

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL



Tesis

**Evaluación del tránsito de avenidas empleando método
Muskingum en caudales mensuales para diseño de obras hidráulicas,
Rio Vilcanota, tramo Pisac, Cusco 2024**

Asesor:

Mag. Ing. Cortez Vargas, Juan Pedro Luciano

Autor

Valenzuela Aguilar, Kevin Lucio

Para optar el Título Profesional de:

Ingeniero Civil

Cusco - Cusco - Perú

2025



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERIA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA CIVIL

Acta N°: 008

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TÍTULO PROFESIONAL

En la ciudad de Cusco, a los 26 días del mes de Agosto del 2025, siendo las 10:30 am horas, se reunieron los integrantes del Jurado designado por Resolución Sub Directoral N° 266-2025-UTEA-FC-FI-EPIC de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil, Facultad de Ingeniería:

Presidente :	Mg. Laimé Calvo Edixon
Dictaminante:	Mg. Chávarry Morvelí Daniel
Replicante :	Mg. Salluca Rodríguez Marlon Javier

Para evaluar la sustentación, en la modalidad de:

Tesis Trabajo de suficiencia profesional

Titulada:

Evaluación de tránsito de avenidas empleando método Muskingum en caudales mensuales para diseño de obras hidráulicas, Río Vilcanota, tramo Pisac, Cusco 2024

Desarrollado por el (los) Bachiller (es):

Br.: Valenzuela Aguilar Kevin Lucio
(Apellidos y Nombres)

Para optar el Título Profesional de:

Ingeniero Civil

(Denominación del Título)

Concluido el acto, el Jurado dictaminó que el (la) (los) mencionado(a) (s) bachiller (es) fue (ron) **APROBADO (S)**:

Por: Unanimidad
(Unanimidad o Mayoría) (*)

Emitiéndose el calificativo final de:

Bachiller (Apellidos y Nombres)	Calificación (**)
Br. Valenzuela Aguilar Kevin Lucio	Aprobado Notable

Siendo las 12:00 p.m horas concluyó la sesión, firmando los integrantes del Jurado.

Presidente: Mg. Laimé Calvo Edixon
(Dr. Mg.). (Apellidos y Nombres)

Dictaminante: Mg. Chávarry Morvelí Daniel
(Dr. Mg.). (Apellidos y Nombres)

Replicante: Mg. Salluca Rodríguez Marlon Javier
(Dr. Mg.). (Apellidos y Nombres)

(*) Mayoría: Dos integrantes del jurado aprueban o desaprueban; Unanimidad: Todos los integrantes del jurado aprueban o desaprueban, Art. 18 RGGAT.
(**): 0 a 10: Desaprobado, 11 a 15: Aprobado, 16 a 18: Aprobado Notable, 19 y 20: Aprobado con Distinción, Art. 18 RGGAT.

Reporte de similitud

KEVIN LUCIO VALENZUELA AGUILAR

Evaluación del tránsito de avenidas empleando método Muskingum en caudales mensuales para diseño de obras hidrá...

 tesis CON DEPÓSITO / 2025 II

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid::3117:545929259

Fecha de entrega

13 ene 2026, 17:39 GMT-5

Fecha de descarga

13 ene 2026, 17:58 GMT-5

Nombre del archivo

Evaluación del tránsito de avenidas empleando método Muskingum en caudales mensuales pa....docx

Tamaño del archivo

8.4 MB

285 páginas

36.720 palabras

208.130 caracteres




4% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Filtrado desde el informe

- ▶ Bibliografía
- ▶ Texto citado
- ▶ Coincidencias menores (menos de 15 palabras)

Fuentes principales

- 4%  Fuentes de Internet
- 0%  Publicaciones
- 3%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alertas de integridad para revisión

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

Metadatos

Datos del Autor		
Apellidos y nombres	:	Valenzuela Aguilar, Kevin Lucio
Tipo de Documento de Identidad	:	DNI
Numero de Documento de Identidad	:	46968918
URL ORCID	:	https://orcid.org/0000-0003-0630-7444
Datos del Asesor		
Apellidos y nombres	:	Mg. Ing. Cortez Vargas, Juan Pedro Luciano
Tipo de Documento de Identidad	:	DNI
Numero de Documento de Identidad	:	47008193
URL ORCID	:	https://orcid.org/0000-0001-9040-4057
Datos de la investigación		
Facultad	:	Ingeniería
Escuela Profesional	:	Ingeniería Civil
Línea de Investigación	:	Gestión de la Infraestructura para el Desarrollo Sostenible
Rango de años en que se realizó la investigación	:	Enero del 2024 – junio 2025
Fuente de financiamiento	:	Autofinanciado
Porcentaje de similitud	:	4%
URL de OCDE	:	https://purl.org/pe-repo/ocde/ford#2.01.01

Dedicatoria

A Dios, fuente inagotable de sabiduría y fortaleza, por darme vida, propósito y luz en cada paso del camino. Sin Su guía, esta meta no habría sido posible.

A mis padres, por haber sembrado en mí los valores del esfuerzo, la perseverancia y la fe. Gracias por su ejemplo, su amor constante y sus sacrificios silenciosos, que hoy florecen en este logro.

A mi esposa, compañera incansable en esta travesía. Por su paciencia, su fe en mí incluso en los momentos más difíciles, y por sostener el hogar mientras yo construía este sueño. Tu amor ha sido mi refugio y mi impulso.

Y a mis hijos, mi mayor inspiración. Todo lo que he aprendido y alcanzado es también por ustedes, y para ustedes. Que este trabajo sea una semilla de ejemplo y esperanza para su propio camino.

Valenzuela Aguilar, Kevin Lucio

Agradecimientos

A mi alma mater la UTEA y al gran equipo de catedráticos de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil que han contribuido en mi formación académica, profesional y personal.

A mi asesor Mg. Ing. Juan Pedro Luciano Cortez Vargas por su apoyo constante y sugerencias acertadas para la culminación de la presente tesis.

A mi familia, amigos y todas aquellas personas que hicieron posible esta tesis.

Valenzuela Aguilar, Kevin Lucio

Resumen

El presente estudio tiene como objetivo analizar el tránsito de avenidas en el tramo del río Vilcanota, sector Pisac, mediante la aplicación del modelo hidrológico Muskingum. La investigación se desarrolló a partir de registros diarios de caudal y nivel de agua proporcionados por la estación hidrométrica PISAC-H-CONV-230401-F, correspondientes al mes de marzo de 2024.

Se llevó a cabo un exhaustivo proceso de depuración y análisis estadístico de los datos, mediante el cual se identificaron patrones estacionales, eventos extremos y vacíos de información, que fueron abordados mediante interpolación y uso de promedios multianuales. Posteriormente, se procedió a la calibración del modelo Muskingum, ajustando los parámetros K y X a través de métodos gráficos y validación estadística. Los indicadores de ajuste confirmaron una excelente concordancia entre los hidrogramas simulados y observados. Adicionalmente, se realizó la caracterización geomorfológica del cauce mediante el uso de la ecuación de Manning, lo que permitió estimar el ancho, la profundidad y otras dimensiones hidráulicas a partir de los datos observados. Finalmente, se simulieron escenarios de avenidas históricas y caudales de diseño asociados a periodos de retorno, con el fin de evaluar el comportamiento del cauce ante eventos extremos y sustentar criterios técnicos para el diseño de obras hidráulicas.

Los resultados evidencian que el modelo Muskingum, complementado con información geométrica real y herramientas de análisis estadístico, constituye una herramienta eficaz para la gestión del riesgo hídrico y el diseño de soluciones hidráulicas en contextos andinos.

Palabras clave: Tránsito de Avenidas, Modelo Muskingum, Hidrología, Caudal, Calibración, Río Vilcanota.

Abstract

This study aims to analyze flood wave routing in the Vilcanota River, specifically in the Pisac section, through the application of the Muskingum hydrological model. The research was based on daily discharge and water level records provided by the hydrometric station PISAC-H-CONV-230401-F, corresponding to the month of March 2024.

A thorough data analysis process was carried out, identifying seasonal patterns, extreme events, and missing records. These gaps were addressed using interpolation techniques and historical monthly averages. The Muskingum model was then calibrated by adjusting the parameters K and X through graphical methods and statistical validation. The model's performance indicators demonstrated excellent agreement between simulated and observed hydrographs.

Additionally, the river channel's geomorphological characterization was conducted using Manning's equation, allowing the estimation of channel width, depth, and other hydraulic parameters based on observed flow data. The study also included the simulation of historical flood events and design discharges for different return periods, providing a technical foundation for the planning of hydraulic structures.

The results confirm that the Muskingum model, when combined with accurate geometric data and statistical analysis, is an effective tool for flood risk management and hydraulic infrastructure design in Andean River systems.

Keywords: Flood Routing, Muskingum Model, Hydrology, Streamflow, Calibration, Vilcanota River, Statistical Analysis, Hydraulic Design, Manning, Hydrological Simulation.

Índice

Portada	i
Acta de sustentación	ii
Reporte de similitud.....	iii
Metadatos	iv
Dedicatoria	v
Agradecimientos.....	vi
Resumen.....	vii
Abstract.....	viii
Índice.....	ix
Índice de tablas	xi
Índice de figuras	xii
Índice de anexos	xiii
I. Introducción.....	14
II. Planteamiento del Problema.....	19
2.1. Descripción y formulación del problema.....	19
2.2. Objetivos del estudio.....	21
2.2.1. Objetivo general	21
2.2.2. Objetivos específicos.....	22
2.3. Justificación del planteamiento	22
2.4. Hipótesis.....	24
2.5. Variable.....	25
III. Marco Teórico	27
3.1. Antecedentes.....	27
3.2. Bases teóricas	34
3.3. Definición de términos	52
IV. Metodología	54
4.1. Tipo y Nivel de Investigación.....	54
4.2. Ámbito temporal y espacial	55

4.3.	Población y Muestra	56
4.4.	Instrumentos de Recolección y Análisis	57
4.5.	Procedimientos	62
4.6.	Análisis de datos.....	62
4.7.	Consideraciones Éticas	66
V.	Resultados y Discusión	67
VI.	Conclusiones	152
VII.	Recomendaciones	154
VII.	Bibliografía	156
IX:	Anexos.....	163

Índice de tablas

Tabla 1. Operacionalización de variables de la investigación.	25
Tabla 2. Valores típicos del coeficiente de rugosidad de Manning (n) en cauces naturales	50
Tabla 3. Fuentes de información utilizadas en la investigación.....	61
Tabla 4. Procedimiento metodológico para el análisis hidrológico e hidráulico	65
Tabla 5. Ancho del cauce del río según mes del año 2024.....	68
Tabla 6. Valores calibrados del coeficiente X del modelo Muskingum por mes.....	70
Tabla 7. Parámetros hidráulicos y geométricos del tramo de estudio	70
Tabla 8. Registro de nivel medio diario en la estación hidrométrica Pisac durante el año 2024	72
Tabla 9. Caudal medio diario SENAMHI.....	73
Tabla 10. Caudal medio diario (serie completa).....	76
Tabla 11. Serie completa de nivel medio diario en la estación hidrométrica Pisac durante el año 2024.....	79
Tabla 12. Caudales históricos 2022-2023-2024-2025 fuente ANA.....	80
Tabla 13. Factores de corrección para la estimación del coeficiente de rugosidad de Manning según Cowan.....	87
Tabla 14. Estimación del coeficiente de rugosidad de Manning en el cauce central. ...	88
Tabla 15. Pendiente media del cauce principal calculada según el método de Taylor & Schwarz	89
Tabla 16. Parámetros hidráulicos calculados para el año 2024.	92
Tabla 17. Coeficientes "C" del modelo Muskingum para el año 2024	96
Tabla 18. Valores de K y X antes y después de la calibración del modelo Muskingum en 2024	100
Tabla 19. Parámetros corregidos del modelo Muskingum en 2024.....	102
Tabla 20. Valores mensuales corregidos de K y X del modelo Muskingum en 2024..	105
Tabla 21. Mediciones estadísticas.....	108
Tabla 22. Tabla comparativa de distribuciones.	131
Tabla 23. Datos hidráulicos.	134
Tabla 24. Parámetros hidráulicos	136
Tabla 25. Resultados.....	137
Tabla 26. Cuadro estadístico de caudales.....	147

Índice de figuras

Figuras 1. Esquema donde se muestra las partes de una cuenca hidrográfica	53
Figura 2. Vista satelital del lugar de estudio	59
Figura 3. Ortofoto luego del vuelo con dron	59
Figura 4. Curva de nivel obtenida de la ortofoto.....	60
Figura 5. Curva de nivel georreferenciado	60
Figura 6. Modelo DEM.....	112
Figura 7. Análisis del modelo DEM	112
Figura 8. Fotografía aérea FAP-1963.....	114
Figura 9. Mapa de inundación en el tramo de estudio.....	115
Figura 10. Valores máximos recomendados (MANUAL DE HIDROLOGÍA, HIDRÁULICA Y DRENAJE).....	118
Figura 11. Riesgo de por lo menos una excedencia del evento de diseño (MANUAL DE HIDROLOGÍA, HIDRÁULICA Y DRENAJE).....	118
Figura 12. Valores de periodo de retorno (MANUAL DE HIDROLOGÍA, HIDRÁULICA Y DRENAJE).	119
Figura 13. Modelo GR2M.....	122
Figura 14. <i>Distribución para periodo de retorno.</i>	123
Figura 15. Distribución por Delta.....	124
Figura 16. Distribución Normal.....	125
Figura 17. Distribución Log-Normal 2 parámetros.....	126
Figura 18. Distribución Log-Normal 3 parámetros.....	126
Figura 19. Distribución Gamma 2 parámetros.....	127
Figura 20. Distribución Gamma 3 parámetros.....	128
Figura 21. Distribución Log-Pearson tipo III.	129
Figura 22. Distribución Gumbel.....	130
Figura 23. Plano típico gavión.....	145

Índice de anexos

Anexo 1. Matriz de consistencia	164
Anexo 2. Solicitud de acceso a datos hidrológicos históricos a base de datos del organismo responsable (SENAMHI).....	170
Anexo 3. Carta de compromiso	171
Anexo 4. Declaración jurada.....	172
Anexo 5. Página web ANA - descarga de caudales históricos	173
Anexo 6. Página web SENAMHI.....	174
Anexo 7. Panel fotográfico.....	175
Anexo 8. Base de datos.....	177

I. Introducción

La gestión sostenible del agua en las cuencas altoandinas plantea desafíos de gran complejidad para la ingeniería civil moderna, especialmente en escenarios donde la presión urbana, el cambio climático y la variabilidad hidro climática convergen para amplificar el riesgo de desastres. En el contexto peruano, el río Vilcanota —eje vital del departamento de Cusco— no solo sustenta ecosistemas sensibles y comunidades históricas, sino que también es fuente de preocupación recurrente debido a su propensión a experimentar crecidas repentinas durante la temporada de lluvias. Estos eventos extremos han cobrado relevancia no solo por su impacto inmediato sobre la infraestructura y patrimonio local, sino por su potencial para comprometer la seguridad y el desarrollo de las poblaciones asentadas a lo largo de su curso (CENEPRED-Perú, 2019), (SENAMHI-Perú, Perspectivas climáticas, periodo enero - marzo 2024. Informe Técnico N°16-2023/SENAMHI-DMA-SPC, 2023).

El tramo del río Vilcanota que cruza el distrito de Pisac representa un caso paradigmático de vulnerabilidad, donde factores climáticos, geomorfológicos y sociales interactúan de forma dinámica y compleja. La presencia de pendientes variables (entre 0.003 y 0.006), el tramo Pisac, tiene una pendiente de 5%, la composición del lecho con materiales aluviales y rocosos, y la progresiva urbanización sin ordenamiento riguroso han incrementado la exposición de la población y la infraestructura a los efectos destructivos de las avenidas (SENAMHI-Perú, Informe Técnico - Condiciones actuales de precipitación y perspectivas climáticas, hidrológicas y agrometeorológicas en la región andina, 2024).

Adicionalmente, de acuerdo a (AGROPERU, s.f.) la ocurrencia de fenómenos climáticos globales como El Niño Oscilación del Sur (ENOS) tiende a exacerbar la frecuencia e intensidad de las precipitaciones en las cuencas altoandinas, desencadenando episodios de avenida capaces de transformar la morfología fluvial y poner en entredicho la resiliencia de las defensas ribereñas y el tejido social.

En regiones de montaña, como la cuenca alta del Vilcanota, el tránsito de avenidas constituye un fenómeno de especial interés ingenieril, ya que la propagación de ondas de crecida está determinada por la interacción entre la topografía, la rugosidad del cauce, la presencia de infraestructura y la dinámica del flujo. Desafortunadamente, la limitada densidad y resolución temporal de las estaciones hidrométricas en el Perú ha dificultado históricamente la aplicación de modelos hidrológicos complejos, obligando a los profesionales a buscar alternativas robustas y pragmáticas. Para (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988) El método Muskingum, por su simplicidad, eficiencia y capacidad de operar con datos mensuales, se ha posicionado como una herramienta idónea para modelar la propagación de avenidas en escenarios con restricciones de información.

Comprender el comportamiento del tránsito de avenidas es crucial para la ingeniería hidráulica, ya que permite a los diseñadores dimensionar y justificar técnicamente obras de defensa, como canales de alivio y diques, asegurando la estabilidad estructural y la funcionalidad a lo largo del tiempo. Una modelación precisa evita tanto el sobredimensionamiento —que encarece los proyectos y compromete la sostenibilidad financiera— como la subestimación de caudales, que puede derivar en fallos estructurales y pérdidas catastróficas (Gupta, R. S., & Dawdy, D. R., 1995). El estudio y calibración del método Muskingum en el tramo Pisac del Vilcanota tiene así un alto valor estratégico para la planificación hidráulica, aportando bases científicas para mitigar el riesgo y proteger tanto el patrimonio natural como cultural de la región.

El distrito de Pisac, situado en el emblemático valle sagrado de los incas, enfrenta de manera creciente la amenaza de eventos hidrológicos extremos, que comprometen no

solo la integridad de infraestructuras críticas y la economía local —fuertemente dependiente del turismo y la agricultura—, sino la seguridad misma de sus habitantes.

La ausencia de modelos hidrológicos calibrados y ajustados al contexto de la cuenca del río Vilcanota limita considerablemente la capacidad de las autoridades locales para anticipar y responder eficazmente a futuras avenidas, exponiendo así vulnerabilidades en comunidades e infraestructura ribereña. Como señala un estudio de SENAMHI en la estación Pisac, "las simulaciones hidrológicas a escala horaria con el modelo conceptual GR4H requerían calibración previa y validación para generar pronósticos operacionales útiles en la cuenca Vilcanota", evidenciado por altos valores de eficiencia en métricas como Nash–Sutcliffe superiores a 0.79 y correlación cercana a 0.91 (SENAMHI-Perú, Asimilación de caudales observados en la modelación hidrológica subsidiaria del río Vilcanota en la estación Pisac, 2022).

