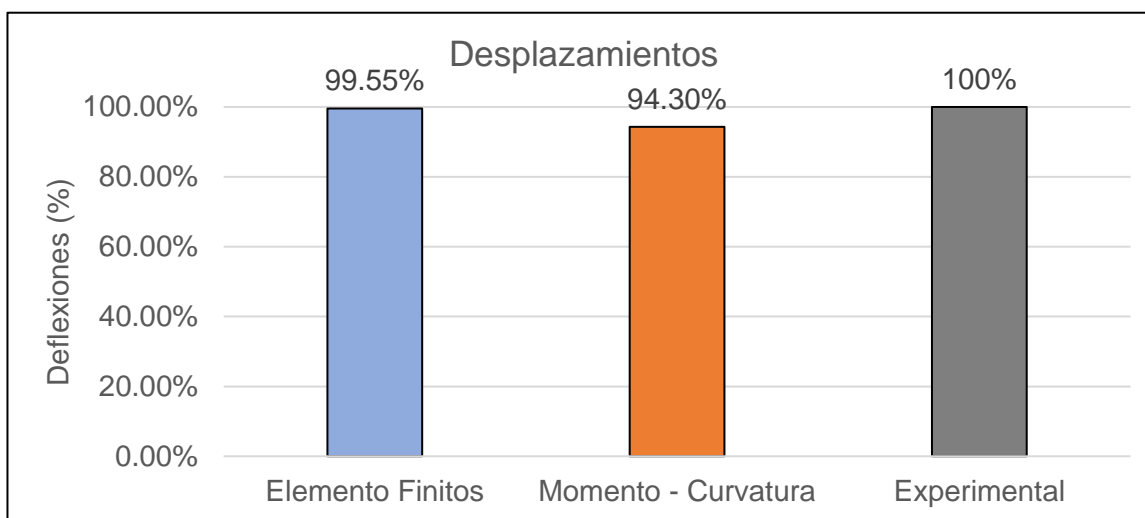
En cuanto a la **discusión de los resultados del objetivo específico 1**, que es desarrollar un análisis comparativo de la desplazamiento de vigas de concreto armado para

comparar la variación de resultados utilizando el diagrama momento curvatura y elementos finitos, se observó en las figura anteriores de las Desplazamientos de la viga 1 y 2 que las comparaciones entre las Desplazamientos obtenidas mediante elementos finitos y momento - curvatura, frente a las Desplazamientos experimentales, muestran diferencias. Sin embargo, el desplazamiento calculado mediante elementos finitos es la que más se aproxima al desplazamiento experimental.

Para la viga 1, sometida a una carga puntual en el centro, se obtuvo un valor de desplazamiento máxima de 90 mm utilizando elementos finitos, mientras que el desplazamiento obtenido experimentalmente fue de 89.60 mm, resultando en una diferencia del 0.45%. En cambio, la comparación con el método de momento curvatura mostró una diferencia del 5.70%.

Figura 129

Análisis de Desplazamiento de la viga 1



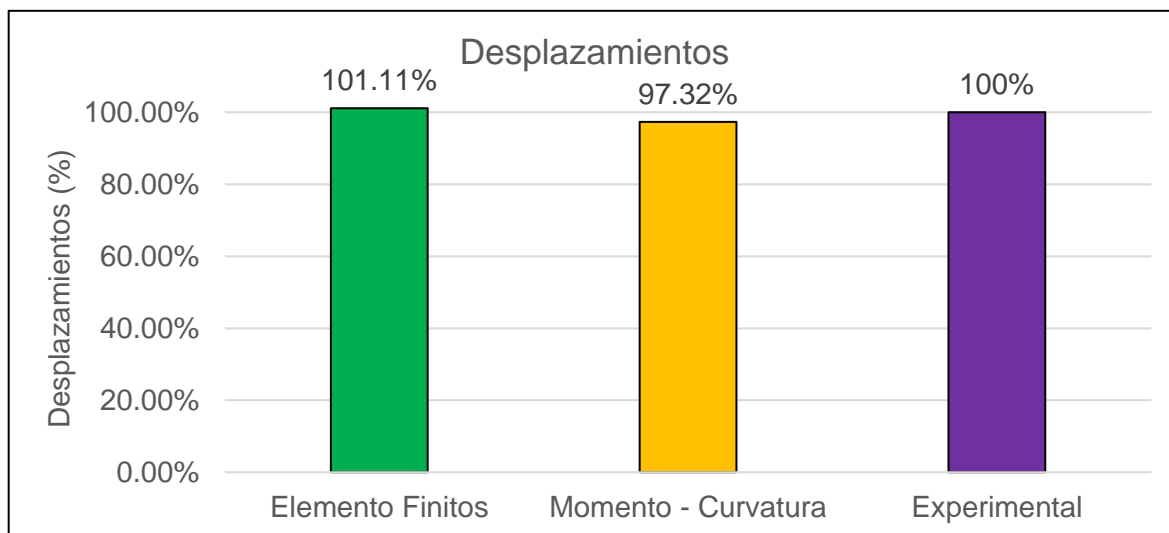
Nota. Fuente: El autor

Para la viga 2, sometida a una carga a los tercios, se obtuvo un valor de desplazamiento último de 20 mm utilizando el método de elementos finitos, mientras que

el desplazamiento obtenido experimentalmente fue de 19.78 mm, resultando en una diferencia del 1.11%. En cambio, la comparación del desplazamiento obtenido por el método de diagrama momento curvatura mostró una diferencia del 2.68%.