En este escenario, resulta indispensable implementar y validar herramientas técnicas que permitan anticipar la dinámica fluvial, optimizando así el diseño de obras hidráulicas bajo criterios de eficiencia, seguridad y sostenibilidad.

Este trabajo tiene como finalidad analizar el tránsito de avenidas en el tramo Pisac del río Vilcanota empleando el método Muskingum, calibrado con datos mensuales históricos, con el objetivo de fortalecer la fundamentación técnica en el diseño de infraestructuras hidráulicas de protección y control de inundaciones. De manera específica, se propone caracterizar los parámetros geomorfológicos relevantes, calibrar y validar los parámetros K y X del modelo, simular escenarios de crecida y evaluar la aplicabilidad práctica de la metodología en el dimensionamiento de obras de defensa.

El estudio se focaliza en un tramo de 5880.00 m. del río Vilcanota, abarcando desde el puente Pisac —donde se ubica la estación "Nuevo Pisac"— hasta el sector del kilómetro 5+880 aguas abajo. La investigación se sustenta en registros diarios mensuales de caudales y una caracterización geomorfológica minuciosa, modelando el tránsito de avenidas bajo las condiciones ideales que supone el método Muskingum. Entre las principales limitaciones destacan la resolución temporal de los datos —la cual restringe la

capacidad de capturar eventos de muy corta duración— y la posible necesidad de ajustes metodológicos en presencia de morfologías complejas o infraestructura significativa. En un estudio realizado en la cuenca de Chicama (estación El Tambo), (Arriola, G., Villegas, L., Arbulú, J., & Sotomayor, G., 2021) utilizaron el método de Muskingum para estimar tránsitos de avenida con datos horarios, señalando que “la aplicación del método ... se realizó para tránsitos por hora, estimando coeficientes $K_j = 0,571$ y $X_j = 0,424$ ”, y destacando la necesidad de adaptar los parámetros del modelo según las características del tramo y resolución temporal de los registros. (Arriola, G., Villegas, L., Arbulú, J., & Sotomayor, G., 2021).

La protección de las comunidades ribereñas y la preservación del patrimonio de Pisac requieren acciones basadas en conocimiento técnico robusto. La aplicación de modelos hidrológicos accesibles como Muskingum aporta una base científica para la planificación territorial, optimizando recursos y fortaleciendo la resiliencia local ante desastres. Por ejemplo, en la cuenca Chicama (estación El Tambo), (Arriola, G., Villegas, L., Arbulú, J., & Sotomayor, G., 2021) demostraron que, mediante la calibración de los parámetros K_j (0,571) y X_j (0,424) con datos horarios, el método permite estimar con precisión los hidrogramas de avenidas, lo que facilita la toma de decisiones en la gestión territorial frente a eventos extremos. (Arriola, G., Villegas, L., Arbulú, J., & Sotomayor, G., 2021).

Desde el punto de vista técnico y económico, la sencillez y adaptabilidad de este método lo convierten en una opción eficaz para regiones que, como Pisac, enfrentan restricciones en recursos y acceso a datos de alta resolución.

La tesis se compone de cinco apartados que se describen a continuación:

Sección I. Se encuentra constituida por la introducción.

Sección II. Aborda la descripción y formulación del problema, los objetivos, la justificación y relevancia, las hipótesis y variables.

Sección III. Este fragmento se focaliza en los antecedentes de investigación, fundamentos conceptuales vinculados al tema de la investigación y las variables.

Sección IV. Esta área abarca el tipo y grado de investigación, el marco temporal y espacial, la población y el conjunto, instrumentos, procedimientos, análisis de datos y principios éticos.

Sección V. Finalmente, este capítulo está conformada por los hallazgos obtenidos de los ensayos efectuados y la interpretación de dichos hallazgos.

II. Planteamiento del Problema

3.1. Descripción y formulación del problema

El comportamiento hidrológico del río Vilcanota, especialmente en el tramo que atraviesa el distrito de Pisac, se caracteriza por su complejidad y por la influencia conjunta de factores naturales y humanos. Durante la estación de lluvias, la cuenca experimenta aumentos abruptos en el caudal, conocidos como avenidas, que representan una amenaza recurrente para las poblaciones y la infraestructura asentada en las orillas. Estas crecidas no solo elevan el riesgo de daños materiales, sino que también ponen en juego la seguridad de la comunidad local.

La raíz del problema radica en la limitada capacidad para modelar y anticipar con precisión estos eventos extremos. Actualmente, la gestión del riesgo hídrico en Pisac se ve restringida por la ausencia de modelos hidrológicos calibrados que respondan a las particularidades del contexto local. Como resultado, las intervenciones hidráulicas —sean nuevas o existentes— suelen basarse en criterios generales o subestimaciones, lo que puede traducirse en sobredimensionamientos costosos o, en el peor de los casos, en fallas estructurales ante crecidas excepcionales.

La heterogeneidad geomorfológica del sector —caracterizada por pendientes irregulares, variaciones en el ancho del cauce y una notable presencia de depósitos aluviales— influye directamente en los mecanismos de almacenamiento y propagación de las ondas de avenida. En este contexto, el método de Muskingum se presenta como una

herramienta eficaz para modelar el tránsito de caudales en canales naturales, aunque requiere una cuidadosa estimación de los parámetros de almacenamiento (K) y ponderación (X), los cuales pueden verse significativamente afectados por la morfología del tramo analizado. ((USACE), 2023).

La escasez de estaciones hidrométricas automáticas y de registros continuos limita la resolución y confiabilidad de los datos hidrológicos. Esta carencia dificulta la utilización de modelos avanzados y motiva la adopción de métodos pragmáticos y robustos, como el de Muskingum, capaces de ajustarse a la realidad de datos mensuales (Gupta, R. S., & Dawdy, D. R., 1995).

Frente a esta realidad, surge un desafío técnico y social: ¿cómo perfeccionar la simulación del tránsito de avenidas para fundamentar el diseño eficiente de infraestructuras hidráulicas, promoviendo así la seguridad y el desarrollo sostenible de Pisac?

Dada la creciente exposición de Pisac a eventos de avenida y la necesidad de mejorar la capacidad de diseño hidráulico, el problema central se sintetiza en la siguiente interrogante:

Este cuestionamiento parte del reconocimiento de que la gestión eficiente del riesgo hídrico requiere herramientas de modelación que reflejen la verdadera dinámica del río y sirvan de base para la planificación y ejecución de medidas preventivas y de mitigación.

Problema general

Para abordar integralmente el problema planteado, se proponen las siguientes preguntas de investigación que orientarán el desarrollo del estudio:

¿De qué modo la implementación del método Muskingum, utilizando registros mensuales de caudales, puede perfeccionar la simulación del tránsito de avenidas y, en consecuencia, contribuir a la optimización del diseño de obras hidráulicas en el tramo Pisac del río Vilcanota?

Este problema general aborda la necesidad central del estudio: mejorar la simulación del tránsito de avenidas para optimizar el diseño hidráulico en el tramo de Pisac, empleando una herramienta técnica adecuada a las condiciones de información existentes.

Problemas específicos

En la estructura de la tesis y siguiendo el formato académico, los problemas específicos se desarrollan como preguntas de investigación que desglosan el problema general en aspectos concretos a resolver. Son los siguientes:

1. ¿Cuáles son los parámetros geomorfológicos predominantes en el cauce del río Vilcanota, tramo Pisac, que inciden en la propagación de avenidas y en la determinación de los parámetros del método Muskingum?
2. ¿Qué estrategia es más adecuada para calibrar los parámetros K (tiempo de almacenamiento) y X (coeficiente de almacenamiento relativo) del modelo Muskingum empleando series mensuales de caudales?
3. ¿Qué nivel de precisión y confiabilidad se obtiene al simular eventos históricos de avenida en el tramo Pisac utilizando el modelo Muskingum calibrado?
4. ¿Cómo pueden los resultados obtenidos a partir de la modelación hidrológica servir como insumo para optimizar el diseño de infraestructuras hidráulicas destinadas al control de crecidas e inundaciones en la zona?

3.2. Objetivos del estudio

3.2.1. Objetivo general

Desarrollar y calibrar un modelo hidrológico fundamentado en el método de Muskingum, empleando datos históricos de caudales mensuales, para simular el tránsito de avenidas en el tramo Pisac del río Vilcanota y respaldar la optimización del diseño de obras hidráulicas dirigidas a la mitigación de inundaciones.

3.2.2. Objetivos específicos

1. Caracterizar geomorfológicamente el tramo Pisac del río Vilcanota con el fin de identificar las variables físicas del cauce que influyen en la propagación de avenidas y respaldar la interpretación de resultados obtenidos mediante el modelo Muskingum
2. Determinar y calibrar los parámetros K y X del método Muskingum, utilizando técnicas estadísticas y de optimización aplicadas a series históricas de caudales.
3. Simular el comportamiento del tránsito de avenidas en el tramo analizado mediante la aplicación del modelo calibrado, y validar los resultados a partir de eventos reales.
4. Evaluar la utilidad del modelo como herramienta técnica para fundamentar propuestas de diseño hidráulico que disminuyan el riesgo de inundaciones en la zona.

3.3. Justificación del planteamiento

La elección del método Muskingum para el modelado del tránsito de avenidas se justifica por su simplicidad, accesibilidad y precisión, cualidades esenciales donde los datos hidrológicos de alta frecuencia son limitados. En la cuenca de La Leche (noroeste peruano), (Caicedo, M., Villegas, L. M., Arriola, G. G., Cayatopa, R., García, J., & Marín, N., 2023) demostraron que mediante el enrutamiento mensual de avenidas con Muskingum es posible generar flujos confiables utilizando parámetros K_j y X_j optimizados con registros mensuales, lo que evidencia su aplicabilidad en escenarios con restricciones técnicas y logísticas de monitoreo continuo.

Este enfoque metodológico resulta clave para proporcionar a las autoridades locales, ingenieros y tomadores de decisión una herramienta fiable, adaptada a la realidad hidrológica y geomorfológica del tramo Pisac. La optimización de las soluciones de diseño

permitirá una gestión más eficiente de los recursos, incrementando la seguridad de las comunidades y potenciando la resiliencia frente a eventos extremos.

El tránsito de avenidas se entiende como el proceso físico mediante el cual la onda de crecida generada por una precipitación significativa se propaga aguas abajo, experimentando transformaciones en su forma y volumen de acuerdo con las condiciones del cauce (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988). La modelación de este fenómeno se apoya en la ecuación de continuidad y el principio de almacenamiento, siendo el método Muskingum una de las aproximaciones más utilizadas para equilibrar la rigurosidad teórica y la aplicabilidad práctica.

En cuencas con topografía accidentada y cauces variables, la correcta estimación de los parámetros de almacenamiento y retardo es fundamental para que el modelo represente adecuadamente la dinámica hidrológica real, permitiendo una mejor anticipación y control de los riesgos.

Importancia

El planteamiento preciso del problema permite enfocar el estudio en soluciones técnicas concretas para una problemática real. Los hallazgos esperados fortalecerán la gestión del riesgo hídrico en Pisac, aportando insumos técnicos para la toma de decisiones en materia de diseño de infraestructuras, ordenamiento territorial y respuesta ante emergencias.

Entre las aplicaciones prácticas de este trabajo destacan:

- ✓ Diseño optimizado de canales de alivio y defensas ribereñas.
- ✓ Identificación y delimitación de zonas de alta susceptibilidad a inundaciones.
- ✓ Racionalización y eficiencia en el uso de recursos destinados a obras hidráulicas.
- ✓ Generación de bases para futuras investigaciones y para la implementación de sistemas de monitoreo hidrológico.

3.4. Hipótesis

Hipótesis general

- La aplicación del método Muskingum, utilizando registros mensuales de caudales, permite mejorar la simulación del tránsito de avenidas y optimizar el diseño de obras hidráulicas en el tramo Pisac del río Vilcanota, al proporcionar estimaciones confiables de caudales máximos y tiempos de propagación.

Hipótesis específicas

- La caracterización precisa de los parámetros geomorfológicos del cauce en el tramo Pisac permite identificar las variables que influyen significativamente en la propagación de avenidas y en la estimación adecuada de los parámetros K y X del modelo Muskingum.
- La calibración de los parámetros K (tiempo de almacenamiento) y X (coeficiente de almacenamiento relativo) del modelo Muskingum, empleando series históricas mensuales de caudales, mejora la precisión y confiabilidad de las simulaciones hidrológicas de eventos de avenida en el tramo de estudio.
- El modelo Muskingum calibrado con datos mensuales es capaz de reproducir con un alto grado de concordancia los hidrogramas observados de eventos históricos de avenida en el tramo Pisac, validando así su capacidad predictiva.
- La modelación hidrológica mediante el método Muskingum proporciona insumos técnicos válidos para la optimización y dimensionamiento de infraestructuras hidráulicas destinadas al control de inundaciones en el distrito de Pisac.

3.5. Variable

Tabla 1.
Operacionalización de variables de la investigación.

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala / Unidad de medida	Técnica e instrumento
Parámetros del modelo Muskingum (Variable independiente)	Coeficientes K (tiempo de almacenamiento) y X (factor de ponderación) que controlan la forma y desplazamiento de la onda de crecida en el modelo Muskingum (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988);	Estimación de K y X a partir de registros históricos de caudales y ajuste por calibración para minimizar el error cuadrático medio (ECM).	Tiempo de almacenamiento (K)	Valor de K obtenido	Horas o días	Procesamiento de datos en Microsoft Excel con registros SENAMHI y ANA
			Factor de ponderación (X)	Valor de X obtenido	Adimensional	Procesamiento de datos en Microsoft Excel con registros SENAMHI y ANA
Tránsito de avenidas (Variable dependiente)	Proceso hidrológico mediante el cual una onda de crecida se desplaza a lo largo de un tramo de río, con atenuación y modificación de su forma, influenciado por las características hidráulicas y geomorfológicas del cauce (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988)	Medición de la variación temporal y espacial del caudal durante eventos de avenida, calculada mediante el método Muskingum y validada con datos hidrométricos de la estación Pisac.	Hidrograma de entrada	Caudal pico de entrada (m ³ /s)	m ³ /s	Procesamiento de datos en Microsoft Excel con registros SENAMHI y ANA
			Hidrograma de salida	Caudal pico de salida (m ³ /s)	m ³ /s	Procesamiento de datos en Microsoft Excel y validación hidráulica en HEC-RAS
			Atenuación de la onda	Diferencia porcentual entre caudales pico de entrada y salida	% de reducción	Cálculo en Microsoft Excel

			Tiempo de retardo	Tiempo entre picos de entrada y salida	Horas	Análisis gráfico del hidrograma en Microsoft Excel
--	--	--	-------------------	--	-------	--

Nota. La tabla muestra la definición y operacionalización de las variables del estudio.

III. Marco Teórico

4.1. Antecedentes

4.1.1. Antecedentes internacionales

Un estudio reciente se centró en la determinación de los factores clave para el modelado y la gestión eficiente de inundaciones mediante el uso de hidrogramas de crecida, enfrentando como principal limitación la escasez de registros de descargas fluviales. La estrategia metodológica incluyó la comparación de diferentes técnicas para simular el tránsito de avenidas, destacando el uso de métodos numéricos como Euler y Runge-Kutta de cuarto orden para abordar el modelo de almacenamiento a través de procedimientos tanto hidráulicos como hidrológicos. Estos cálculos permitieron analizar el comportamiento del flujo desde el límite aguas abajo hacia aguas arriba. Como resultado, se logró incrementar la precisión en la estimación de caudales en hasta un 82% respecto a los valores observados. El trabajo concluye que la metodología implementada no solo ofrece altos niveles de precisión, sino que resulta transferible y aplicable en sistemas fluviales reales (Meisam Badfar & Reza Barati, Ph.D. & Emrah Dogan & Gokmen Tayfur, 2021).

Por otro lado, otra investigación abordó la modelación del flujo inverso en canales abiertos, desarrollando una solución que parte del hidrograma ubicado aguas abajo y progresa en sentido horizontal hacia aguas arriba mediante la aplicación de técnicas numéricas. El procedimiento metodológico estuvo basado en la utilización del método de

diferencias finitas para resolver las ecuaciones diferenciales parciales, recurriendo específicamente a la ecuación de Muskingum-Cunge para simular el tránsito inverso de avenidas. Los resultados indicaron que el método Muskingum-Cunge es una herramienta adecuada para analizar datos obtenidos en campo, como los del río Shatt al-Kufa en Iraq, permitiendo modelar ondas individuales y predecir necesidades de caudal mediante análisis estadístico. Así, los autores concluyen que esta técnica es altamente funcional para la cuenca estudiada y puede ser replicada en entornos con características análogas (Jumana H Sahib & Kareem R Almurshdi, 2021).

Un trabajo reciente se enfocó en perfeccionar la precisión en la estimación del caudal de salida mediante la introducción de un modelo no lineal de Muskingum con cuatro parámetros ajustables. La metodología dividió el tránsito en tres subregiones, permitiendo que cada parámetro hidrológico adoptara múltiples configuraciones y, así, combinar diversas formas de procesamiento en busca de la mejor aproximación del caudal de salida. Los resultados obtenidos mostraron que la desviación estándar cuadrática se redujo significativamente en los cuatro casos de estudio, superando el desempeño del modelo Muskingum no lineal de tres parámetros. En suma, el nuevo modelo propuesto evidenció una mayor eficiencia respecto a versiones anteriores de Muskingum no lineal (Reyhaneh Akbari & Masoud-Reza Hessami-Kermani, 2020).

De forma complementaria, otro estudio desarrolló un modelo híbrido no lineal basado en Muskingum, orientado a optimizar la simulación del tránsito de avenidas y adaptarse con mayor flexibilidad a los datos observados. Este enfoque permitió abordar hidrogramas de crecida tanto experimentales como reales y multimodales, empleando como criterio de ajuste la minimización de la suma de desviaciones cuadráticas y la diferencia entre caudales observados y simulados, especialmente en los picos. Los resultados reflejaron que el modelo híbrido alcanzó una mayor precisión que las aproximaciones tradicionales, recomendando su aplicación en análisis futuros donde se requiera ajustar el tránsito de avenidas a contextos complejos (Omid Bozorg-Haddad & Mehri Abdi-Dehkordi, Farzan Hamedi, Maryam Pazoki & Hugo A. Loáiciga, 2019).

Por otro lado, una investigación comparó una docena de variantes del método Muskingum, evaluando su comportamiento a partir de distintos registros de caudales y con diversos esquemas matemáticos para la estimación del flujo de salida. El rendimiento de cada variante se midió en función de métricas como la suma de cuadrados de las desviaciones, la eficiencia de Nash y la diferencia en el momento y valor del caudal máximo simulado. Los hallazgos demostraron que, ante la presencia de flujo lateral durante el tránsito de ondas de crecida, es fundamental considerar este aspecto en la modelación para no subestimar la fiabilidad de las simulaciones. En conclusión, el estudio confirma que las variantes aplicadas al método Muskingum permiten modelar con confianza el tránsito de avenidas sin alterar significativamente el enfoque clásico (Nawaz Abdur Rasheed & Zakwan Mohammad & Khan Iqbal, Rahim Z.A., 2020).

Finalmente, otra publicación aplicó tanto versiones lineales como no lineales del modelo Muskingum para analizar el tránsito de avenidas en situaciones de inundación, contrastando los resultados obtenidos con registros de eventos reales. El trabajo comparó tres metodologías: ensayo y error, mínimos cuadrados y optimización directa, evaluando la concordancia entre los caudales estimados y los observados. Se evidenció que ambos tipos de modelos presentan un desempeño adecuado; sin embargo, se resalta la importancia de realizar ajustes tanto en la versión lineal como en la no lineal para optimizar la precisión de las simulaciones, adaptando el método a las condiciones reales del cauce y el entorno (Jasem M. Alhumoud & Nourah Almashan, 2019).

En una investigación reciente se desarrolló una variante no lineal del modelo Muskingum, con el objetivo de evaluar su eficacia frente al enfoque tradicional para el tránsito hidrológico. El análisis comparó cuatro alternativas del modelo, incorporando ecuaciones de almacenamiento tanto generalizadas como mejoradas. Los hallazgos evidenciaron que los modelos propuestos ofrecieron mayor flexibilidad y lograron una mejor adaptación a los registros observados, superando en exactitud a los modelos Muskingum previos. Este trabajo concluye que la precisión obtenida justifica la aplicación

de estas variantes en otros estudios hidrológicos (Omid Bozorg-Haddad & Mehri Abdi-Dehkordi, Farzan Hamedi, Maryam Pazoki & Hugo A. Loáiciga , 2019).

Para obtener el grado de Maestro en Ingeniería en la Universidad Autónoma de Chihuahua, la tesis titulada “Metodología para el Pronóstico del Caudal en Cuencas no Aforadas” tuvo como objetivo desarrollar un método para predecir el caudal en cuencas sin medición previa. Para ello, se empleó la elaboración de hietogramas de diseño basados en relaciones de intensidad, duración y frecuencia (IDF), así como los procedimientos propuestos por la SCS para determinar la lluvia en exceso y los hidrogramas de diseño. Además, se incorporó el método de Muskingum para el tránsito de hidrogramas. Como resultado, se obtuvo un modelo hidrológico capaz de simular un sistema hidrológico y generar hidrogramas de diseño. La investigación concluye que la metodología propuesta permite desarrollar un modelo hidrológico para pronosticar crecientes en cuencas no aforadas, considerando diversas condiciones del suelo (Martinez, 2022).

4.1.2. Antecedentes nacionales

A nivel nacional tenemos antecedentes de distintos tipos como se muestra:

La elección del método Muskingum para el modelado del tránsito de avenidas se sustenta en su equilibrio entre simplicidad, accesibilidad y precisión, lo que lo hace especialmente útil en contextos con limitaciones en la disponibilidad de datos. En la cuenca de La Leche (Caicedo, M., Villegas, L. M., Arriola, G. G., Cayatopa, R., García, J., & Marín, N., 2023) demostraron que, aun utilizando flujos mensuales —es decir, datos de baja frecuencia— el enrutamiento con Muskingum generó predicciones confiables tras calibrar los parámetros K_j y X_j , evidenciando su eficacia en cuencas altoandinas con restricciones técnicas y logísticas en el monitoreo continuo.

Una publicación científica centrada en la estimación de caudales máximos en zonas remotas de una cuenca, donde no se dispone de registros pluviométricos o hidrométricos, empleó el análisis de curvas de infiltración utilizando como base el método del número de curva. La metodología integró datos obtenidos mediante muestreo de suelos en distintas

subcuencas y los escasos registros históricos disponibles, complementando el análisis con procesamiento de imágenes a través del software New Loc Clim v. 1.10. Los hallazgos permitieron identificar las áreas más vulnerables frente a crecidas extremas y subrayaron la importancia de contar con al menos 25 años de datos históricos para el diseño de infraestructuras hidráulicas seguras (Guillermo Gustavo Arriola Carrasco & Luis Mariano Villegas Granados & Gioconda Del Socorro Sotomayor Nunura, 2020).

Por su parte, un estudio comparativo evaluó los métodos Racional modificado Témez, hidrogramas unitarios SCS, Clark y Snyder para determinar caudales máximos en las subcuencas Cañad y Alto Chancay Lambayeque, empleando tanto el software HEC HMS como análisis estadísticos de datos hidrométricos. Se concluyó que los métodos SCS y Témez tienden a sobreestimar los caudales, el método Snyder genera valores intermedios y el método Clark, aunque arroja los caudales más bajos, se ajusta mejor para periodos de retorno largos (Avellaneda Córdova Anavella del Pilar & Montalvo Esquivés Kevin Mario, 2020).

Una tesis aplicada en marzo de 2017 validó el método Muskingum para el tránsito de avenidas, enfocándose en la verificación de entradas y salidas en un punto de control hidrológico. El trabajo utilizó datos históricos de caudal y nivel, y permitió determinar que el método es útil para identificar caudales máximos y, de manera preventiva, reducir el impacto de potenciales desastres en el canal de estudio (Montero Torres, 2019).

En otro estudio, se abordó la delimitación de la faja marginal en varios afluentes del río Mariño, en la ciudad de Abancay, utilizando métodos estadísticos y herramientas como HEC HMS e IBER para simular caudales máximos de crecida con un periodo de retorno de 100 años. Los caudales obtenidos para cada quebrada permitieron proponer medidas para la conservación de los recursos hídricos y la protección de viviendas colindantes, demostrando la relevancia de la gestión integrada en la prevención de desbordes (ANA-Perú, Delimitación de la faja marginal de las quebradas afluentes al Río Mariño, en el ámbito del distrito de Abancay, 2017).

Por último, una tesis de estimación del tránsito de avenidas empleando el método de Muskingum en la estación el tambo de la cuenca Chicama, Perú, donde El objetivo de la investigación es estimar el tránsito de avenidas empleando un tránsito del tipo hidrológico aplicado en ríos que en este caso se escogió el método de Muskingum o llamado también modelo de almacenamiento tipo cuña. El método está basado en las relaciones caudal y almacenamiento para los diferentes intervalos de tiempo los cuales pueden ser aplicables en cuencas hidrográficas pequeñas y medianas. El escenario de investigación fue la estación hidrométrica El Tambo perteneciente a la cuenca Chicama de Perú, considerando para el análisis los registros históricos completos del período 1993 al 2011. El tipo de investigación fue cuantitativo y diseño cuasiexperimental cuya metodología en referencia al método aplicado sugiere que se deben establecer las constantes “ K_j ” definida como la proporcionalidad del volumen en cierto intervalo de tiempo y “ X_j ” como la ponderación del tránsito a lo largo del río, ambas variables se complementan a partir de las funciones matemáticas de entrada y salida de los caudales. Los resultados obtenidos indican que el tránsito de avenidas a partir del método de Muskingum aplicado a la estación El Tambo es el adecuado para los coeficientes promedio “ K_j ” de 0.571 y “ X_j ” de 0.424, llegando a la conclusión que se puede determinar el tránsito de avenidas para un intervalo de 1 hora y el hidrograma de salida. (Arriola, G., Villegas, L., Arbulú, J., & Sotomayor, G., 2021).

4.1.3. Antecedentes locales

En el ámbito regional, diversas investigaciones han abordado el comportamiento hidrológico e hidráulico del río Vilcanota y sus afluentes, así como el riesgo de inundaciones y el diseño de obras de protección. Estos estudios constituyen un sustento valioso para el presente trabajo, al aportar información específica del contexto geográfico y metodologías aplicables.

En primer lugar, (Quispe Huamán, 2018) desarrolló el estudio “Peligro de inundación del río Vilcanota en centro poblado de Písac, Cusco”, Este estudio se centra en

el centro poblado de Písac, abordando el peligro de inundación ocasionado por el incremento de caudales en el río Vilcanota, especialmente considerando eventos con periodos de retorno de 50, 100 y 500 años. Emplea modelación hidráulica con HEC-RAS y procesamiento espacial mediante HEC-GeoRAS y ArcGIS, utilizando un Modelo Digital de Elevación obtenido por dron con precisión de 1 m por píxel. Se determina la extensión de las zonas de riesgo en diferentes márgenes del río y se identifican áreas especialmente afectadas: por ejemplo, para un periodo de retorno de 500 años, el área de peligro alto incluye 342 viviendas, un centro educativo, un centro de salud, el puente de Písac, la comisaría, la carretera Písac–Calca en aproximadamente 850 m, y alrededor de 15.72 ha de cultivos

Por su parte, (Cahuana Chura, 2020), en su tesis “Evaluación del potencial hidrogeológico del Channel Belt del río Vilcanota en el distrito de San Salvador – Calca – Cusco”, realizada en la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, investiga el potencial hidrogeológico del Channel Belt del río Vilcanota en zonas como Chuecamayo, Pillahura, Qosqo Ayllu, Huancapampa y Chillinkay (distrito de San Salvador, provincia de Calca), muy cercana a Pisac. A través del análisis hidrogeológico se concluye que dichos sectores presentan depósitos aluviales y fluviales de alta conductividad hidráulica (entre 37 336 y 59 114 m/d) y transmisividad (182.2–206.8 m²/d), con coeficientes de almacenamiento entre 0.1617 y 0.2214, lo cual los posiciona como acuíferos de buena calidad. Se destacan también sectores con menor conductividad (2 366–23.67 m/d) y transmisividad media, con almacenamiento bajo a medio, y se determina un flujo subterráneo predominante en dirección SE–NW

En conjunto, estas investigaciones locales permiten identificar que, aunque existen estudios previos sobre el río Vilcanota y obras hidráulicas en Cusco, son escasas las aplicaciones del método Muskingum en la zona. Por ello, el presente estudio busca cubrir ese vacío metodológico, integrando el análisis hidrológico con el tránsito de avenidas en caudales mensuales, a fin de optimizar el diseño de obras de protección en el tramo Pisac.

4.2. Bases teóricas

El tránsito de avenidas, conocido también como enrutamiento de caudales, se encarga de analizar la modificación de un hidrograma a medida que el flujo se desplaza a lo largo de un río, una cuenca hidrográfica o a través de un embalse. Esta disciplina estudia cómo varía la forma y el comportamiento de la onda de crecida conforme transcurre el tiempo y el agua recorre diferentes secciones del sistema (Marlon Pazos & David Mayorga Arias, 2019).

En términos prácticos, el procedimiento para analizar el tránsito de una avenida puede ilustrarse considerando la introducción de un determinado volumen de agua en la entrada de un canal previamente seco. Inicialmente, la onda generada se caracteriza por presentar un hidrograma de mayor altura y menor duración. Sin embargo, conforme este flujo avanza por el cauce, la misma cantidad de agua irá pasando sucesivamente por distintos puntos, pero con una representación gráfica cada vez más aplanada y extendida en el tiempo. Es importante subrayar que si no existen pérdidas por infiltración o evaporación, el área bajo el hidrograma se mantiene constante en cada sección, reflejando la conservación del volumen de agua transportado (Marlon Pazos & David Mayorga Arias, 2019).

De igual forma, calcular el tránsito de un hidrograma implica determinar cómo se transforma esa curva en un punto específico del río, lo que tiene una relevancia directa para la gestión de riesgos hidrológicos. La altura máxima alcanzada por el hidrograma (caudal pico) guarda una estrecha relación con la peligrosidad de una avenida, por lo que resulta esencial comprender y estimar la disminución progresiva de ese valor a medida que el flujo se propaga aguas abajo, reduciendo así el potencial impacto catastrófico de los eventos extremos (Marlon Pazos & David Mayorga Arias, 2019).

Diversos estudios han clasificado el tránsito de avenidas en tres categorías principales: tránsito agregado de crecidas, tránsito distribuido de crecidas y tránsito de onda dinámica. Cada uno de estos enfoques se distingue por el tipo de información

empleada: los modelos agregados priorizan parámetros hidrológicos, los distribuidos incorporan elementos hidráulicos, y los de onda dinámica integran además los efectos de la dinámica del flujo. En este contexto, el método Muskingum y sus variantes ocupan un lugar destacado debido a su aplicabilidad y solidez conceptual. El origen del método Muskingum se remonta a los estudios de gestión de inundaciones realizados por ingenieros del Cuerpo de Ingenieros del Ejército de los Estados Unidos, específicamente en la cuenca del río Muskingum, en el estado de Ohio. Desde entonces, este enfoque ha sido ampliamente recomendado para la simulación del tránsito de crecidas en sistemas fluviales (Khalifeh, Saeid Khalifeh & Kazem Esmaili & Saeed Reza Khodashenas & Vahid, 2020) y en ese entendido es el método sugerido para la estimación de tránsitos de crecidas de ríos.

También (Marlon Pazos & David Mayorga Arias, 2019) indican que, entre los métodos hidrológicos, posiblemente el más utilizado en cálculos manuales por su sencillez sea el de Muskingum. El almacenamiento (S) en un tramo del cauce puede descomponerse en dos partes: almacenamiento en prisma, que sería proporcional al caudal de salida (O) y almacenamiento en cuña, que sería función de la diferencia entre el caudal de entrada y el de salida (I-O), ya que cuanto mayor sea esa diferencia, más pronunciada será la cuña.

El método Muskingum establece que el almacenamiento por prisma se estima como el producto del coeficiente de proporcionalidad “Kj ó K” del volumen en cierto intervalo de tiempo “ Δt ó Δt_j ” por el caudal de salida “Oj”, es decir:

$$S_1 = K_j * O_j$$

Volumen de almacenamiento en cierto intervalo de tiempo.

Mientras que el volumen de almacenamiento por cuña se expresa como:

$$S_2 = K_j * X_j * (I_j - O_j)$$

Volumen de almacenamiento por cuña.

Donde “ X_j ó X ” es la ponderación del tránsito a lo largo del río ó tramo analizado en la cuenca e “ I_j ” es el caudal de entrada en el análisis del tránsito de almacenamiento. Luego el tránsito total se representa como la suma del almacenamiento por prisma más el almacenamiento por cuña, que ordenando convenientemente se define como:

$$S = S_1 + S_2 = (K_j * O_j) + (K_j * X_j * (I_j - O_j))$$

Suma de almacenamientos.

Después el método Muskingum señala la ecuación general de tránsito en base a la ecuación de sumas del almacenamiento por prisma y por cuña:

$$O_{t+1} = C_0 I_{t+1} + C_1 I_t + C_2 O_t$$

Expresión general del tránsito de avenidas del método Muskingum.

Donde O_{t+1} es el caudal de salida de la siguiente posición al caudal inicial de salida O_t y I_{t+1} es el caudal de entrada de la siguiente posición al caudal inicial de entrada I_t .

Además, las variables C_1 , C_2 y C_3 , según (Zou Qiang & Fu Qiaoping & Hong Xingjun, Lu Jun, 2020) son las constantes adimensionales del propio método” (p. 2) y se presentan a continuación:

$$C_0 = \frac{-KX + 0.5\Delta t}{K - KX + 0.5\Delta t}$$

Expresión para determinar la constante C_0 .

$$C_1 = \frac{KX + 0.5\Delta t}{K - KX + 0.5\Delta t}$$

Expresión para determinar la constante C_1 .

$$C_2 = \frac{K - KX - 0.5\Delta t}{K - KX + 0.5\Delta t}$$

Expresión para determinar la constante C_2 .

Finalmente, al remplazar los valores de “ C_0 ”, “ C_1 ” y “ C_2 ”, en la ecuación O_{t+1} , se puede obtener la expresión general del tránsito de avenidas del método Muskingum para cualquier registro o datos de caudales de una cuenca hidrográfica y de una obra hidráulica

que permite generar un hidrograma de variaciones de caudal en función al tiempo (USDA, 2014).

El estudio del tránsito de avenidas en ríos de montaña se sustenta en una serie de principios hidrológicos y fundamentos matemáticos que permiten modelar la propagación de caudales y anticipar el comportamiento del flujo durante eventos extremos. Comprender estos fundamentos es indispensable para seleccionar, aplicar y justificar adecuadamente los métodos de modelación empleados en el diseño de infraestructuras hidráulicas.

En primer lugar, la dinámica de las avenidas fluviales está gobernada esencialmente por dos ecuaciones físicas fundamentales: la ecuación de continuidad y la ecuación del movimiento. La primera expresa el balance entre las entradas, salidas y el almacenamiento de agua en un tramo específico del río, asegurando la conservación de la masa; mientras que la segunda, también conocida como ecuación de Saint-Venant, describe la relación entre las fuerzas actuantes sobre el flujo y la respuesta en términos de velocidad y profundidad (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988).

Sin embargo, la aplicación directa de modelos completos basados en estas ecuaciones requiere información de alta resolución temporal y espacial, además de capacidades computacionales avanzadas, condiciones que no siempre están al alcance en cuencas altoandinas como la del río Vilcanota. Por este motivo, en el ámbito de la ingeniería práctica, se opta con frecuencia por métodos de enrutamiento hidrológico simplificados, entre los cuales destaca el método Muskingum.

El método Muskingum representa una aproximación empírica y pragmática al modelado del tránsito de avenidas. Su fortaleza radica en su capacidad para simular la atenuación y el retardo de la onda de crecida a lo largo de un tramo de río, valiéndose únicamente de datos de caudales en intervalos regulares (diarios, mensuales, etc.) y de parámetros geomorfológicos representativos del cauce (Gupta, R. S., & Dawdy, D. R., 1995). Este método asume que el almacenamiento dentro del tramo fluvial es una función lineal de los caudales de entrada y salida, lo que simplifica considerablemente los cálculos y permite su aplicación en contextos con información limitada.

La elección y calibración de los parámetros del modelo el tiempo de almacenamiento K y el coeficiente de almacenamiento relativo X constituyen el principal reto técnico, ya que de su correcta estimación depende la fidelidad de la simulación hidrológica. La literatura especializada señala que valores de K y X deben estar alineados con las características geomorfológicas y la dinámica real del cauce, requiriendo procesos iterativos de ajuste y validación frente a eventos históricos observados (Khalifeh, Saeid Khalifeh & Kazem Esmaili & Saeed Reza Khodashenas & Vahid, 2020).