Figura 130

Análisis de desplazamiento de la viga 2



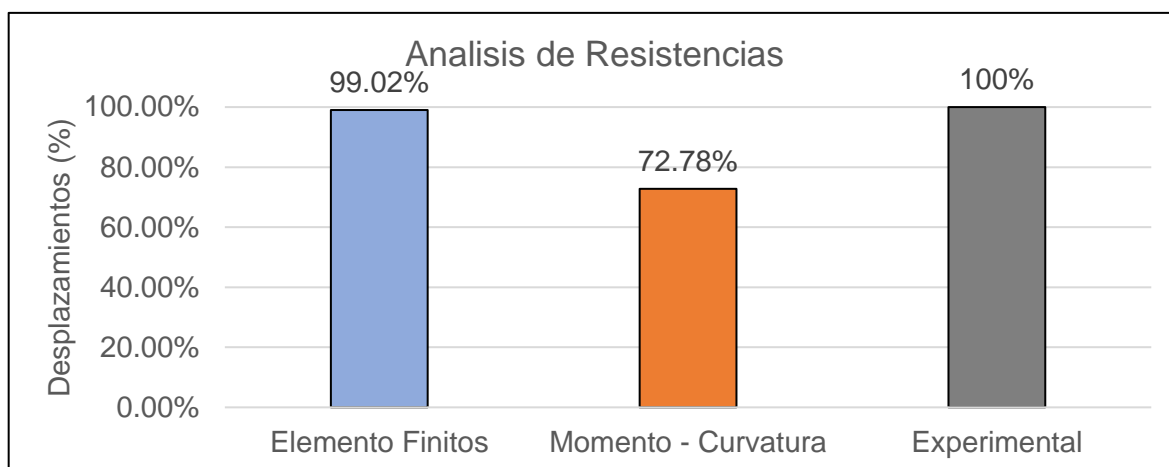
Nota. Fuente: El autor

Además, según **Sócrates et al. (2021)**, en su investigación realizaron un estudio comparativo de los desplazamientos teóricos y reales de vigas de concreto armado. Para el cálculo de la deflexión teórica se elaboró el diagrama de momentos de curvatura. Ensayaron vigas de concreto con agregados de diferentes canteras, obteniendo desplazamientos a diferentes cargas teóricos de 13.2863 mm, 11.4471 mm, 3.9517 mm, mientras que de manera teórica obtuvieron un desplazamiento de 15.460 mm, 12.390 mm, 4.875 mm. Esto muestra que el uso de ecuaciones y fórmulas simplificadas, proporciona valores conservadores para el diseño de una viga, pero no representan con precisión el comportamiento real de una viga de concreto armado. La razón principal de esta diferencia radica en el comportamiento no lineal de los materiales que componen una viga de concreto armado y en la longitud de la viga ensayada.

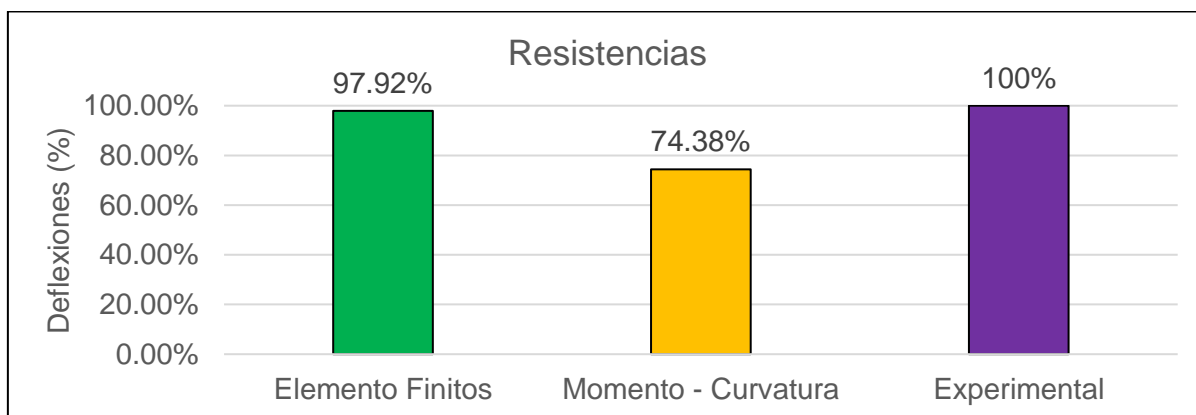
Hamdi Serdar et al. (2024) en su artículo científico tuvo como objetivo desarrollar un modelo en elementos finitos no lineal que pueda representar el comportamiento de vigas producidas utilizando concreto armado con fibras de acero cuando están sometidas a cargas de impacto, con el planteamiento de problema. Los resultados obtenidos exponieron la curva desplazamiento versus tiempo llegaron a un desplazamiento por el método de elementos finitos 24.48 mm y el experimental fue de 23.84 mm. Llegando a la conclusión general que resultados numéricos son consistentes con los resultados experimentales para simular la respuesta no lineal de las vigas.

Discusión de resultados del objetivo específico 2: Desarrollar un análisis comparativo de la resistencia de vigas de concreto armado para comparar la variación de resultados utilizando el diagrama momento curvatura y elementos finitos. Como se observó en las figuras, al comparar las resistencias de las vigas 1 y 2 obtenidas, se aprecian diferencias entre estos dos métodos en comparación con los resultados experimentales. Sin embargo, la resistencia última calculada mediante elementos finitos es la que más se aproxima a la resistencia experimental.

Para la viga 1, sometida a una carga puntual en el centro, se obtuvo un valor de resistencia máxima de 135.02 kN utilizando elementos finitos, mientras que la resistencia experimental fue de 136.36 kN, lo que resultó en una diferencia del 0.98%. Por otro lado, al comparar con la resistencia mediante el método de diagrama momento curvatura se obtuvo una diferencia del 27.22%.

Figura 131*Análisis de las resistencias de la viga 1**Nota.* Fuente: El autor

Para la viga 2, sometida a cargas a los tercios, se obtuvo un valor de resistencia máxima de 24.50 kN utilizando elementos finitos, mientras que la resistencia experimental fue de 25.02 kN, lo que resultó en una diferencia del 2.08 %. Por otro lado, al comparar con la resistencia mediante el método de diagrama momento curvatura, se obtuvo una diferencia del 25.62%.

Figura 132*Análisis de resistencias de la viga 2**Nota.* Fuente: El autor

Además, según **Apaza y Monterroso (2017)** en su investigación, realizaron una comparación teórica y experimental variando las separaciones de los estribos. Obtuvieron una resistencia máxima experimental de 12,908 kg, mientras que mediante ecuaciones analíticas obtuvieron un valor de 7,388.69 kg. Estos resultados muestran una gran variación al utilizar ecuaciones analíticas aproximadas para calcular las resistencias. Esto se debe a que las ecuaciones y fórmulas simplificadas a menudo consideran solo el rango lineal, ignorando el rango no lineal, lo que genera estas diferencias. Los resultados obtenidos demuestran que el cálculo analítico de resistencia es conservador para el diseño de estructuras o elementos estructurales. Sin embargo, si se desea comprender realmente el comportamiento de una viga de concreto armado, es necesario realizar ensayos experimentales o modelamientos mediante el método de elementos finitos.

Amarah y Nasiriya (2020) tuvo como objetivo el comportamiento no lineal a flexión de vigas de concreto armado reforzadas con CFRP usando el método de elementos finitos, para lo cual utilizó el programa ABAQUS, en el cual se centra en la curva carga-desplazamiento, el patrón de grietas, deformación del concreto y los modos de fallas de las vigas, logrando los siguientes resultados: con respecto a las cargas para las 3 vigas sin reforzamiento de CFRP tuvo una capacidad de 47.84 kN y mientras por el método de elementos finitos se obtuvo una capacidad de 48 kN, con respecto a los modos de falla se asemejan bastante al ensayo experimental, y de igual manera al desarrollo de las grietas.

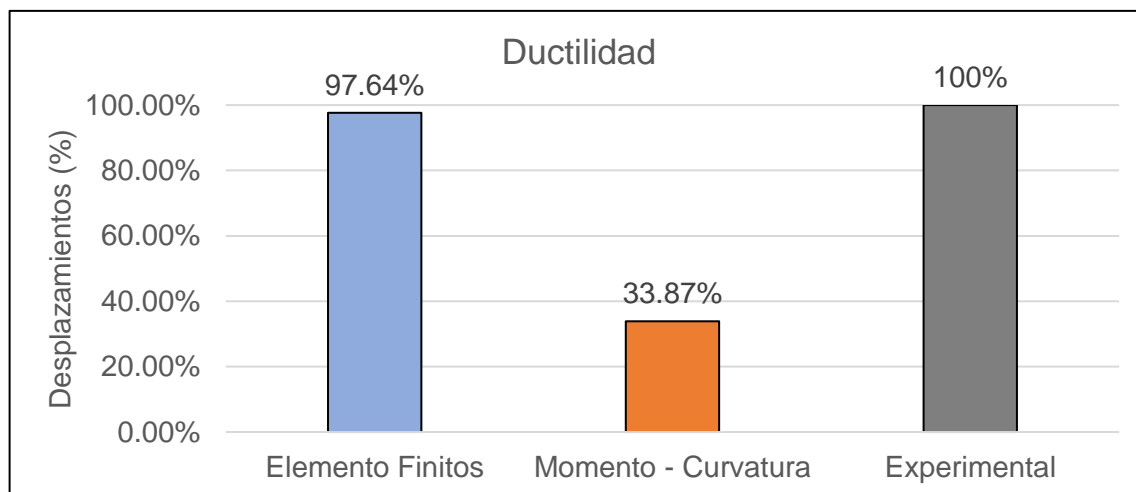
Entonces podemos concluir comparando los resultados de resistencia con otras investigaciones utilizando el método de elementos finitos, podemos reforzar nuestras conclusiones y validar la investigación.