En síntesis, las bases teóricas que respaldan este trabajo integran tanto los principios clásicos de la hidráulica de canales abiertos como los desarrollos metodológicos que, adaptados al contexto andino, permiten obtener resultados fiables y útiles para la gestión y reducción del riesgo hídrico. Esta aproximación equilibra el rigor científico con la aplicabilidad, en consonancia con las mejores prácticas recomendadas en la ingeniería hidrológica contemporánea.

4.2.1. Fundamentos de la hidrología de avenidas

La hidrología de avenidas constituye una rama fundamental dentro de la ingeniería hidráulica, encargada de analizar los fenómenos asociados al incremento súbito y temporal de los caudales en los ríos, conocidos como crecidas o avenidas. Este campo de estudio adquiere especial relevancia en regiones de topografía abrupta y clima variable, como las cuencas altoandinas, donde la ocurrencia de lluvias intensas, deshielos estacionales y eventos hidrometeorológicos extremos puede desencadenar respuestas fluviales rápidas y de considerable magnitud.

Desde un enfoque conceptual, una avenida es el resultado de una perturbación hídrica –ya sea de origen meteorológico, glaciológico o por la combinación de ambos– que provoca que el caudal del río exceda los valores habituales y, en ocasiones, supere la capacidad de transporte del cauce. Este fenómeno puede originar desbordes, erosión de las riberas, afectación de la infraestructura y riesgos significativos para las poblaciones asentadas en zonas de inundación (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988). La

génesis de una avenida depende de múltiples factores, entre los que destacan la intensidad, duración y distribución espacial de la precipitación, así como las características geomorfológicas y de uso del suelo en la cuenca.

El comportamiento hidrológico de una cuenca ante eventos de avenida está estrechamente vinculado a su capacidad de retención, infiltración y almacenamiento temporal de agua. Cuencas con suelos poco permeables, alta pendiente y escasa cobertura vegetal tienden a generar respuestas rápidas y picos de caudal elevados, lo que incrementa el potencial destructivo de las crecidas. Por el contrario, cuencas con suelos más profundos, pendientes suaves y vegetación abundante pueden atenuar la magnitud de la onda de avenida, prolongando su duración y reduciendo el impacto aguas abajo (Gupta, R. S., & Dawdy, D. R., 1995).

En la región andina, la variabilidad climática derivada del fenómeno ENOS, como el “Niño costero”, introduce incertidumbre adicional en la frecuencia y severidad de las avenidas. En estas condiciones, la elección del método Muskingum se justifica por su simplicidad y adaptabilidad, ya que permite modelar el tránsito de caudales aun con datos limitados. Por ejemplo, (Montero Torres, 2019), al analizar el tramo Tambogrande–Piura tras la avenida de marzo de 2017, concluyó que aplicar Muskingum con caudales mensuales permitió estimar el hidrograma de crecida generado por el «Niño costero», demostrando que incluso con registros escasos es posible generar herramientas útiles para la gestión territorial y la prevención de desastres.

Desde el punto de vista de la ingeniería, la comprensión de los fundamentos de la hidrología de avenidas es esencial para el diseño y dimensionamiento de obras de protección, la planificación urbana y rural, y el establecimiento de sistemas de alerta temprana. El análisis de los registros hidrométricos, la elaboración de hidrogramas de crecida y el estudio de los periodos de retorno forman parte de las herramientas básicas para evaluar el peligro y la vulnerabilidad frente a estos fenómenos.

Es importante resaltar que, en escenarios de información limitada o fragmentaria – situación frecuente en cuencas andinas de difícil acceso–, la aplicación de modelos

hidrológicos robustos y adaptados a la realidad local cobra una relevancia especial. En este sentido, la hidrología de avenidas no solo implica el análisis cuantitativo del flujo, sino también la integración de aspectos geomorfológicos, climáticos y sociales que condicionan la dinámica fluvial y el nivel de riesgo aceptable para la sociedad.

En suma, los fundamentos de la hidrología de avenidas constituyen el punto de partida para cualquier estrategia de gestión del riesgo hídrico en zonas vulnerables. Una aproximación integral, que combine la comprensión de los procesos físicos con la caracterización del territorio y el análisis de la exposición humana, resulta imprescindible para anticipar, mitigar y gestionar de manera eficaz los impactos de las crecidas en sistemas fluviales como el del río Vilcanota en el tramo Pisac.

En resumen, el estudio de la hidrología de avenidas aborda la comprensión de los procesos que originan crecidas fluviales, fenómeno que surge ante incrementos súbitos del caudal provocados por lluvias intensas, deshielos o la combinación de ambos factores. Las avenidas varían ampliamente en magnitud, duración y frecuencia, y su ocurrencia constituye un reto significativo para la gestión del riesgo y el diseño de infraestructuras hidráulicas (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988).

Estas crecidas suelen producir incrementos bruscos en el caudal del río, rebasando con frecuencia la capacidad natural del cauce y ocasionando inundaciones y daños en infraestructuras cercanas. Por tal motivo, es esencial no solo analizar cómo se originan, sino también cómo se desplazan y transforman a medida que avanzan río abajo.

4.2.2. Dinámica del tránsito de avenidas en sistemas fluviales

La dinámica del tránsito de avenidas en sistemas fluviales constituye un proceso complejo y multidimensional, determinado por la interacción entre el flujo de agua, las características físicas del cauce y las condiciones ambientales a lo largo del río. Cuando se produce una avenida, la onda de crecida —generada, por lo general, por precipitaciones intensas o deshielos— inicia un desplazamiento aguas abajo, transformándose tanto en magnitud como en forma a medida que avanza por el canal.

Uno de los aspectos centrales de este fenómeno es la atenuación de la crecida, es decir, la reducción progresiva del caudal máximo a lo largo del trayecto. Este efecto se debe principalmente al almacenamiento temporal del agua en el cauce y en las planicies de inundación, así como a la fricción ejercida por el lecho y las márgenes del canal. Así, la onda de avenida tiende a “aplanarse”, incrementando la duración del evento, pero disminuyendo su potencial destructivo en puntos ubicados aguas abajo (Gupta, R. S., & Dawdy, D. R., 1995).

La velocidad de propagación de la onda de avenida es otro factor fundamental. Está determinada por la pendiente del cauce, el radio hidráulico, la rugosidad y el grado de confinamiento del canal. En ríos de montaña, como el Vilcanota, la pendiente elevada y la capacidad limitada de almacenamiento pueden dar lugar a ondas de crecida rápidas y de mayor altura, aumentando el riesgo para las poblaciones e infraestructuras situadas en las márgenes.

La morfología del canal y la presencia de estructuras —como puentes, diques o presas— pueden modificar sustancialmente la dinámica del tránsito de avenidas. Los estrechamientos, cambios bruscos de pendiente o zonas de depósitos sedimentarios pueden actuar como puntos de retención o aceleración de la onda, alterando la secuencia temporal y espacial del evento. De igual modo, las zonas ribereñas con vegetación densa o planicies de inundación extensas contribuyen a un mayor almacenamiento y a una mayor atenuación de la crecida (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988).

Cabe destacar que la dinámica del tránsito de avenidas no solo depende de variables físicas, sino también de las condiciones hidrológicas previas, como el grado de saturación del suelo, el almacenamiento antecedente en los cuerpos de agua y la frecuencia de eventos extremos recientes. En el contexto andino, la presencia de lluvias concentradas en temporadas específicas y la ocurrencia de fenómenos climáticos como el ENSO pueden generar ondas de crecida particularmente intensas y rápidas (SENAMHI-Perú, Asimilación de caudales observados en la modelación hidrológica subdiaria del río Vilcanota en la estación Pisac, 2022).

Por estas razones, la comprensión detallada de la dinámica del tránsito de avenidas es indispensable para la gestión eficiente del riesgo hídrico, el diseño de infraestructuras de defensa y la elaboración de sistemas de alerta temprana. Una modelación precisa de este proceso —adaptada a las condiciones locales del cauce y calibrada con datos históricos fiables— constituye una herramienta fundamental para anticipar escenarios críticos y minimizar el impacto social, económico y ambiental de las inundaciones.

El tránsito de avenidas describe el desplazamiento de la onda de crecida desde el punto de generación hacia zonas aguas abajo. Durante este recorrido, la onda experimenta alteraciones en su forma, volumen y velocidad debido a la interacción con las características físicas del cauce, tales como la pendiente, la rugosidad, la capacidad de almacenamiento y la geometría fluvial (Gupta, R. S., & Dawdy, D. R., 1995).

Desde la perspectiva de la ingeniería hidráulica, entender estos cambios resulta fundamental, ya que permite estimar tanto el caudal máximo como la duración de la avenida en puntos críticos, información que es indispensable para el dimensionamiento seguro y eficiente de obras de control y protección.

4.2.3. Principios hidrológicos y modelación matemática del tránsito de avenidas

La modelación matemática del tránsito de avenidas en sistemas fluviales se fundamenta en principios hidrológicos que explican cómo el agua, tras un evento de precipitación o deshielo, se propaga a lo largo de un río, transformando la magnitud y forma de la onda de crecida a medida que avanza. Comprender estos principios es esencial para la estimación confiable de caudales máximos, tiempos de arribo y duración de las crecidas, parámetros cruciales para la gestión del riesgo y el diseño de infraestructuras hidráulicas.

En el núcleo de la modelación del tránsito de avenidas se encuentran dos ecuaciones fundamentales: la ecuación de continuidad y la ecuación del momento. La ecuación de continuidad, también conocida como ecuación de conservación de masa, expresa que la diferencia entre los caudales de entrada y salida en un tramo de río es igual

a la variación temporal del volumen de agua almacenado en dicho tramo. Matemáticamente, esta relación se puede expresar como:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = I - O$$

Donde S es el almacenamiento en el tramo, I el caudal entrante y O el caudal saliente (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988).

Por otro lado, la ecuación del momento (o ecuación de Saint-Venant) considera el equilibrio de fuerzas que actúan sobre el flujo —gravedad, fricción y aceleración—, permitiendo describir la variación de la velocidad y la profundidad del agua a lo largo del cauce. La solución exacta de estas ecuaciones requiere información detallada y herramientas computacionales sofisticadas, como los modelos hidrodinámicos de tipo 1D o 2D, que simulan el comportamiento del flujo en función de múltiples variables geométricas e hidráulicas.

No obstante, en contextos donde la información hidrométrica es limitada o los recursos técnicos son acotados, la ingeniería hidráulica recurre a modelos hidrológicos de enrutamiento simplificados. Entre estos, el método Muskingum destaca por su capacidad de representar el tránsito de la onda de avenida utilizando únicamente datos de caudales en intervalos regulares y parámetros básicos del cauce (Gupta, R. S., & Dawdy, D. R., 1995).

Los modelos hidrológicos de enrutamiento permiten, mediante relaciones empíricas o semi-empíricas, estimar el caudal saliente en función del caudal entrante y de las características físicas del tramo considerado. Estos modelos suelen requerir la calibración de parámetros específicos, como el tiempo de almacenamiento y el coeficiente de almacenamiento relativo en el caso del método Muskingum. La fidelidad del resultado depende, en buena medida, de la calidad de los datos históricos empleados y de la representatividad de los parámetros seleccionados (Caicedo Yaipén, 2022).

En síntesis, la modelación matemática del tránsito de avenidas es un proceso que integra principios hidrológicos básicos y herramientas computacionales adaptadas a la

realidad del sistema fluvial y a la disponibilidad de datos. Su aplicación rigurosa permite anticipar escenarios críticos, evaluar el desempeño de obras hidráulicas y fortalecer la gestión integral del riesgo en cuencas vulnerables a crecidas.

La modelización de la propagación de avenidas se apoya en la ecuación de continuidad —que expresa el equilibrio entre entradas, salidas y almacenamiento de agua en un tramo fluvial— y en la ecuación de momento, que describe el movimiento y la dinámica del flujo (Caicedo Yaipén, 2022).

No obstante, la aplicación integral de estas ecuaciones requiere información detallada y, usualmente, modelos computacionales avanzados. En la práctica, para cuencas donde la información es limitada, se recurre a esquemas simplificados como el método Muskingum, que, mediante parámetros empíricos, permite simular el almacenamiento y retardo del flujo de manera eficiente y realista.

4.2.4. El método de Muskingum

Origen y fundamentos

El método Muskingum, desarrollado a partir de estudios en la cuenca del río Muskingum en Ohio, Estados Unidos, surgió como una respuesta a la necesidad de modelar de forma sencilla y eficaz el tránsito de caudales en los ríos. Su formulación se consolidó a mediados del siglo XX gracias a investigaciones del Cuerpo de Ingenieros del Ejército de EE. UU., que buscaban una alternativa práctica a los modelos hidrodinámicos complejos. Este enfoque representa el almacenamiento en un tramo fluvial como una combinación ponderada entre los caudales de entrada y salida, utilizando dos parámetros principales: el coeficiente de ponderación X y el tiempo de retardo K , ambos determinados empíricamente.

A pesar de su simplicidad, el método Muskingum mantiene coherencia con los principios de conservación de masa y flujo, lo que le ha asegurado una prolongada vigencia en la ingeniería hidrológica. Su aplicación es especialmente útil en contextos donde la información hidrométrica es limitada, permitiendo simular el comportamiento de crecidas

con una precisión aceptable. Aunque existen modelos más avanzados, el Muskingum sigue siendo una herramienta clave en estudios de tránsito de avenidas, diseño hidráulico y gestión del riesgo hídrico, gracias a su flexibilidad y facilidad de implementación.

Estructura matemática básica

El método Muskingum se basa en el principio de conservación de masa aplicado a un tramo de río, el cual considera que el almacenamiento del flujo (S) dentro del tramo depende tanto del caudal de entrada (I) como del caudal de salida (O), mediante la siguiente ecuación:

$$S = K[X * I + (1 - X)O]$$

Donde:

- S : Almacenamiento en el tramo (m^3)
- I : Caudal de entrada (m^3/s)
- O : Caudal de salida (m^3/s)
- K : Parámetro de retardo o tiempo de almacenamiento (horas o segundos)
- X : Coeficiente de ponderación adimensional (entre 0 y 0.5)

Al discretizar esta expresión respecto al tiempo, se obtienen coeficientes que posibilitan el cálculo iterativo del caudal saliente en función de los caudales entrantes y salientes de intervalos previos, adaptando el modelo a series temporales de datos.

El modelo se resuelve de forma discreta en el tiempo, y la ecuación que permite calcular el caudal de salida en el tiempo $t+1$ es la ecuación recursiva:

$$O_{t+1} = C_0 I_{t+1} + C_1 I_t + C_2 O_t$$

Con los coeficientes C_0 - C_1 - C_2 , calculados mediante:

$$C_0 = \frac{-KX + 0.5\Delta t}{K - KX + 0.5\Delta t}$$

$$C_1 = \frac{KX + 0.5\Delta t}{K - KX + 0.5\Delta t}$$

$$C_2 = \frac{K - KX - 0.5\Delta t}{K - KX + 0.5\Delta t}$$

Donde:

Δt : Intervalo de tiempo entre observaciones.

Estos coeficientes permiten estimar el caudal de salida para cada instante de tiempo conocido, a partir de los datos de caudal de entrada y la condición inicial de salida. La correcta estimación de K y X es crucial para que los resultados reflejen adecuadamente la dinámica del río.

Interpretación de los parámetros K y X

El método Muskingum utiliza dos parámetros fundamentales para representar el comportamiento del flujo en un tramo de río: el parámetro K , conocido como tiempo de retardo, y el coeficiente X , que expresa la ponderación del almacenamiento entre el caudal de entrada y el de salida. Ambos parámetros poseen un significado físico relacionado con la dinámica del tránsito del agua.

K (tiempo de almacenamiento): Indica el tiempo medio que tarda el agua en atravesar el tramo bajo análisis, y depende de la longitud, la capacidad de almacenamiento y las características físicas del cauce.

El parámetro K se interpreta como una medida del tiempo característico que tarda el flujo en desplazarse a lo largo del tramo considerado. Está estrechamente relacionado con la longitud del tramo y la velocidad media del agua. En términos prácticos, un valor elevado de K indica que el agua tarda más tiempo en recorrer el tramo, lo cual puede deberse a pendientes suaves, cauces sinuosos o presencia de zonas de almacenamiento natural. Por el contrario, un valor bajo de K corresponde a tramos más rápidos, con pendientes más pronunciadas y escasa capacidad de retención.

X (coeficiente de almacenamiento relativo): Refleja el tipo de almacenamiento predominante; valores cercanos a 0,5 indican un predominio de almacenamiento en cuña (mayor retardo y atenuación de la onda), mientras que valores cercanos a 0 corresponden a almacenamiento prismático, caracterizado por menor retardo (Gupta, R. S., & Dawdy, D. R., 1995).

El coeficiente X tiene un rango entre 0 y 0.5 y representa la distribución relativa del almacenamiento entre el caudal de entrada y el de salida. Cuando $X = 0$ el almacenamiento depende únicamente del caudal de salida, lo cual se asocia a un comportamiento más tipo embalse.

En cambio, si $X = 0.5$ el almacenamiento se distribuye de forma simétrica entre entrada y salida, lo que refleja un comportamiento más difusivo, típico de tramos con propagación de onda.

$X = 0.2 \rightarrow$ *para ríos con algo de almacenamiento natural.*

$X = 0.3 - 0.4 \rightarrow$ *si hay meandros, vegetación, zona inundables.*

$X = 0.5 \rightarrow$ *canal artificial sin almacenamiento*

4.2.5. Aplicaciones y evolución del método Muskingum

4.2.5.1 Utilización práctica

A lo largo del tiempo, el método Muskingum se ha consolidado como una herramienta de uso frecuente en el ámbito de la ingeniería hídrica, especialmente para estimar el comportamiento del caudal en ríos y canales durante eventos de avenida. Su eficacia en escenarios donde se dispone de datos limitados, sumada a la facilidad de implementación, lo ha convertido en una opción confiable para la simulación del tránsito de flujo en estudios de planificación hidráulica, gestión de riesgos y evaluación de infraestructuras.

Entre sus usos más extendidos destacan la predicción de picos de crecida en cuencas medianas y grandes, el diseño de obras de control de inundaciones, así como la evaluación de escenarios futuros bajo distintas condiciones climáticas o de uso del suelo.

Además, ha sido empleado en la elaboración de planes de emergencia, donde se requiere conocer con anticipación la evolución de un evento hidrológico y su posible impacto aguas abajo.

A medida que han avanzado las herramientas computacionales y la disponibilidad de datos ha mejorado, el método ha sido objeto de adaptaciones y mejoras. Han surgido variantes como el Muskingum-Cunge, que incorpora características geométricas del cauce y propiedades del flujo, y versiones no lineales que intentan reflejar con mayor precisión las dinámicas reales en ríos complejos. Estas evoluciones han permitido aplicar el modelo con mayor exactitud en condiciones variables, sin perder su esencia como una aproximación simple y funcional.

En la actualidad, el método Muskingum sigue vigente no solo por su historia, sino también por su capacidad de adaptarse a distintos contextos. Su uso persiste en proyectos de evaluación de amenazas naturales, modelamiento hidrológico de bajo costo y estudios académicos, donde se valora su equilibrio entre realismo y sencillez operativa.

El método Muskingum se ha aplicado con éxito en diversas cuencas fluviales a nivel global, especialmente en ríos pequeños y medianos, y en entornos donde la obtención de datos de alta frecuencia es limitada (Arriola, G., Villegas, L., Arbulú, J., & Sotomayor, G., 2021). Su capacidad para trabajar tanto con datos mensuales como diarios lo convierte en una alternativa óptima para la modelización de crecidas en cuencas andinas como la del río Vilcanota.

4.2.5.2 Restricciones y consideraciones

Aunque el método Muskingum ha demostrado ser una herramienta útil en numerosos estudios hidrológicos, su aplicación está sujeta a ciertas condiciones que deben ser cuidadosamente evaluadas. Su formulación se basa en una representación simplificada del tránsito de caudales, lo que implica que no es capaz de capturar todos los fenómenos físicos que ocurren en un cauce natural, especialmente en situaciones donde las características del flujo varían bruscamente en el espacio o el tiempo.

Otro aspecto a tener en cuenta es que este modelo trabaja con intervalos de tiempo constantes y no es capaz de representar adecuadamente el flujo en tramos con aportes intermedios significativos o pérdidas por infiltración o evaporación. Asimismo, se considera válido únicamente cuando el valor del coeficiente X se encuentra dentro de un rango específico (entre 0 y 0.5), fuera del cual el modelo pierde validez física.

A pesar de su versatilidad, el método Muskingum implica ciertas limitaciones inherentes:

- Supone flujo relativamente uniforme, sin considerar efectos importantes de dispersión.
- No incorpora cambios abruptos de geometría ni la presencia de estructuras hidráulicas complejas.
- Puede requerir ser complementado por otros modelos en tramos con geometría irregular o para el análisis de eventos de alta resolución temporal (Khalifeh, Saeid Khalifeh & Kazem Esmaili & Saeed Reza Khodashenas & Vahid, 2020).

4.2.6. *Parámetros geomorfológicos y su impacto en el tránsito de avenidas*

Las características físicas del cauce (ancho, profundidad, pendiente, rugosidad y forma) condicionan directamente cómo se propagan y modifican las ondas de avenida. Por ejemplo:

- Pendiente: Influye decisivamente en la velocidad de la onda y el tiempo de tránsito.
- Ancho y profundidad: Determinan la capacidad de almacenamiento y el comportamiento del flujo.
- Rugosidad (coeficiente de Manning): Afecta la resistencia al flujo y, por ende, el retardo y la atenuación de la crecida.

Tabla 2.
Valores típicos del coeficiente de rugosidad de Manning (n) en cauces naturales

TABLA DE REFERENCIA: VALORES TÍPICO DE “n” EN RIOS NATURALES	
TIPO DE CAUCE	VALOR DE n RECOMENDADO
Canal de concreto limpio	0.012 – 0.015
Canal de tierra alisada	0.018 – 0.025
Rio natural, fondo de grava, márgenes limpios	0.030 – 0.035
Rio natural con vegetación dispersa y piedras	0.035 – 0.045
Rio con meandros, mucha vegetación, obstáculos grandes	0.045 - 0.070
Rio en selva densa, muy irregular	0.060 – 0.100

Nota. La tabla presenta rangos de valores recomendados para el coeficiente de rugosidad de Manning (n), empleados en hidráulica de cauces para estimar la resistencia al flujo en función de las características geomorfológicas y de vegetación del río. Adaptado de *Open-Channel Hydraulics* de V. T. Chow (1959).

La correcta medición y caracterización de estos parámetros es indispensable para una calibración precisa de los valores de K y X en el método Muskingum, permitiendo representar fielmente la dinámica hidrológica local.

4.2.7. Herramientas asociadas: hidrogramas y análisis de eventos extremos

4.2.7.1 Hidrogramas

El hidrograma es una representación gráfica que muestra la variación del caudal (o nivel de agua) en un punto específico del río a lo largo del tiempo, normalmente tras un evento de precipitación significativa o deshielo. Este instrumento permite visualizar la estructura de la crecida, identificando el caudal pico, el tiempo de llegada de la onda y la duración total del evento. El área bajo la curva del hidrograma refleja el volumen total de agua transportado durante la avenida (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988).

En el análisis hidrológico, el hidrograma cumple varias funciones clave:

- Permite calibrar y validar modelos de tránsito de avenidas, como el método Muskingum, comparando los caudales simulados con los observados.
- Facilita la identificación de periodos críticos para la operación de infraestructuras hidráulicas y sistemas de alerta temprana.
- Sirve de insumo para dimensionar obras de control de crecidas y defensas ribereñas, al definir los caudales de diseño requeridos.

4.2.7.2 Eventos extremos y periodos de retorno

El análisis de eventos extremos complementa la interpretación de los hidrogramas, centrándose en la frecuencia, magnitud y probabilidad de ocurrencia de crecidas inusuales. Para ello, se emplean métodos estadísticos como el análisis de frecuencia, que permite determinar los caudales asociados a distintos periodos de retorno (por ejemplo, eventos con una probabilidad de excedencia del 10%, 4% o 2% anual, equivalentes a periodos de retorno de 10, 25 o 50 años, respectivamente).

Estos análisis resultan esenciales para el diseño de infraestructuras hidráulicas robustas y resilientes, ya que aseguran que las obras sean capaces de soportar eventos raros pero potencialmente catastróficos. Además, permiten establecer umbrales de alerta y evacuar oportunamente a las poblaciones en riesgo (Gupta, R. S., & Dawdy, D. R., 1995).

En síntesis, la combinación de hidrogramas y análisis de eventos extremos proporciona un marco integral para la evaluación y gestión de avenidas, facilitando la planificación y la toma de decisiones informadas. Su aplicación rigurosa constituye un pilar de la ingeniería hidráulica moderna y de la protección efectiva de comunidades vulnerables en cuencas sujetas a fenómenos hidrológicos extremos.

4.2.8. Síntesis conceptual y pertinencia para el estudio

El dominio teórico de la hidrología de avenidas, la dinámica del tránsito fluvial y el método Muskingum constituye el fundamento para abordar con solidez el análisis de las crecidas en el río Vilcanota – tramo Pisac. Integrar estos conceptos con una adecuada caracterización geomorfológica y una calibración basada en datos reales, permitirá

construir un modelo robusto, práctico y pertinente para la gestión integral del riesgo hídrico en la región.

4.3. Definición de términos

Referente a las teorías concernientes a la temática se revisaron concepciones pertinentes a las variables y sus correspondientes dimensiones.

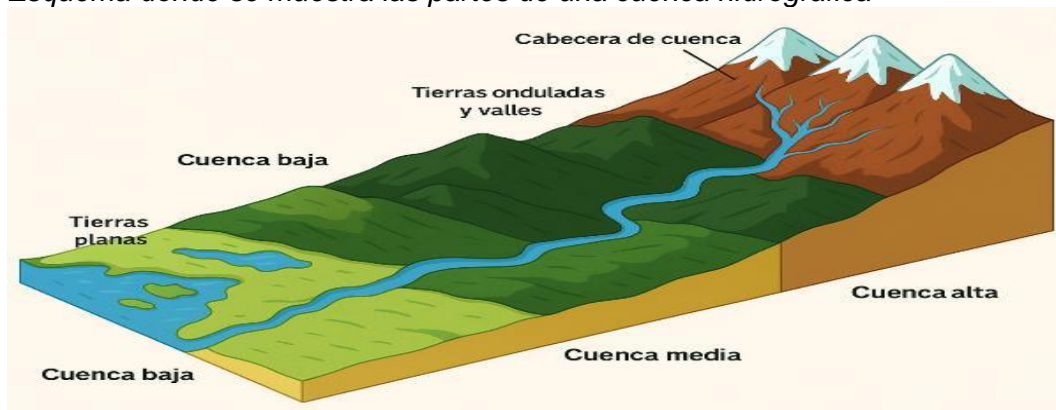
Respecto a la variable máximas avenidas, Las crecidas son el resultado natural de condiciones hidrometeorológicas combinadas —rompimiento de umbral de precipitaciones y configuración de cuenca— que, como señala (Montero Torres, 2019), “no pueden evitarse, pero sí ser conocidas y modeladas para reducir su impacto mediante herramientas como Muskingum”. En su estudio sobre avenidas en el río Piura (marzo de 2017), Montero aplicó Muskingum con caudales mensuales y demostró cómo el modelado permite generar escenarios de riesgo y diseñar estrategias de gestión hidráulica frente a eventos inevitables.

Similarmente, según (Monsalve Sáenz, 1999), la máxima avenida o crecida se define como un “fenómeno de ocurrencia de caudales relativamente grande” (p. 225), lo que indica que su escala está condicionada por eventos hidrometeorológicos conjuntos. En este sentido, esas expresiones hidrológicas no pueden eliminarse, pero sí anticiparse mediante herramientas de enrutamiento adecuadas como el método Muskingum.

Esta variable se estructura en varias dimensiones; por ejemplo, sobre la dimensión *cuenca*, definida por (Aparicio Mijares, 1992) como “una zona de la superficie terrestre en donde las gotas de lluvia que caen sobre ella tienden a ser drenadas por el sistema de corrientes hacia un mismo punto de salida” (p. 19). Esta definición geográfica e hidrológica fundamenta el análisis de cómo el agua se organiza y se traslada dentro de un territorio, permitiendo descomponer la variable en partes coherentes para su evaluación.

Figuras 1.

Esquema donde se muestra las partes de una cuenca hidrográfica



Nota. La figura muestra la división de la cuenca en sectores alto, medio y bajo, junto con sus principales rasgos fisiográficos.

Según (USDA - Carlos Alberto Ortiz-Solorio, Ma del Carmen Gutiérrez-Castorena y, 2014), la precipitación se considera la caída de gotas de agua con diámetro superior a 0,5 mm a diferencia de la llovizna, compuesta por gotas más pequeñas y dispersas, lo que representa la base de los estudios hidrometeorológicos en cuencas (USDA - Carlos Alberto Ortiz-Solorio, Ma del Carmen Gutiérrez-Castorena y, 2014) . Asimismo, (Cabrera) define las Unidades de Respuesta Hidrológica (HRU) como espacios dentro de una cuenca que comparten características hidrogeográficas y meteorológicas, permitiendo modelaciones más precisas al dividir el territorio en zonas homogéneas de respuesta hidrológica.

En cuanto a la teoría relacionada a los métodos que se emplearon para la estimación de máximas avenidas se tienen métodos hidrológicos:

Los métodos hidrológicos tienen como objetivo reproducir la formación de crecidas mediante la estimación de lluvias de determinada duración y tiempo de retorno, el cálculo de la escurrentía y el trazado del hidrograma resultante. En esta línea, el método del hidrograma unitario de Clark incorpora explícitamente el tránsito de avenidas por la cuenca a través del uso de curvas isócronas (que definen áreas con igual tiempo de viaje), seguido de una atenuación mediante un depósito lineal, mecanismo equivalente al enrutamiento Muskingum con parámetros K_j y X adecuados a la morfología y dinámica local (USAL)

IV. Metodología

5.1. Tipo y Nivel de Investigación

Tipo de Investigación

Esta investigación se clasifica como Aplicada, dado que persigue resolver un problema concreto en el ámbito del diseño hidráulico: optimizar la simulación del tránsito de avenidas en el distrito de Pisac mediante un modelo eficiente y validado como el de Muskingum. La finalidad es brindar una herramienta técnica que contribuya a reducir los impactos de las crecidas sobre la infraestructura y las comunidades vulnerables de la zona (Gupta, R. S., & Dawdy, D. R., 1995).

Nivel de Investigación

El estudio se sitúa en un nivel Descriptivo y Correlacional. Por un lado, se describen las características físicas del cauce —como geometría, pendiente y rugosidad— mediante levantamientos geomorfológicos. Por otro, se establece la relación entre estos parámetros y el comportamiento hidrológico de las avenidas, empleando el análisis de datos históricos para calibrar y validar el modelo hidrológico (Marlon Pazos & David Mayorga Arias, 2019).

Enfoque Metodológico

El enfoque adoptado es Cuantitativo. Se fundamenta en el procesamiento y análisis estadístico de registros históricos de caudales y precipitaciones, el uso de fórmulas hidráulicas y la simulación numérica mediante software especializado. Para ello, se

emplean principalmente Microsoft Excel (para el tratamiento inicial de series temporales y cálculos básicos) y HEC-HMS (para la modelación hidrológica, simulación de hidrogramas y aplicación del método Muskingum). En caso de requerir información adicional, se utilizan instrumentos topográficos y batimétricos para medición de parámetros físicos del cauce (Arriola, G., Villegas, L., Arbulú, J., & Sotomayor, G., 2021).

5.2. **Ámbito temporal y espacial**

Ámbito Temporal

El ámbito temporal de la investigación abarca un periodo de análisis de veintiocho años, comprendido entre 1997 y 2024, seleccionado en función de la disponibilidad y representatividad de los registros hidrológicos en el tramo del río Vilcanota, específicamente en la estación Pisac. Este intervalo resulta adecuado para caracterizar la variabilidad interanual de los caudales, identificar tendencias hidrológicas y seleccionar eventos representativos de crecida para la calibración y validación del modelo aplicado.

Adicionalmente, el periodo de retorno considerado en este estudio se fundamenta en los lineamientos técnicos establecidos por el *Manual de Hidrología, Hidráulica y Drenaje* (Ministerio de transportes y comunicaciones, 2014) documento de referencia nacional para el diseño de obras de infraestructura hidráulica y vial. Conforme a la metodología recomendada en dicho manual, y considerando las características específicas de la cuenca del río Vilcanota, se calculó un periodo de retorno de 150 años para el dimensionamiento de la obra de protección ribereña con un muro de gaviones. Este valor fue obtenido aplicando las fórmulas de análisis de frecuencia y considerando parámetros como la importancia estratégica de la infraestructura, la vulnerabilidad del entorno y la exposición potencial a eventos extremos.

La selección de un periodo de retorno de 150 años en un muro de gaviones se encuentra alineada con las mejores prácticas de gestión del riesgo y responde al objetivo de asegurar una protección adecuada frente a crecidas de baja frecuencia, pero alta magnitud, especialmente en zonas donde la afectación a bienes y personas podría resultar

significativa. La aplicación rigurosa de la metodología propuesta en el (Ministerio de transportes y comunicaciones, 2014) proporciona una base técnica sólida y reconocida institucionalmente, lo que refuerza la validez del horizonte temporal adoptado para la modelación y el diseño de las obras hidráulicas en el tramo evaluado.

Ámbito Espacial

El área de estudio está delimitada al tramo del río Vilcanota que atraviesa el distrito de Pisac, en la provincia de Calca, región Cusco, Perú. Esta sección, de aproximadamente 6.00 km, fue seleccionada debido a su alta exposición al riesgo hídrico y a su importancia social, cultural y económica. La elección también responde a la disponibilidad relativa de datos y a la necesidad de diseñar soluciones técnicas adaptadas a la realidad local.

5.3. Población y Muestra

Población

La población del presente estudio está constituida por la totalidad de registros hidrológicos, específicamente caudales y precipitaciones, generados en la estación hidrométrica de Pisac y administrados por el Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú (SENAMHI) y la Autoridad Nacional del Agua (ANA). Esta delimitación responde a la focalización del análisis en el comportamiento del río Vilcanota a su paso por el sector de Pisac, por lo que el universo de datos empleados en la investigación corresponde íntegramente a dicha estación de control.

Muestra

La población del presente estudio está constituida por el total de registros de caudales y precipitaciones obtenidos exclusivamente en la estación hidrométrica de Pisac, gestionada por el SENAMHI y la ANA. Esta delimitación metodológica responde al objetivo central de la investigación, que es caracterizar el comportamiento hidrológico y el tránsito de avenidas en el tramo específico del río Vilcanota correspondiente a Pisac.

Tipo de Muestreo

En la presente investigación se empleó un muestreo No Probabilístico por Conveniencia, en atención a la disponibilidad y accesibilidad de los datos hidrológicos e hidráulicos requeridos para el análisis. Esta decisión metodológica se fundamentó en la necesidad de utilizar información oficial y verificable proporcionada por entidades competentes, como el Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú (SENAMHI) y la Autoridad Nacional del Agua (ANA).

Dado el enfoque aplicado del estudio y las limitaciones operativas inherentes al trabajo de campo en zonas altoandinas, la selección de estaciones hidrométricas y puntos de análisis respondió a criterios de viabilidad técnica y logística, más que a una selección aleatoria representativa de toda la cuenca.

Aunque este tipo de muestreo no permite una generalización estadística de los resultados a toda la región, es pertinente en estudios donde se busca modelar y comprender el comportamiento específico del caudal en un tramo determinado del río, como en este caso, el sector Pisac del río Vilcanota. La elección de este enfoque no afecta la validez técnica del modelamiento, siempre que se reconozcan sus alcances y se acompañe de un análisis riguroso de los resultados obtenidos.

Empleando un muestreo no probabilístico por conveniencia, seleccionando las estaciones y los periodos con mayor continuidad y calidad de datos, lo cual resulta esencial en contextos donde la cobertura instrumental es limitada y la integridad de los registros es prioritaria para la modelación (Marlon Pazos & David Mayorga Arias, 2019).

5.4. Instrumentos de Recolección y Análisis

Microsoft Excel: Para la organización, depuración y procesamiento numérico de las series históricas de caudales y precipitaciones, así como para la elaboración de gráficos y cálculos básicos.

HEC-RAS (River Analysis System): Se utilizó para la simulación hidráulica del flujo en el tramo del río Vilcanota. A partir de los caudales generados en HEC-HMS y del Modelo

Digital de Elevación obtenido mediante fotogrametría, se construyó la geometría del cauce y se realizó la modelación en régimen permanente y no permanente. La herramienta permitió generar mapas de inundación, perfiles de flujo, análisis de velocidades y tirantes máximos.

Global Mapper: Este software de sistemas de información geográfica fue utilizado para el procesamiento y edición del Modelo Digital de Elevación (DEM) generado a partir del vuelo con dron. Su uso facilitó la corrección de errores topográficos, la extracción de curvas de nivel y la preparación de la superficie para su integración en HEC-RAS. Además, permitió visualizar y analizar el relieve de la zona de estudio en tres dimensiones.