Discusión de resultados del objetivo específico 3: Desarrollar un análisis comparativo de la ductilidad de vigas de concreto armado para comparar la variación de resultados utilizando el diagrama momento curvatura y elementos finitos. Como se muestra en las figuras anteriores, al comparar las ductilidades obtenidas mediante elementos finitos y mediante el método de diagrama momento curvatura, se observan diferencias entre estos dos métodos con los resultados experimentales. Sin embargo, la ductilidad calculada mediante elementos finitos es la que más se aproxima a la ductilidad experimental.

Para la viga 1, sometida a una carga puntual en el centro, se obtuvo un valor de ductilidad de 7.87 utilizando elementos finitos, mientras que la ductilidad experimental fue de 8.06, lo que resultó en una diferencia del 2.36%. Por otro lado, al comparar con la ductilidad determinada mediante el diagrama momento - curvatura, se obtuvo una diferencia del 66.13%.

Figura 133

Análisis de la ductilidad de la viga 1

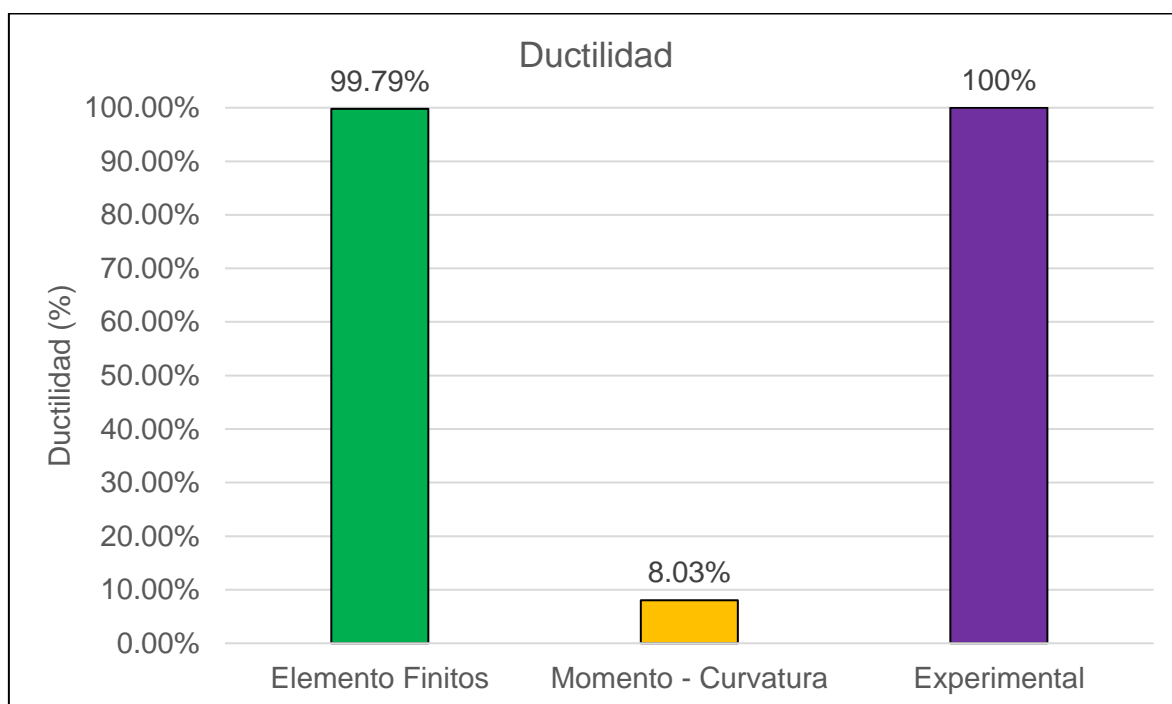


Nota. Fuente: El autor

Para la viga 2, sometida a cargas a los tercios, se obtuvo un valor de ductilidad de 4.74 utilizando elementos finitos, mientras que la ductilidad experimental fue de 4.73, lo que resultó en una diferencia del 0.21%. Por otro lado, al comparar con la ductilidad determinada mediante el diagrama momento - curvatura, se obtuvo una diferencia del 91.97%.