Instrumentos topográficos: se usó dron, para el mapeo fotogramétrico como parte del levantamiento topográfico necesario para la caracterización detallada del cauce y zonas aledañas al río Vilcanota, se realizó un vuelo fotogramétrico con dron, el cual permitió obtener imágenes aéreas georreferenciadas de alta resolución y generar productos cartográficos indispensables para la modelación hidráulica.

El vuelo se ejecutó utilizando un dron multirrotor DJI PHANTOM equipado con cámara RGB de alta definición, siguiendo una planificación previa que garantizara una cobertura total del tramo de estudio. Se definió una altura de vuelo constante y se aplicó una superposición frontal y lateral del 80% y 70% respectivamente, a fin de asegurar una adecuada reconstrucción tridimensional del terreno.

Durante el proceso se establecieron puntos de control en tierra georreferenciados mediante GPS, los cuales sirvieron como base para corregir y mejorar la precisión espacial de los productos generados. Las imágenes obtenidas fueron procesadas posteriormente mediante software fotogramétrico especializado, permitiendo la elaboración de ortofotos, nubes de puntos y modelos digitales de superficie DEM.

Este insumo fue fundamental para generar un Modelo Digital de Elevación (DEM) ajustado a la realidad del terreno, el cual fue integrado a herramientas como HEC-RAS y Global Mapper, facilitando así la delimitación del cauce, la extracción de secciones transversales y la simulación hidráulica del flujo.

Figura 2.
Vista satelital del lugar de estudio



Figura 3.
Ortofoto luego del vuelo con dron



Figura 4.
Curva de nivel obtenida de la ortofoto

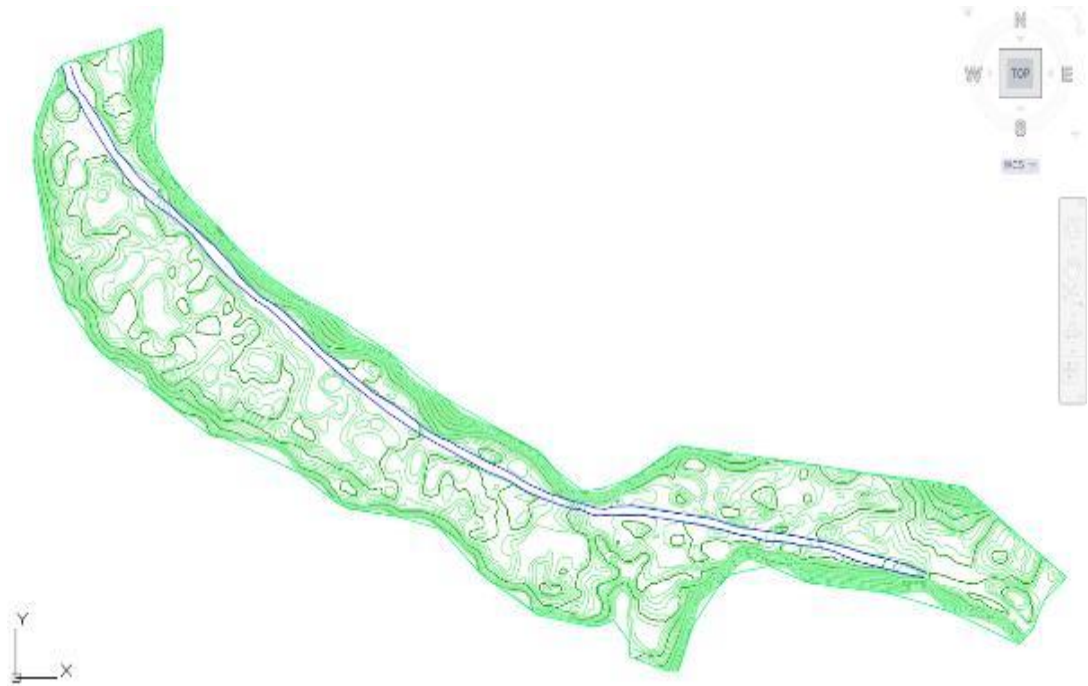


Figura 5.
Curva de nivel georreferenciado



Respecto a las estrategias empleadas para la recolección de información, se recurrió al análisis documental, el cual consistió en la solicitud, recopilación y descarga de registros históricos de caudales disponibles luego de solicitar en los portales oficiales del Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología (SENAMHI) y de la Autoridad Nacional del Agua (ANA). Asimismo, para obtener datos complementarios como mapas de cuencas, red hidrográfica, curvas de nivel, entre otros, se accedió al repositorio digital GEO GPS PERÚ. Toda esta información se encuentra de acceso libre en las respectivas plataformas digitales, tal como se presenta en la tabla correspondiente.

Tabla 3.

Fuentes de información utilizadas en la investigación.

N°	INSTITUCIÓN	TIPO DE DATOS DESCARGADO	PÁGINA WEB
1	SENAMHI	Caudales y nivel del río (solicitado)	HTTPS://WWW.SENAMHI.GOB.PE/?P=ESTACIONES
2	ANA	Caudales (libre descarga)	HTTPS://SNIRH.ANA.GOB.PE/VISORPORCUENCAS/?IDVAR=263
3	Portal web GEO GPS PERÚ	Archivos tipo Shapefile y tipo Aster DEM para delimitación de cuencas hidrográficas, ríos, curvas de nivel y demás complementarios	HTTPS://WWW.GEOGPSPERU.COM/2014/02/202/DESCARGAR-CUENCAS-HIDROGRAFICAS-20DEL.HTML
4	AFS DATA SEARCH VERTEX – NASA	Archivos tipo DEM, para modelamiento hidráulico.	HTTPS://SEARCH.ASF.ALASKA.EDU/

Nota. La tabla detalla las principales instituciones y plataformas digitales de las cuales se obtuvieron los datos hidrometeorológicos y cartográficos empleados en la

investigación, incluyendo caudales, niveles, archivos espaciales y modelos digitales de elevación (DEM).

5.5. Procedimientos

Recolección y depuración de datos: Compilación de series diarias y mensuales de caudales y precipitaciones desde las bases de datos oficiales de SENAMHI. Se realiza una depuración inicial para asegurar continuidad, eliminar duplicidades y corregir eventuales inconsistencias.

Levantamiento geomorfológico: Obtención y medición de parámetros físicos del tramo de estudio, como longitud del cauce, pendiente, ancho, profundidad y rugosidad, combinando trabajo de campo y análisis de cartografía digital (GIS).

La calibración del modelo Muskingum consiste en la estimación iterativa de los parámetros K (tiempo de almacenamiento) y X (coeficiente de almacenamiento relativo), ajustando los hidrogramas simulados con los observados mediante prueba y error y criterios estadísticos. Como explica (Ponce) “Tradicionalmente, sus parámetros K y X se han determinado mediante calibración utilizando hidrogramas medidos, de entrada y salida” en cauces naturales Simulación (Ponce).

hidrológica: Ejecución de la modelación hidrológica para distintos escenarios de caudales máximos y periodos de retorno, utilizando HEC-HMS y HEC-RAS los parámetros calibrados.

5.6. Análisis de datos

El análisis de datos constituyó una etapa fundamental en el desarrollo de la investigación, orientada a garantizar la solidez y la confiabilidad de los resultados obtenidos. Inicialmente, se procedió a la recopilación y consolidación de los registros hidrológicos de caudal y altura del agua correspondientes a la estación hidrométrica de Pisac, empleando como fuentes principales tanto los datos proporcionados por el Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú (SENAMHI) como los generados por la

Autoridad Nacional del Agua (ANA). Para tal fin, los datos del SENAMHI fueron gestionados mediante solicitudes formales a través de su plataforma institucional y por correo electrónico, en tanto que la información del ANA, al encontrarse disponible de manera pública, fue descargada directamente de sus repositorios digitales.

Una vez reunida la totalidad de los registros, se realizó una revisión exhaustiva con el objetivo de identificar posibles inconsistencias, vacíos de información o valores atípicos que pudieran distorsionar el análisis posterior. Este procedimiento implicó una inspección visual de las series temporales y la aplicación de criterios estadísticos ampliamente reconocidos en estudios hidrológicos. En esta fase, se verificó que no existieran valores incoherentes, incompletos ni saltos abruptos no justificados en la base de datos. Esta condición permitió mantener la integridad de los registros originales sin la necesidad de recurrir a procesos de depuración o interpolación para reconstruir valores ausentes.

Adicionalmente, se llevó a cabo un análisis específico de outliers tanto para los caudales correspondientes al año 2024 como para los registros históricos, empleando un nivel de significancia del 10 %. Este análisis estadístico tuvo como propósito identificar la presencia de posibles valores extremos que pudieran influir negativamente en la calibración y evaluación del modelo hidrológico. Los resultados obtenidos confirmaron la ausencia de datos atípicos o dudosos en la muestra analizada, reafirmando la calidad y confiabilidad de la información disponible.

Cabe resaltar que la confiabilidad y validez de los estudios hidrológicos dependen, en gran medida, de la calidad y consistencia de las series de datos utilizadas, tal como lo señalan autores reconocidos como (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988). En concordancia con este principio metodológico, la base de datos consolidada en la presente investigación se caracteriza por su integridad, representatividad y validación técnica, lo que proporciona una plataforma robusta para la aplicación y calibración del modelo Muskingum, así como para la interpretación rigurosa de los resultados obtenidos en el tramo del río Vilcanota correspondiente a Pisac.

Posteriormente, la información fue organizada en hojas de cálculo, lo que facilitó la visualización de tendencias y comportamientos estacionales con mayor claridad. El cálculo de valores medios, máximos y mínimos resultó esencial para identificar la estacionalidad del cauce. Se observó, por ejemplo, que los caudales más elevados tendían a concentrarse entre enero y marzo, en coherencia con el régimen pluvial característico de las cuencas altoandinas. De hecho, un estudio del (SENIA-MINAM, 2024) afirma que “las variaciones estacionales del régimen de descargas están en relación directa al comportamiento de las precipitaciones pluviales estacionales que ocurren en la estación húmeda”.

Adicionalmente, se identificaron picos específicos de caudal que escapaban al patrón general, los cuales resultaron especialmente relevantes para la posterior calibración del modelo Muskingum. Se priorizó el análisis del mes de marzo de 2024, al contar con una serie más completa y homogénea, representativa de uno de los periodos de mayor carga hídrica.

Durante todo el proceso de análisis se mantuvo un criterio técnico constante pero flexible, considerando que la realidad de los datos hidrológicos no siempre se ajusta a condiciones ideales. Esta fase no solo permitió ordenar la información, sino también comprender mejor el comportamiento del río y anticipar las posibles respuestas ante eventos de avenida o crecida.

En síntesis, el análisis de datos constituyó una etapa clave en el desarrollo de este estudio, al proporcionar una base sólida y confiable para la aplicación del modelo hidrológico y la validación de los resultados. Más allá de una tarea técnica, se trató de un ejercicio de interpretación crítica, en el que cada registro fue evaluado en su contexto físico y temporal.

Tabla 4.
Procedimiento metodológico para el análisis hidrológico e hidráulico

PROCEDIMIENTO	DESCRIPCIÓN
1. Recolección y análisis de depuración de datos	Compilación de registros hidrométricos y pluviométricos, identificación y revisión de valores inconsistentes, atípicos o ausentes.
2. Sistematización de la información	Organización de datos en hojas de cálculo, estructuración de series temporales y cálculo de parámetros estadísticos (promedios, máximos, mínimos, tendencias).
3. Estimación e interpolación de valores faltantes	Para los valores del año de estudio (2024), se combinaron datos de autoridades nacionales (SENAMHI y ANA) Aplicación de promedios históricos y métodos de interpolación lineal para completar series temporales de caudales y niveles durante periodos sin datos. Método GR2M
4. Calibración del modelo Muskingum	Ajuste iterativo de los parámetros K y X empleando Excel y comparación de hidrogramas simulados con observados, usando métricas estadísticas para validar el ajuste.
5. Simulación y dimensionamiento hidráulico	Generación de hidrogramas para eventos históricos y de diseño, y uso de los resultados para evaluar alternativas de obras hidráulicas y gestión del riesgo hídrico.

Nota. La tabla presenta las etapas principales seguidas en el proceso metodológico del estudio, desde la depuración de datos hidrometeorológicos hasta la simulación hidráulica para el diseño de obras de mitigación.

5.7. Consideraciones Éticas

La investigación se desarrolla en estricta observancia de los principios de integridad científica, transparencia y responsabilidad en el uso de información pública. Se garantiza la citación adecuada de toda fuente bibliográfica e institucional en conformidad con las normas APA, 7.^a edición. Asimismo, se respeta la confidencialidad de los puntos de muestreo y la integridad de los datos hidrométricos, asegurando que su uso esté limitado exclusivamente a fines académicos, científicos y técnicos.

De acuerdo al tipo, nivel de investigación y el alcance de esta, se considera éticos los siguientes aspectos:

- Los resultados de la comparación serán veraces.
- La recolección de datos se llevará a cabo con precisión y transparencia.
- Los resultados de la investigación serán beneficiosos para la población estudiantil de la UTEA.

De igual manera, en este estudio se considera las referencias de diferentes pensadores y se les da crédito a otras investigaciones previas. Por ende, tales datos no se asumen como obra de mi propia creación.

V. Resultados y Discusión

6.1. Caracterización geomorfológica del tramo Pisac

El análisis geomorfológico constituye la base para entender la respuesta hidrodinámica del río Vilcanota en su paso por el distrito de Pisac, donde la topografía, la forma del cauce y la rugosidad condicionan de manera directa el tránsito de avenidas. Para este estudio, se realizó un levantamiento de campo y procesamiento digital de la información, empleando técnicas de georreferenciación con GPS diferencial y análisis cartográfico mediante Sistemas de Información Geográfica (GIS). Esta combinación metodológica permitió obtener un panorama preciso y actualizado de las características físicas predominantes en el tramo de estudio.

Los resultados evidencian que el segmento evaluado, con una extensión de 5 880,00 metros, presenta una pendiente media del cauce principal de 0.004789 (0.48 %), calculada conforme al método propuesto por Taylor & Schwarz. Este procedimiento consiste en dividir la diferencia total de cotas (desnivel) entre el inicio y el final del tramo del río ΔH , por la longitud real del cauce (L), tomando en cuenta todas las sinuosidades del canal principal. Matemáticamente, la pendiente (S) se expresa como:

$$S = \frac{\Delta H}{L}$$

donde:

- S = pendiente media del cauce,
- ΔH = diferencia de elevación entre los puntos inicial y final (en metros),

- L = longitud real del cauce, medida siguiendo el eje del canal (en metros).

La utilización del método de Taylor & Schwarz permite obtener una pendiente representativa, incorporando las variaciones topográficas y geomorfológicas a lo largo del tramo estudiado, lo que resulta fundamental para la caracterización hidráulica y el modelamiento del tránsito de avenidas en el valle de Pisac.

El ancho que se obtuvo según los cálculos e iteraciones se aprecia en el siguiente cuadro:

Tabla 5.
Ancho del cauce del río según mes del año 2024.

MES	ANCHO
Enero	49.2
Febrero	43.65
Marzo	45.65
Abril	44.27
Mayo	31.22
Junio	21.18
Julio	12.3
Agosto	17.5
Septiembre	20.35
Octubre	20.7
Noviembre	36.88
Diciembre	34.3

Nota. La tabla presenta la variación mensual del ancho del cauce, calculado a partir de registros hidrométricos procesados en el año de estudio.

El valor del ancho efectivo del cauce se determinó mediante un proceso iterativo asociado a la aplicación anual del modelo Muskingum. Este procedimiento consistió en ajustar el parámetro de ancho durante la simulación hidrológica, de modo que los caudales simulados a través del modelo reprodujeran con la mayor fidelidad posible los registros observados en la estación de Pisac. Para ello, se realizaron múltiples iteraciones, modificando progresivamente el valor del ancho y recalculando los parámetros hidráulicos (área, perímetro mojado y radio hidráulico) en cada caso. Esta metodología permitió identificar el valor óptimo de ancho que ofrecía el mejor ajuste estadístico entre el hidrograma observado y el simulado a lo largo del año.

La selección del ancho se fundamentó no solo en la correspondencia de caudales máximos y volúmenes totales, sino también en la capacidad del modelo para replicar adecuadamente la forma y el tiempo de traslado de las ondas de avenida. De este modo, el ancho obtenido por iteración es representativo de las condiciones reales del cauce durante el periodo de análisis, y contribuye significativamente a la robustez y confiabilidad de la modelación hidrológica en el tramo de estudio.

El ancho del río se estableció en 45.5 metros (variable según época del año), valor obtenido mediante las iteraciones y el uso de la fórmula de Manning, mientras que la profundidad media se aproximó a 1.5 metros, considerando tanto los sondeos manuales como las observaciones sistemáticas durante los trabajos de campo.

En cuanto a la rugosidad del lecho, el coeficiente de Manning se estimó en $n = 0.049$, cifra fundamentada con los valores para el cálculo del coeficiente de rugosidad según la fórmula de Cowan, siendo vegetación escasa: Menos cultivos, posiblemente solo pastos o arbustos dispersos, Material del lecho: Más rocoso o con grava (por erosión de cerros cercanos), Obstrucciones: Piedras sueltas o raíces expuestas, Geometría: Taludes más pronunciados (zonas no cultivables), en la inspección visual de los materiales predominantes (gravas, cantos rodados y presencia moderada de vegetación ripiara) y en comparación con valores típicos referenciados en la literatura técnica (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988); SENAMHI, 2020). Esta estimación resulta coherente con el comportamiento observado del flujo y se alinea con estudios previos en cauces andinos de características similares.

La combinación de una pendiente moderada, un ancho relativamente estable y una rugosidad compatible con canales naturales de montaña sugiere que el tramo Pisac posee una capacidad de almacenamiento significativa, aspecto fundamental en la propagación y atenuación de ondas de avenida. Además, la morfología del canal favorece el flujo canalizado durante eventos de crecida, lo que justifica el empleo de un valor $X = 0.30$, para luego en la la calibración del modelo Muskingum se use:

Tabla 6.

Valores calibrados del coeficiente X del modelo Muskingum por mes

MES	X (calibrado)
Enero	0.30
Febrero	0.30
Marzo	0.35
Abril	0.35
Mayo	0.35
Junio	0.35
Julio	0.30
Agosto	0.30
Septiembre	0.35
Octubre	0.35
Noviembre	0.35
Diciembre	0.35

Nota. La tabla muestra los valores calibrados del parámetro X del modelo Muskingum, obtenidos mediante ajuste estadístico a partir de registros mensuales de caudal.