Figura 134

Análisis de ductilidad de la viga 2



Nota. Fuente: El autor

Además, según **Villalba y Pumacchua (2024)** en su tesis de grado, realizaron un diagrama momento curvatura ensayando una viga de concreto armado con galgas extensiométricas para medir deformaciones en el acero. Lograron construir el diagrama momento curvatura y calcular la ductilidad experimental y analítica, comparando ambas propiedades. La ductilidad obtenida mediante momento curvatura fue de 19.04, mientras que la ductilidad experimental fue de 25.82. Esto indica que la cantidad de energía que puede disipar el elemento estructural varía significativamente según el método utilizado.

Estos resultados muestran que la ductilidad del concreto armado en el rango no lineal, cuando se utilizan métodos analíticos aproximados (momento - curvatura), presenta valores muy conservadores a la realidad, y parecen no representar con precisión el comportamiento en el rango no lineal de vigas de concreto armado. La presente investigación corrobora que el uso del método de elementos finitos tiene un grado de aproximación muy eficaz para representar el comportamiento real de una estructura o elemento de concreto armado, en comparación con el diagrama momento curvatura.

VI Conclusiones

Conclusión para el objetivo general

De acuerdo al análisis comparativo del comportamiento no lineal de vigas de concreto armado, utilizando dos métodos para conocer el comportamiento real de vigas de concreto armado se determinó que el modelo de elementos finitos en ABAQUS es básicamente consistente con los resultados experimentales teniendo diferencias mínimas con respecto a las propiedades mecánicas en el rango no lineal, mientras que el método de diagrama momento curvatura existen variaciones con respecto a las propiedades en el rango no lineal de la viga de concreto armado que no representan el comportamiento real de la viga de concreto, pero esto es una condición que nos indica que el método de diagrama momento curvatura se representa de manera conservadora el comportamiento no lineal de vigas de concreto armado, pero en la actualidad el uso de ecuaciones y fórmulas simplificadas cuando diseñamos estructuras de concreto armado no consideran el comportamiento no lineal lo cual nos llevarían a resultados realmente conservadores lo cual es una ventaja estructural mas no económica, también estas variaciones que existen se deben a la curva esfuerzo – deformación de los materiales usados (concreto y acero).

El método de elementos finitos considera a la viga de concreto armado un material que posee las mismas propiedades en todas sus direcciones o también llamados isotrópicos, pero el concreto armado está formado por ciertos materiales y representar este comportamiento es complejo, por lo cual el método de elementos finitos en ABAQUS utiliza el modelo de plasticidad de daño para el concreto el cual este modelo tiene como objetivo principal el análisis de estructuras de concreto armado sometidas a cargas cíclicas y monótonas, los principales mecanismos de falla para el concreto son el agrietamiento en tracción y el aplastamiento a compresión. Esta teoría que utiliza el software ABAQUS tiene como objetivo principal captar los efectos del daño irreparables que estén asociados a los mecanismos de falla del concreto u otros materiales.

Conclusión para el objetivo 1

De acuerdo a las comparaciones sobre el desplazamiento de vigas de concreto armado utilizando el método de elementos finitos y diagrama momento curvatura se determinó la variación de resultados utilizando estos dos métodos con resultados experimentales.

Se observó que el desplazamiento en la viga 1 mediante el método de elementos finitos fue de 90 mm y mediante el diagrama momento curvatura fue de 84.49 mm comparando con el valor del desplazamiento experimental de 89.6 mm. Se observó que el desplazamiento en la viga 2 mediante el método de elementos finitos fue de 20 mm y mediante el diagrama momento curvatura fue de 19.25 mm comparando con el valor de desplazamiento experimental de 19.78 mm, se determinó que el uso del método de elementos finitos representa con bastante precisión el desplazamiento en el rango no lineal de la viga de concreto armado.

Además, la precisión del método de elementos finitos para predecir el desplazamiento implica que puede ser utilizado no solo en el diseño estructural, sino también en la evaluación de estructuras existentes para determinar posibles fallos o necesidades de reforzamiento. Sin embargo, el cálculo mediante momento curvatura es más beneficioso ya que este método no es tan complejo, sería factible utilizar el diagrama momento curvatura de manera preliminar cuando estemos diseñando elementos estructurales.

Conclusión para el objetivo 2

De acuerdo a las comparaciones sobre la resistencia de vigas de concreto armado utilizando el método de elementos finitos y diagrama momento curvatura se determinó la variación de resultados utilizando estos dos métodos con resultados experimentales. Se observó que la resistencia en la viga 1 mediante el método de elementos finitos fue de 135.02 kN y mediante el diagrama momento curvatura fue de 99.24 kN comparando con el valor de desplazamiento experimental de 136.36 kN.

Se observó que la resistencia en la viga 2 mediante el método de elementos finitos fue de 24.50 kN y mediante el diagrama momento curvatura fue de 18.61 kN comparando con el valor de desplazamiento experimental de 25.02 kN.