Se efectuó un levantamiento de los parámetros geomorfológicos del tramo de 6 km del río Vilcanota en el distrito de Pisac, con el fin de identificar los factores físicos que condicionan la propagación de avenidas. El análisis arrojó los siguientes valores promedio, obtenidos mediante técnicas de campo y cartografía digital:

Tabla 7.

Parámetros hidráulicos y geométricos del tramo de estudio

Parámetro	Valor promedio	Método de obtención
Longitud del tramo	5880 m.	GPS diferencial y mapas GIS
Pendiente media	0.0048 - (0.48%)	Cálculo de diferencias de cota
Ancho promedio	45.5 m	Mediciones directas en campo (variable según época del año)
Profundidad promedio	1.5 m	Sondeos, observación directa y datos obtenidos del SENAMHI
Rugosidad (Manning)	0.049	Estimación según la fórmula de Cowan

Nota. La tabla presenta los parámetros hidráulicos y geométricos considerados para la modelación del tramo en estudio.

La suave pendiente, el ancho estable y la capacidad de almacenamiento relevante justifican el uso de un valor $X = 0.3$ (para la primera iteración) para el modelo Muskingum, reflejando una dinámica fluvial dominada por almacenamiento prismático.

6.2. Representación del comportamiento hidráulico

A continuación, se muestran los datos obtenidos por la estación hidrológica PISAC-H-CONV-230401-F. Los registros empleados en este estudio provienen de fuentes confiables y oficiales, como la Autoridad Nacional del Agua (ANA) y el Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú (SENAMHI), entidades responsables de la gestión, monitoreo y administración de la red hidrométrica a nivel nacional.

DATOS OBTENIDOS DE FUENTE SENAMHI**Tabla 8.**

Registro de nivel medio diario en la estación hidrométrica Pisac durante el año 2024

EST. HID. PISAC COD. 230401 /DZ- 12		LATITUD: 13° 25' SUR DPTO: CUSCO		NIVEL MEDIO DIARIO (m)								LONGITUD: 71° 51' OESTE PROV: CALCA		ALTITUD: 2966 msnm DIST: PISAC	
AÑO	DIA	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC		
2024	1	S/D	S/D	2.38	2.36	1.50	1.23	1.19	1.17	1.22	1.28	1.33	1.60		
2024	2	S/D	S/D	2.18	2.21	1.49	1.25	1.20	1.18	1.22	1.30	1.23	1.65		
2024	3	S/D	S/D	2.09	2.33	1.58	1.25	1.19	1.19	1.21	1.31	1.19	1.69		
2024	4	S/D	S/D	2.19	2.14	1.74	1.22	1.19	1.18	1.21	1.33	1.18	1.60		
2024	5	S/D	S/D	2.43	2.08	1.59	1.22	1.18	1.18	1.21	1.32	1.20	1.63		
2024	6	S/D	S/D	2.36	1.98	1.52	1.22	1.18	1.18	1.21	1.28	1.19	1.61		
2024	7	S/D	S/D	2.24	2.02	1.49	1.22	1.18	1.17	1.21	1.26	1.21	1.57		
2024	8	S/D	S/D	2.12	2.01	1.48	1.20	1.18	1.17	1.21	1.23	1.20	1.63		
2024	9	S/D	S/D	2.20	2.02	1.48	1.20	1.19	1.18	1.21	1.24	1.18	1.67		
2024	10	S/D	S/D	2.09	2.02	1.45	1.20	1.18	1.16	1.22	1.27	1.17	1.69		
2024	11	S/D	S/D	2.39	2.26	1.44	1.15	1.17	1.17	1.21	1.26	1.23	1.70		
2024	12	S/D	S/D	2.11	2.17	1.43	1.15	1.18	1.16	1.21	1.26	1.25	1.69		
2024	13	S/D	S/D	1.98	2.04	1.41	1.14	1.17	1.16	1.20	1.26	1.33	1.77		
2024	14	S/D	S/D	2.00	1.95	1.41	1.25	1.17	1.16	1.23	1.26	1.37	1.83		
2024	15	S/D	S/D	2.00	1.87	1.44	1.10	1.16	1.16	1.23	1.28	1.39	1.71		
2024	16	S/D	S/D	2.04	1.80	1.42	1.10	1.16	1.19	1.25	1.28	1.59	1.68		
2024	17	S/D	S/D	2.33	1.76	1.41	1.09	1.15	1.19	1.25	1.28	1.77	1.60		
2024	18	S/D	S/D	2.20	1.74	1.40	1.06	1.16	1.19	1.24	1.25	1.91	1.55		
2024	19	S/D	S/D	2.21	1.73	1.39	1.06	1.16	1.20	1.24	1.17	1.82	1.72		
2024	20	S/D	S/D	2.43	1.71	1.37	1.09	1.15	1.20	1.25	1.15	1.72	1.84		
2024	21	S/D	S/D	2.22	1.69	1.36	1.10	1.15	1.19	1.24	1.16	1.70	1.81		
2024	22	S/D	S/D	2.17	1.67	1.34	1.10	1.15	1.19	1.23	1.18	1.65	1.76		
2024	23	S/D		1.97	2.05	1.63	1.33	1.10	1.14	1.19	1.22	1.24	1.65	1.84	
2024	24	S/D	1.9825	1.92	1.61	1.32	1.10	1.14	1.20	1.23	1.25	1.94	1.77		
2024	25	S/D	1.935	1.90	1.59	1.31	1.10	1.15	1.20	1.24	1.25	1.95	1.63		
2024	26	S/D	1.995	1.95	1.56	1.31	1.10	1.15	1.20	1.24	1.27	1.76	1.57		
2024	27	S/D	2.0575	2.14	1.56	1.30	1.10	1.14	1.20	1.27	1.28	1.64	1.55		
2024	28	S/D	2.0525	2.31	1.52	1.29	1.10	1.15	1.23	1.34	1.27	1.60	1.50		
2024	29	S/D	2.325	2.14	1.50	1.29	1.08	1.15	1.22	1.35	1.27	1.62	1.48		
2024	30	S/D		2.02	1.50	1.28	1.08	1.14	1.23	1.31	1.27	1.62	1.51		
2024	31	S/D		2.37		1.27		1.15	1.22		1.36		1.47		

Nota. Datos obtenidos de la estación hidrométrica Pisac (código 230401/DZ-12), proporcionados por el SENAMHI (Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú.)

Tabla 9.

Caudal medio diario SENAMHI

EST. HID. PISACCOD. 230401 /DZ-
12LATITUD: 13° 25'
SUR
DPTO: CUSCO**CAUDAL MEDIO DIARIO
(m3/s)**LONGITUD: 71° 51' OESTE
PROV: CALCAALTITUD: 2966
msnm
DIST: PISAC

AÑO	DIA	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
2024	1	S/D	S/D	246.874	241.616	61.895	31.604	28.260	26.684	30.957	36.411	40.935	77.081
2024	2	S/D	S/D	195.769	203.143	60.855	32.934	29.076	27.265	30.957	37.627	31.206	89.553
2024	3	S/D	S/D	175.925	233.946	74.932	33.378	28.256	28.061	30.108	38.639	28.057	92.701
2024	4	S/D	S/D	199.048	187.659	102.497	30.742	27.858	27.070	29.897	40.662	27.659	77.008
2024	5	S/D	S/D	259.974	172.671	75.058	30.742	27.659	27.277	30.108	40.156	28.865	81.175
2024	6	S/D	S/D	242.074	152.340	64.757	30.742	27.659	27.265	29.901	35.950	28.463	78.656
2024	7	S/D	S/D	209.395	160.429	60.514	30.742	27.265	26.875	29.901	34.067	29.487	72.244
2024	8	S/D	S/D	181.971	158.463	58.803	29.068	27.659	26.875	30.108	31.173	28.662	82.027
2024	9	S/D	S/D	201.221	160.958	58.467	29.068	27.858	27.070	29.897	32.262	27.070	89.506
2024	10	S/D	S/D	176.428	160.520	54.867	29.068	27.460	26.106	30.531	35.235	26.298	92.833
2024	11	S/D	S/D	249.942	215.402	53.903	25.166	26.875	26.489	29.897	34.523	31.173	93.656
2024	12	S/D	S/D	181.404	194.564	52.028	25.166	27.070	25.915	29.690	34.523	33.158	92.801
2024	13	S/D	S/D	152.376	165.177	49.890	24.287	26.680	26.106	29.275	34.523	41.732	107.73
2024	14	S/D	S/D	156.395	146.394	49.895	39.877	26.680	26.106	31.823	34.304	45.572	121.39
2024	15	S/D	S/D	156.846	131.190	53.270	21.649	26.106	26.106	31.823	36.411	47.321	96.476
2024	16	S/D	S/D	165.968	113.696	51.719	21.649	25.919	28.459	32.930	36.174	75.798	89.974
2024	17	S/D	S/D	233.152	105.329	49.601	20.860	24.983	28.260	33.606	35.700	107.88	76.628
2024	18	S/D	S/D	201.870	102.314	48.720	19.283	25.728	28.459	32.482	33.623	137.60	68.420
2024	19	S/D	S/D	203.369	99.849	47.246	19.283	25.915	28.845	32.706	26.504	119.19	98.047
2024	20	S/D	S/D	261.448	96.502	45.254	20.860	24.800	28.869	33.649	24.991	98.413	124.24

AÑO	DIA	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
2024	22	S/D	S/D	194.053	89.487	41.720	21.649	25.174	28.256	31.388	27.464	84.621	106.59
2024	23	S/D	150.872	166.791	82.493	40.662	21.649	24.437	28.260	30.957	32.262	85.682	122.53
2024	24	S/D	153.319	141.530	78.246	39.887	21.649	24.253	28.662	31.173	33.158	143.42	109.09
2024	25	S/D	143.968	137.119	74.599	39.381	21.649	24.807	29.072	32.047	33.610	146.90	82.033
2024	26	S/D	155.834	146.171	69.919	38.871	21.649	24.800	28.869	32.267	35.458	106.47	72.661
2024	27	S/D	168.951	187.262	70.358	37.878	21.649	24.437	28.666	34.756	36.411	82.898	69.163
2024	28	S/D	167.778	229.205	65.092	37.135	21.649	24.800	31.604	41.994	34.765	77.032	61.900
2024	29	S/D	233.0415	187.279	62.247	36.652	20.345	25.354	30.750	43.066	34.993	80.360	59.139
2024	30	S/D		161.461	61.207	36.174	20.345	24.437	31.173	38.885	34.756	80.360	63.314
2024	31	S/D		245.361		34.756		24.987	30.531		44.711		57.482

En el marco del desarrollo de esta investigación, se recurrió al uso de datos hidrológicos correspondientes a la estación hidrométrica PISAC-H-CONV-230401-F, operada por el Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú (SENAMHI). Esta estación se ubica en el tramo del río Vilcanota correspondiente al distrito de Pisac y cumple un papel fundamental en el monitoreo de variables asociadas al comportamiento hidrológico del cauce. Es importante resaltar que los datos utilizados —específicamente los registros de caudal y nivel del agua— no se encuentran disponibles para descarga libre o pública a través de la plataforma web del SENAMHI. Por tal motivo, fue necesario realizar una solicitud formal dirigida a dicha institución con el fin de obtener acceso a esta información. La entrega de los datos fue realizada en formato digital y cubre un periodo continuo que resultó pertinente para el análisis del tránsito de avenidas en el tramo en estudio. La obtención directa de esta información garantizó tanto la confiabilidad como la validez de los insumos utilizados en el procesamiento y modelamiento hidrológico desarrollado en las siguientes etapas del trabajo.

Para garantizar la continuidad y calidad del análisis hidrológico, en los meses de enero y parte de febrero que presentaron vacíos en los registros diarios proporcionados por la estación SENAMHI. Frente a esta situación, se optó por complementar la base de datos utilizando la información correspondiente a los mismos periodos, descargada de la plataforma oficial de la Autoridad Nacional del Agua (ANA). Este procedimiento de integración permitió cubrir únicamente los valores faltantes, priorizando la consistencia y fidelidad de la serie temporal empleada en el estudio. La estrategia seguida está respaldada por recomendaciones metodológicas de organismos internacionales y nacionales, las cuales sugieren la utilización de registros provenientes de fuentes oficiales alternativas cuando existen vacíos críticos en las series de tiempo, siempre y cuando se garantice la compatibilidad entre los conjuntos de datos (([INEI], 2020); ([WMO])).

De este modo, se refuerza la confiabilidad del conjunto de datos empleado para la modelación y validación posterior de los resultados.

Tabla 10.
Caudal medio diario (serie completa)

EST. HID. PISAC		CAUDAL MEDIO DIARIO (M3/S)											
COD. 230401 /DZ-12		LATITUD: 13° 25' SUR DPTO: CUSCO					LONGITUD: 71° 51' OESTE PROV: CALCA				ALTITUD: 2966 msnm DIST: PISAC		
AÑO	DIA	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
2024	1	82.64	185.4100	246.874	241.616	61.895	31.604	28.260	26.684	30.957	36.411	40.935	77.081
2024	2	97.25	171.6	195.769	203.143	60.855	32.934	29.076	27.265	30.957	37.627	31.206	89.553
2024	3	115.1	173.51	175.925	233.946	74.932	33.378	28.256	28.061	30.108	38.639	28.057	92.701
2024	4	111.2	154.0600	199.048	187.659	102.497	30.742	27.858	27.070	29.897	40.662	27.659	77.008
2024	5	145.68	125.6600	259.974	172.671	75.058	30.742	27.659	27.277	30.108	40.156	28.865	81.175
2024	6	169.35	115.8600	242.074	152.340	64.757	30.742	27.659	27.265	29.901	35.950	28.463	78.656
2024	7	142.38	135.9400	209.395	160.429	60.514	30.742	27.265	26.875	29.901	34.067	29.487	72.244
2024	8	109.62	155.5400	181.971	158.463	58.803	29.068	27.659	26.875	30.108	31.173	28.662	82.027
2024	9	91.97	162.84	201.221	160.958	58.467	29.068	27.858	27.070	29.897	32.262	27.070	89.506
2024	10	80.43	139.88	176.428	160.520	54.867	29.068	27.460	26.106	30.531	35.235	26.298	92.833
2024	11	74.23	156.9400	249.942	215.402	53.903	25.166	26.875	26.489	29.897	34.523	31.173	93.656
2024	12	66.89	137.1500	181.404	194.564	52.028	25.166	27.070	25.915	29.690	34.523	33.158	92.801
2024	13	67.95	168.3000	152.376	165.177	49.890	24.287	26.680	26.106	29.275	34.523	41.732	107.736
2024	14	69.3	163.87	156.395	146.394	49.895	39.877	26.680	26.106	31.823	34.304	45.572	121.398
2024	15	70.24	183.3500	156.846	131.190	53.270	21.649	26.106	26.106	31.823	36.411	47.321	96.476
2024	16	76.45	155.93	165.968	113.696	51.719	21.649	25.919	28.459	32.930	36.174	75.798	89.974
2024	17	73.2800	140.06	233.152	105.329	49.601	20.860	24.983	28.260	33.606	35.700	107.881	76.628
2024	18	101.8800	132.46	201.870	102.314	48.720	19.283	25.728	28.459	32.482	33.623	137.603	68.420
2024	19	89.6700	132.4500	203.369	99.849	47.246	19.283	25.915	28.845	32.706	26.504	119.195	98.047
2024	20	95.59	184.8400	261.448	96.502	45.254	20.860	24.800	28.869	33.649	24.991	98.413	124.243
2024	21	86.6300	212.6400	206.406	92.234	44.138	21.649	24.800	27.858	32.047	26.106	94.638	117.094

AÑO	DIA	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
2024	22	83.3100	170.5000	194.053	89.487	41.720	21.649	25.174	28.256	31.388	27.464	84.621	106.594
2024	23	81.11	150.872	166.791	82.493	40.662	21.649	24.437	28.260	30.957	32.262	85.682	122.536
2024	24	100.7800	153.319	141.530	78.246	39.887	21.649	24.253	28.662	31.173	33.158	143.421	109.095
2024	25	138.6300	143.968	137.119	74.599	39.381	21.649	24.807	29.072	32.047	33.610	146.906	82.033
2024	26	221.68	155.834	146.171	69.919	38.871	21.649	24.800	28.869	32.267	35.458	106.476	72.661
2024	27	274.46	168.951	187.262	70.358	37.878	21.649	24.437	28.666	34.756	36.411	82.898	69.163
2024	28	200.4800	167.778	229.205	65.092	37.135	21.649	24.800	31.604	41.994	34.765	77.032	61.900
2024	29	194.3700	233.0415	187.279	62.247	36.652	20.345	25.354	30.750	43.066	34.993	80.360	59.139
2024	30	187.18		161.461	61.207	36.174	20.345	24.437	31.173	38.885	34.756	80.360	63.314
2024	31	161.4615		245.361		34.756		24.987	30.531		44.711		57.482

Nota. Datos obtenidos de la estación hidrométrica Pisac (SENAMHI) y completados con registros de la Autoridad Nacional del Agua (ANA) para el periodo del 1 de enero al 22 de febrero de 2024.

Reemplazando los valores S/D (sin datos), por valores correspondientes también de Caudal Promedio Mensual (m^3/s) en el mes de enero y parte del mes de febrero, reemplazándolos por datos oficiales obtenidos por el ANA, como se aprecia a anteriormente. Luego para calcular las alturas correspondientes a los caudales observados, se aplicó una regresión logarítmica simple, basada en la relación empírica entre ambas variables. Como se aprecia en el siguiente cuadro:

Luego para estimar las alturas correspondientes a los caudales observados, se aplicó una regresión logarítmica simple, basada en la relación empírica entre ambas variables. El procedimiento consistió en graficar los valores conocidos de caudal y altura, identificando que la tendencia se ajustaba de manera óptima a una ecuación exponencial. A partir de este análisis, se obtuvo la ecuación $y = 0.4258 * X^{0.3068}$, donde:

Y, representa la altura.

X, representa el caudal.

Con un coeficiente de determinación $R^2 = 0.9976$. Este valor elevado de R2 indica un excelente ajuste del modelo a los datos observados, lo que respalda la validez de la regresión empleada para estimar alturas en función de los caudales. El uso de modelos de regresión en el ámbito hidrológico es ampliamente recomendado para describir relaciones no lineales entre variables hidráulicas, especialmente cuando se dispone de series históricas confiables (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988). En este contexto, la ecuación obtenida permitió generar de manera robusta los valores de altura asociados a los caudales simulados, aportando precisión y coherencia al análisis de eventos de avenida en el tramo estudiado.