Se determinó que el uso del método de elementos finitos representa con bastante precisión la resistencia en el rango no lineal de la viga de concreto armado. Esto refuerza la conclusión de que el método de elementos finitos es una herramienta más confiable para modelar el comportamiento en el rango no lineal.

Esta precisión en la predicción de la resistencia es crucial en el diseño estructural, especialmente en situaciones donde se requiera maximizar el uso de materiales sin comprometer la seguridad. En un contexto económico, el uso del método de elementos finitos puede contribuir a la optimización del diseño estructural, permitiendo un dimensionamiento más preciso de los elementos, reduciendo el sobredimensionamiento de materiales y, por ende, los costos.

Conclusión para el objetivo 3

De acuerdo a las comparaciones sobre la ductilidad de vigas de concreto armado utilizando el método de elementos finitos y diagrama momento curvatura se determinó la variación de resultados utilizando estos dos métodos con resultados experimentales. Se observó que la ductilidad en la viga 1 mediante el método de elementos finitos fue de 7.87 y mediante el diagrama momento curvatura fue de 13.39 comparando con el valor de desplazamiento experimental de 8.06

Se observó que la ductilidad en la viga 2 mediante el método de elementos finitos fue de 4.74 y mediante el diagrama momento curvatura fue de 9.08 comparando con el valor de desplazamiento experimental de 4.73

Se determinó que el uso del método de elementos finitos representa con bastante precisión la ductilidad en el rango no lineal de la viga de concreto armado. Este resultado indica que el método de elementos finitos es más adecuado para representar la capacidad de una viga de concreto armado para deformarse sin perder su capacidad de carga.

La ductilidad es un parámetro clave en el diseño sísmico, donde se busca que las estructuras tengan la capacidad de disipar energía sin colapsar. El hecho de que el método de elementos finitos capture mejor esta propiedad sugiere que es una herramienta valiosa para el diseño de estructuras resistentes a terremotos, ya que permite evaluar más precisamente la capacidad de una estructura para soportar deformaciones importantes sin comprometer su integridad estructural.

VII Recomendaciones

Recomendación del objetivo general

Se recomienda que el método de elementos finitos sea utilizado con mayor frecuencia para el diseño, análisis y evaluación de estructuras de concreto armado, particularmente en situaciones donde el comportamiento no lineal es significativo, como en estructuras sometidas a cargas sísmicas, cargas dinámicas o en condiciones de sobrecarga. Además, su uso puede extenderse al ámbito de la rehabilitación estructural, donde es fundamental comprender el comportamiento real de la estructura para determinar el tipo de intervención más adecuado.

Se recomienda realizar investigaciones en distintos elementos como pueden ser elementos estructurales o conjunto, como columnas, pórticos, muros de concreto, muros de albañilería confinada, acero, etc. y podemos investigar los efectos de las cargas (momento, cortante, flexión, flexo compresión, etc.) en diferentes materiales y ver cómo se comportan dichos elementos para luego proponer posibles soluciones a distintos problemas en el diseño de estructuras de concreto, acero, etc.

Recomendación del objetivo específico 1

Dado que el método de elementos finitos demostró ser más preciso para predecir el desplazamiento en el rango no lineal, se recomienda utilizar este enfoque en lugar de métodos analíticos para proyectos que requieran una evaluación detallada de la deformación bajo cargas extremas, como en estructuras sometidas a cargas dinámicas o sísmicas. A pesar de la precisión del método de elementos finitos, es fundamental continuar validando los resultados obtenidos con ensayos experimentales, sobre todo cuando se trate de estructuras críticas. Esto permitirá ajustar los parámetros de entrada en los modelos numéricos y asegurar una mayor precisión en los resultados.

Los resultados obtenidos sugieren que el método de elementos finitos es adecuado para evaluar estructuras existentes. Se recomienda su uso en proyectos de rehabilitación estructural, donde se necesite prever con exactitud las deformaciones que podrían ocurrir bajo diferentes condiciones de carga.

Recomendación del objetivo específico 2

El uso de elementos finitos permitió una estimación más precisa de la resistencia máxima. Se recomienda que los ingenieros utilicen este enfoque para optimizar el diseño de estructuras de concreto armado, evitando el sobredimensionamiento innecesario de elementos, lo que resultaría en un ahorro de materiales y costos sin comprometer la seguridad.

Considerando las limitaciones del método analítico para predecir la resistencia en el rango no lineal, es recomendable que las normativas de diseño estructural incluyan criterios que promuevan el uso de métodos avanzados como el de elementos finitos, sobre todo en proyectos donde las cargas son variables o extremas.

Se sugiere que los profesionales en ingeniería civil reciban mayor capacitación en el uso de software avanzado en el método de elementos finitos en programas como ABAQUS. La incorporación de estos métodos en la práctica común permitirá a los ingenieros obtener una comprensión más completa del comportamiento estructural y mejorar la seguridad en el diseño.

Recomendación del objetivo específico 3

Dado que la ductilidad es una propiedad esencial en el diseño de estructuras sismo-resistentes, se recomienda que se priorice el uso del método de elementos finitos para evaluar la capacidad de deformación de las estructuras de concreto armado bajo cargas cíclicas. Esto permitirá diseñar estructuras que puedan disipar adecuadamente la energía durante un evento sísmico.

A partir de los resultados obtenidos, se recomienda que los ingenieros consideren la posibilidad de ajustar los diseños estructurales para maximizar la ductilidad de las vigas de concreto armado. Esto puede incluir cambios en la disposición del refuerzo o en la composición del concreto, lo que puede ser evaluado eficientemente mediante simulaciones numéricas.

Aunque el método de elementos finitos es preciso para predecir la ductilidad, es recomendable complementarlo con ensayos de laboratorio, especialmente en proyectos de gran escala. Estos ensayos pueden proporcionar información valiosa para calibrar los modelos numéricos y asegurar que se capturen todos los fenómenos que ocurren durante la deformación no lineal.

VIII Referencias

- Hamdi Serdar, A., Caglar, N., Demirtas, G., & Saribiyik, M. (2024). Nonlinear finite element analysis of the steel fiber reinforced concrete beams subjected to impact loads. *Journal of Construction*, 16. doi:<https://doi.org/10.7764/RDLC.23.1.88>
- Aguiar, R. F. (2003). *Análisis Sísmico por Desempeño*. Ecuador: CEINCI-ESPE.
- Alcívar, W. S., Josué, P. Z., & Carlos, V. C. (2021). Comparación teórico - experimental del comportamiento a flexión de vigas de hormigón armado mediante gráficas momento - curvatura. *RIEMAT*, 6(1), 1-9. doi:<https://doi.org/10.33936/riemat.v6i1.3685>
- Amarah, & Nasiriya. (2020). Análisis de elementos finitos de Vigas de Hormigón Armado CFRP. *Revista Ingeniería de Construcción RIC*, 22.
- Apaza Amau, C., & Monterroso Ortiz de Zevallos, C. (2017). *Comparación de la separación de estribos en viga de concreto armado de diseño según la norma E-060 respecto a la colocación en obra en la ciudad del Cusco, 2016*. Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, Cusco, Cusco, Perú.
- Apaza Amau, C., & Monterroso Ortiz de Zevallos, C. K. (2017). *Comparación de la separación de estribos en vigas de concreto armado de diseño según la norma E.060 respecto a la colocación en obra*. Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, Cusco, Cusco, Perú.
- Burga, V. F. (2022). *Modelación numérica de muros de contención de piedra*. Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Lima, Perú.
- Cahuata, E. I. (2012). *Estadística y Probabilidades con SPSS*. Megabyte.

Calvo Peceros, C., & Santillan Cordova, E. (2022). *Modelamiento numérico de un muro de albañilería confinada a través de un análisis Pushover*. Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas, Lima, Lima, Perú.

Cama Villalba , J. M., & Pumacchua Cruz, C. (2024). *DETERMINACION DE LA RELACION MOMENTO CURVATURA EN SECCIONES DE CONCRETO ARMADO SOMETIDOS A FLEXIÓN INCORPORANDO FIBRAS DE ACERO*. Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco, Cusco, Cusco, Perú.

Carbajal, E. P. (1993). *Temas de Tecnología del Concreto*. Lima, Lima, Perú: Colegio de Ingenieros del Perú Consejo Nacional.

Carrasco Diaz, S. (2006). *Metodología de la investigación científica*. Lima, Lima, Perú: San Marcos.

Castillo, T. F. (2017). *Tecnología del Concreto*. Lima, Lima, Perú: San Marcos.

Cuevas, R. A. (2001). *Estudio del comportamiento inelástico a flexión de vigas por efecto del agrietamiento y sus implicancias en la redistribución de momentos [Tesis de Maestría, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey]*. REPOSITORIO INSTITUCIONAL.

Dsimulia. (2009). *ABAQUS*. Obtenido de <https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/gss/default.htm?startat=ch03s01.html>

Fargier Gabaldón, L. B., & Fargier Suárez, L. E. (2013). *Concreto armado comportamiento y diseño*.

- Garcia Sanabria, D. (2017). *Manual para la elaboración de diagrama momento curvatura de secciones de concreto armado*. Universidad de Pamplona, Pamplona, Santander, Colombia.
- Gonzales Cuevas, O., & Robles Fernandez - Villegas, F. (2005). *Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado* (4ta ed.). Mexico DF: Limusa.
- Hafezolghorani Esfahami, M., Hejazi, F., Vaghei, R., & karimzadeh, k. (2017). Simplified Damage Plasticity Model for Concrete. *Structural Engineering International*, 11. doi:DOI: 10.2749/101686616X1081
- Harmsen, T. E. (2017). *Diseño de Estructuras de Concreto Armado* (Quinta edición ed.). Lima, Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Jorge Ponce, X. y. (2019). *Modelamiento no lineal geometrico de vigas utilizando la teoria mejorada de primer orden mediante el método de elementos finitos*. Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas, Lima, Lima, Perú.
- K. Wight, J., & G. MacGregor, J. (2012). *Reinforced Concrete Mechanics and Design* (6 ed.). Estados Unidos: Pearson.
- Kumar Mehta, P., & M. Monteiro, P. (2006). *CONCRETE Microstructure, Properties, and Materials* (3ra ed.). McGraw-Hill.
- Luis, A. M. (2023). *Análisis del comportamiento de vigas de concreto armado usando la curva momento curvatura considerando el comportamiento no lineal de los materiales para edificaciones mayores de 6 niveles*. Universidad Tecnológica del Perú, Lima, Lima, Perú.
- Maekawa, K., Pimanmas, A., & Okamura, H. (2003). *Nonlinear mechanics of reinforced concrete*.

- Muñoz Socrates, P., Ruiz Pico, A. A., Antón Pérez, J. M., & Roca Loayza, D. B. (Agosto de 4 de 2021). Estudio comparativo de la reflexión teórica y real de una vigueta de concreto simple y reforzada. *Ingeniería e Investigación*, 41(2). doi:<https://doi.org/10.15446/ing.investig.v41n2.86742>
- Neville, A. M. (1999). *Tecnología del Concreto*. Mexico, Mexico, Mexico: Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto.
- Norma E.060 . (2009). *Norma E.060*. Lima, Lima, Perú.
- Norma Técnica Peruana 334.009. (2005). *NTP 334.009*. Lima, Lima, Perú: Indecopi.
- NTP 339.079. (2012). *Método de ensayo para determinar la resistencia a la flexión del concreto en vigas simplemente apoyadas con carga en el centro del tramo (3era ed.)*. Lima, Lima.
- O. C., Z., & R. L., T. (1994). *El método de los elementos finitos formulación básica y problemas lineales (4ta ed.)*. Barcelona, España: Artes graficas torres S.A.
- Ottazino Pasino, G. (2016). *Apuntes del curso Concreto Armado I*. Lima, Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Park R. y Paulay T. (1968). *Estructuras de Concreto Reforzado*. Christchurch, Nueva Zelanda: Limusa.
- Rivero, D. S. (2008). *Metodología de la Investigación*. Shalom.
- Robalino, C. D. (2012). *Estudio de la relación Momento curvatura como herramienta para entender el comportamiento de secciones de hormigón armado [Tesis de Pregrado, Universidad Técnica de Ambato]*. Repositorio Institucional. Obtenido de <https://repositorio.uta.edu.ec/jspui/handle/123456789/3763>

- Rojas, V. M. (2011). *Metodología de la Investigación*. Bogotá, Colombia: Ediciones de la U.
- Romero Leceta, J., & Julca Huerta, R. (2020). *Análisis dinámico no lineal de un modelo de vivienda de adobe reforzado con sogas*. Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas, Lima, Lima, Perú.
- Rufino Moya C., G. S. (s.f.). *Probabilidad e Inferencia Estadística*. Lima: San Marcos.
- Senguttuvan , K., Vijayakumar, A., Nabi Anwar Gulshan Taj, M., & Periyasamy, M. (2024). Numerical simulation of confinement effect of CFRP and GRFP strengthened concrete specimens. *Revista Matéria*, 10. doi:<https://doi.org/10.1590/1517-7076-RMAT-2024-0010>
- Sihua, D., Ze, Q., & Li, W. (2015). Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Beam Bending Failure Experimentation. *International Conference on Information Sciences, Machinery, Materials and Energy*.
- Soria Pérez, A. P., & Vargas Veloz, L. G. (2019). *Determinación de la deformación unitaria del hormigón flexible elaborado con micro fibras de polímeros para la teoría de diseño a flexión de vigas simplemente armadas*. Universidad Central del Ecuador, Quito, Quito, Ecuador.
- VILA CARBAJAL, E. G. (2019). *ANÁLISIS COMPARATIVO DEL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL EN FLEXIÓN, ENTRE VIGAS REFORZADAS CON VARILLAS DE VIDRIO FRENTE A LAS REFORZADAS CON ACERO*. Universidad Nacional Federico Villarreal, Lima, Lima, Perú.
- Villagran A., E., Vera M., C., & Posada S., A. E. (Julio - Diciembre de 2013). Modelo esfuerzo- deformación para elementos de concreto reforzado que cumple con la hipótesis de la NTC RCDF 2004. *Concreto y cemento. Investigación y Desarrollo*, 5(1), 8.

Villena, J. A. (2019). *Análisis de la relación de la ductilidad con la cuantía de refuerzo a tracción en secciones de concreto no confinado sometidas a flexión pura*. Universidad Católica San Pablo, Arequipa, Arequipa, Perú.

Estos Los anexos, panel fotográfico y otros documentos están resguardados en la oficina de repositorio digital institucional en la Biblioteca Central de la Universidad Tecnológica de los Andes