Además, se realizó una comparación entre las alturas calculadas mediante la ecuación logarítmica y los valores de altura efectivamente registrados por el SENAMHI en la estación de estudio. El análisis mostró que las diferencias entre ambas series de datos fueron mínimas (diferencia milimétrica), lo que confirma la robustez y precisión del modelo de regresión aplicado. Esta concordancia valida la metodología empleada para la estimación indirecta de alturas, aportando mayor confianza al tratamiento de los registros hidrométricos y garantizando la coherencia de la información utilizada en la modelación y el análisis de eventos de avenida. La práctica de contrastar resultados estimados con observaciones reales responde a los lineamientos técnicos recomendados tanto por el SENAMHI como por la Autoridad Nacional del Agua (ANA), asegurando así la fiabilidad de las conclusiones del estudio (ANA-Perú, s.f.) (SENAMHI-Perú, Memoria anual, 2024).

Tabla 11.

Serie completa de nivel medio diario en la estación hidrométrica Pisac durante el año 2024.

EST. HID. PISAC		NIVEL MEDIO DIARIO (M) (SERIE COMPLETA)											
COD. 230401 /DZ-12		LATITUD: 13° 25' SUR DPTO: CUSCO					LONGITUD: 71° 51' OESTE PROV: CALCA					ALTITUD: 2966 msnm DIST: PISAC	
AÑO	DIA	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
2024	1	1.65	2.11	2.38	2.36	1.50	1.23	1.19	1.17	1.22	1.28	1.33	1.60
2024	2	1.73	2.06	2.18	2.21	1.49	1.25	1.20	1.18	1.22	1.30	1.23	1.65
2024	3	1.82	2.07	2.09	2.33	1.58	1.25	1.19	1.19	1.21	1.31	1.19	1.69
2024	4	1.80	1.99	2.19	2.14	1.74	1.22	1.19	1.18	1.21	1.33	1.18	1.60
2024	5	1.96	1.87	2.43	2.08	1.59	1.22	1.18	1.18	1.21	1.32	1.20	1.63
2024	6	2.05	1.83	2.36	1.98	1.52	1.22	1.18	1.18	1.21	1.28	1.19	1.61
2024	7	1.95	1.92	2.24	2.02	1.49	1.22	1.18	1.17	1.21	1.26	1.21	1.57
2024	8	1.80	2.00	2.12	2.01	1.48	1.20	1.18	1.17	1.21	1.23	1.20	1.63
2024	9	1.70	2.03	2.20	2.02	1.48	1.20	1.19	1.18	1.21	1.24	1.18	1.67
2024	10	1.63	1.94	2.09	2.02	1.45	1.20	1.18	1.16	1.22	1.27	1.17	1.69
2024	11	1.59	2.00	2.39	2.26	1.44	1.15	1.17	1.17	1.21	1.26	1.23	1.70
2024	12	1.54	1.92	2.11	2.17	1.43	1.15	1.18	1.16	1.21	1.26	1.25	1.69
2024	13	1.55	2.05	1.98	2.04	1.41	1.14	1.17	1.16	1.20	1.26	1.33	1.77
2024	14	1.56	2.03	2.00	1.95	1.41	1.25	1.17	1.16	1.23	1.26	1.37	1.83
2024	15	1.57	2.10	2.00	1.87	1.44	1.10	1.16	1.16	1.23	1.28	1.39	1.71
2024	16	1.61	2.00	2.04	1.80	1.42	1.10	1.16	1.19	1.25	1.28	1.59	1.68
2024	17	1.59	1.94	2.33	1.76	1.41	1.09	1.15	1.19	1.25	1.28	1.77	1.60
2024	18	1.76	1.90	2.20	1.74	1.40	1.06	1.16	1.19	1.24	1.25	1.91	1.55
2024	19	1.69	1.90	2.21	1.73	1.39	1.06	1.16	1.20	1.24	1.17	1.82	1.72
2024	20	1.72	2.11	2.43	1.71	1.37	1.09	1.15	1.20	1.25	1.15	1.72	1.84
2024	21	1.67	2.20	2.22	1.69	1.36	1.10	1.15	1.19	1.24	1.16	1.70	1.81
2024	22	1.65	2.06	2.17	1.67	1.34	1.10	1.15	1.19	1.23	1.18	1.65	1.76
2024	23	1.64	1.97	2.05	1.63	1.33	1.10	1.14	1.19	1.22	1.24	1.65	1.84
2024	24	1.75	1.9825	1.92	1.61	1.32	1.10	1.14	1.20	1.23	1.25	1.94	1.77
2024	25	1.93	1.935	1.90	1.59	1.31	1.10	1.15	1.20	1.24	1.25	1.95	1.63
2024	26	2.23	1.995	1.95	1.56	1.31	1.10	1.15	1.20	1.24	1.27	1.76	1.57
2024	27	2.38	2.0575	2.14	1.56	1.30	1.10	1.14	1.20	1.27	1.28	1.64	1.55
2024	28	2.16	2.0525	2.31	1.52	1.29	1.10	1.15	1.23	1.34	1.27	1.60	1.50
2024	29	2.14	2.325	2.14	1.50	1.29	1.08	1.15	1.22	1.35	1.27	1.62	1.48
2024	30	2.12		2.02	1.50	1.28	1.08	1.14	1.23	1.31	1.27	1.62	1.51
2024	31	2.02		2.37		1.27		1.15	1.22		1.36		1.47

Nota. Datos obtenidos de la estación hidrométrica Pisac (SENAMHI) y

complementados con la ANA para enero y parte de febrero de 2024. Las alturas se estimaron mediante regresión logarítmica validada con $R^2 = 0.9976$.

DATOS HISTORICOS OBTENIDOS DE FUENTE ANA**Estación:** Pisac (Código: 472A6280)**Variable:** Caudal Promedio Diario (m³/s)**Operador:** Servicio Nacional Meteorología E Hidrología**WGS 84 Geográficas:** Latitud: -13.42264 / Longitud: -71.8538 / Altitud(msnm): 2966**Tipo:** Automática / Hidrométrica**Ámbito Político:** Dpto: Cusco / Prov: Calca / Dist.: Pisac**Ámbito** AAA: Urubamba Vilcanota / ALA:**Administrativo:** Cusco**Unidad Hidrográfica:** Cuenca Urubamba**Nombre de la Fuente:** Río: Vilcanota**Tabla 12.**

Caudales históricos 2022-2023-2024-2025 fuente ANA

AÑO	DIA	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
2022	1	100.51	276.5000	197.3000	166.7600		38.9	29.6100	23.62	31.35	28.36	29.79	26.56
	2	95.2	283.3	178.4	179.23	57	38.6	28.6900	23.42	30.9300	28.4200	30.25	27.2200
	3	87.1		162.9	167.6000	54.8000	37.7200	27.5000	23.53	30.72	29.4100	29.61	27.6600
	4	78.3			164	52.7	37.6500	26.7	23.45	30.65	29.47	30.4900	26.8100
	5	75.8			148.5	51.3	37.1	26.4	23.34	30.42	30.72	30.0500	27.47
	6	81.5	299.8000	194.3000	132.9		36.7000	26.1	23.3	30.11	30.38	29.02	28.34
	7	80.1	273.1000	206.8000	141.6		36.5	26	23.45	29.54	28.75	29.3100	36.09
	8	79.32	304.6000	189.4000	150.2700	49.5000	35.4	25.85	26.48	29.67	27.97	28.3700	33.74
	9	95.7	292.2	168.9	166.45	49.5	34.94	26.19	28.88	30.3800	27.2500	28.27	31.0400
	10	116.6	289.9	168.8	210.6000	48.7	37.57	26.3100	28.89	30.5900	27.8200	28.56	27.59
	11	163.4			179.3000	48.1	38.4400	25.9400	28.46	30.7600	27.1900	29.05	29.02
	12	203			157.0000	46	40	25.58	28.7900	31.14	27.03	29.68	28.6
	13	178.4	289.7000	216.6	137.69		39.4000	25.4	28.47	31.6900	27.15	28.6200	29.11
	14	149.42	289.7	198.3000	124.2		39.1000	25.58	27.6900	32.43	27.2800	28.6200	29.26
	15	144.53	315.9000	282	114.3900	45	38.31	25.4300	29.6400	33.52	27.5600	28.76	29.01
	16	130.2	275.3	380.2	107.2200	43.9	38.5	25.4300	29.5800	35.44	27.53	29.39	31.63

DIA	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
17	147.0000	315.2	267.5	100.6000	43.5	39.4200	25.55	27.91	35.6300	28.1100	28.88	36.14
18	167.7000			94.2	42.8	39.0000	25.4600	27.78	34.8700	28.6600	29.7800	38.2
19	166.3000			89	41.8	38.9	24.81	27.75	33.51	29.69	30.08	38.64
20	192.8	205.5000	210.1000	84.6		38.7000	24.78	28.8500	32.57	32.72	29.9100	40.14
21	262.0800	184.4000	200.9000	81.7		38.7	24.75	28.59	32.4	32.2600	30.02	36.36
22	372.1700	176.7000	186.5000	79.4400	40.3000	40.5	24.8400	29.6800	28.75	31.8000	29.7900	34.73
23	399.39	167.3	179.8	76.27	39.8000	40.11	24.66	31.3400	28.0100	31.0700	32.25	34.84
24	306.3000	174.1	184	73.8	39.8	39.9900	24.3100	31.31	28.1700	31.66	31.73	34.49
25	288.2000			71.7000	38.8	39.52	24.07	31.03	29.5700	31.3500	30.77	30.9700
26	268.2			70.2	38.9	39.0000	23.84		29.68	31.87	30.07	28.9000
27	264.9	246.3000	171.4000	67.7		38.8	24.1		29.51	32.3500	27.95	26.2800
28	358.8400	214.4	184.3	64.6		37.51	24.13		28.59	32.22	27.88	27.35
29	244.0500		184.4	61.88	38.5	34.8	23.36		28.07	32.19	28.24	31.5
30	255.9		196.6	58.48	37.8	33.7000	23.36		28.23	31.74	27.57	30.6200
31	264.5000		171.9		37.8000		23.62			26.08		34.63

AÑO 2023

1	44.82	88.5000	63.8500	139.7500	37.2200	32.41	20.9600	23.05	21.71	26.72	25.95	95.09
2	45.53	82.03	55.59	144.34	36.34	31.5	20.9100	22.73	21.7600	31.800	26.15	135.8200
3	48.36	87.22	51.04	161.7800	35.7000	30.4200	20.9100	22.58	22.13	30.320	26.53	154.6300
4	46.49	93.0200	50.8100	139.89	36.09	30.0700	20.59	22.81	21.9	30.08	26.2700	115.5500
5	48.71	89.1500	48.7500	159.97	36.85	29.62	20.14	23.57	20.97	28.97	26.4700	97.12
6	47.05	83.3800	46.9300	149.65	38.6700	28.8000	20.06	22.87	21.47	29.08	32.98	78.94
7	46.17	75.6300	44.1500	131.07	44.0100	28.59	20.13	22.7	23.91	27.17	30.9700	71.11
8	41.46	73.5700	43.4200	126.1300	81.0100	28.4	20.11	22.21	25.81	29.09	32.2400	63.18
9	41.06	95.38	45.94	135.99	90.58	27.79	19.85	22.1	24.0500	28.430	33.83	82.6400
10	41.77	99.28	62.04	117.3100	79.37	27.56	19.7400	21.85	21.8700	29.830	33.82	87.82
11	40.86	102.5800	59.8600	110.8500	70.88	27.1700	19.5600	21.37	21.2900	30.260	31.74	105.49
DIA	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC

12	38.02	115.0800	54.2300	110.9500	66.46	27.33	20.06	21.7600	20.53	28.13	27.57	121.35
13	33.42	110.4400	56.6	105.29	65.11	26.8400	20.96	23.46	21.5600	28	27.2300	142.27
14	30.51	113.77	64.5900	90.28	60.87	26.6200	21.1	23.8400	22.07	29.670	28.4100	120.48
15	28.14	120.7600	99.42	83.5200	55.79	26.55	21.4800	23.1900	21.29	28.310	31.5	125.8
16	26.21	133.26	97.5	83.6700	51.48	25.89	21.4300	22.4400	20.83	26.48	30.91	161.2
17	25.9900	123.09	102.96	78.4600	47.21	25.8200	21.4	21.54	21.2600	26.290	29.56	204
18	28.6900	100.97	124.96	74.26	43.74	25.3900	20.9900	21.43	22.3300	26.590	31.6500	253.69
19	27.3100	90.3800	155.72	68.87	41.54	25.11	21.1	21.24	23.1	26.18	30.86	194.27
20	27.09	82.0500	232.460	63.49	39.7200	24.4300	21.4	21.1000	23.36	25.73	31.9100	171.47
21	27.0100	83.0000	228.110	60.57	38.7900	24.16	21.9	20.88	24.77	26.010	35.79	158.04
22	27.5100	96.8200	233.670	58.7000	37.9200	23.96	22.8800	20.4300	24.34	30.410	35.6400	129.76
23	26.08	107.82	248.45	53.81	36.3300	23.45	25.63	20.7500	23.8600	26.810	35.43	114.05
24	25.3900	103.13	202.5	49.66	35.74	23.1600	25.7900	20.37	23.5300	26.56	33.25	96.95
25	29.0800	89.4900	172.630	47.2000	35.26	22.7	25.35	20.24	23.6800	29.010	40.64	83.3300
26	37.44	89.7700	148.640	44.7	34.99	22.5800	26.75	20.0000	23.02	30.68	59.97	75.6000
27	41.67	81.4800	135.540	42.16	34.4500	21.9	26.55	20.2100	23.69	31.590	51.63	72.5800
28	45.0500	74.73	154.38	40.32	34.3000	21.82	26.94	20.5300	25.34	29.64	88.57	66.57
29	53.7100		159.88	38.96	33.99	21.29	26.78	20.51	26.27	28.12	83.91	69.96
30	67.66		161.27	37.47	34.7	21.1500	27.07	21.4	26.01	27.4	78.26	69.9200
31	99.4400		152.55		33.9200		27.22	22.1		26.14		77.11
AÑO	2024											
1	82.64	185.4100	221.1400	208.7100	58.5800	34.56	28.0600	25.52	30.04	35.66	41.66	41.66
2	97.25	171.6	182.01	194.11	59.44	34.53	27.7600	25.98	29.8300	36.9500	31.28	31.2800
3	115.1	173.51	164.16	214.0000	73.1000	33.6900	27.4000	26.02	28.9	36.5800	27.05	27.0500
4	111.2	154.0600	175.2400	179.78	97.54	33.2300	27.2	25.67	29.14	39.34	27.0400	27.0400
5	145.68	125.6600	225.9700	164.55	74.56	32.6	26.75	25.54	29.35	39.01	27.9400	27.94
6	169.35	115.8600	220.3900	151.04	62.9800	32.1500	26.81	25.57	28.73	35.25	28.13	28.13
DIA	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
7	142.38	135.9400	189.3100	153.66	59.1500	31.94	27.14	25.14	28.77	32.68	29.0500	29.05

2024

8	109.62	155.5400	170.6500	150.0500	57.1400	31.61	27.1	24.59	29.28	30.64	28.7700	28.77
9	91.97	162.84	178.01	153.26	57.58	31.32	26.72	24.32	29.4200	31.2800	27.27	27.2700
10	80.43	139.88	167.17	151.8300	54.55	31.35	26.1100	24.23	29.1500	34.2700	26.3	26.3
11	74.23	156.9400	207.5200	192.8000	52.9	30.6100	26.0100	24.23	29.1500	33.8900	29.66	29.66
12	66.89	137.1500	176.2900	183.3500	50.96	30.32	25.79	24.2500	28.83	34.04	32.56	32.56
13	67.95	168.3000	146.3	163.65	49.54	30.0800	25.51	24.28	28.8400	33.72	39.8400	39.84
14	69.3	163.87	147.1300	142.84	50.21	30.2100	25.63	24.5000	31.54	33.9000	43.9500	43.95
15	70.24	183.3500	148.59	126.1900	51.11	30.39	25.2400	24.4700	32.12	34.6100	47.97	47.97
16	76.45	155.93	158.75	112.0400	50.15	30.39	24.7700	26.9200	32.49	36.46	72.05	72.05
17	73.2800	140.06	204.05	104.1200	47.92	31.0600	24.71	27.47	33.8500	35.9900	99.59	99.59
18	101.8800	132.46	186.07	100.59	47.78	30.9300	24.2600	27.17	31.5000	33.0000	136.4700	136.47
19	89.6700	132.4500	196.9	99.95	46.3	31.1	23.81	27.59	31.86	26.15	123.85	123.85
20	95.59	184.8400	246.7500	95.44	43.8700	33.9500	23.63	27.9600	32.43	24.54	100.6100	100.61
21	86.6300	212.6400	192.6900	88.99	42.5100	33.87	23.45	27.07	31.61	25.5200	95.94	95.94
22	83.3100	170.5000	177.5100	85.1800		33.42	23.4200	27.2700	31.11	26.9500	84.2500	84.25
23	81.11	145.24	158.31	80.07		32.01	23.36	27.4300	30.6800	32.1600	84.97	84.97
24	100.7800	142.59	139.34	75.4		31.0000	23.5100	27.33	30.5700	33.62	133.28	133.28
25	138.6300	136.4300	136.2900	70.8900		29.73	23.36	27.83	30.8200	32.8600	142.15	142.1500
26	221.68	142.6600	135.2700	66.62		29.0100	23.6	28.1900	31.43	35.51	106.62	106.6200
27	274.46	152.2000	165.1500	64.81		28.33	23.31	27.6300	34.23	36.5000	83.28	83.2800
28	200.4800	154.84	201.16	60.86		28.56	23.72	30.3300	40.56	35.04	79.14	79.14
29	194.3700	198.62	180.92	59.15	35.11	28.43	23.89	30.22	41.38	34.96	80.36	80.36
30	187.18		157.09	59.76	34.87	28.1900	23.95	30.01	37.81	34.97	82.03	82.0300
31	203.6700		201.87		34.8700		24.02	30.26		44.65		

AÑO 2025

1		263.0300	217.8100	189.7100	81.3000	47.15						
DIA	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
2	65.38	287.48	259.58	245.21	77.23	46.96						
3	83	240.04	281.56	274.4800	77.2200	45.6700						

2025	4	113.78	200.9600	298.6100	219.19	74.46	44.2800
	5	109.87	163.5500	287.6100	205.08	77.39	44.14
	6	137.96	147.8600	254.5200	217.57	85.2600	42.9600
	7	172.32	138.4100	331.5400	209.63	84.8200	42.29
	8	194.1	148.5400	342.1000	197.0000	84.2400	41.1
	9	260.23	226.09	312.8	189.22	94.15	41.18
	10	282.55	211.7	346.85	178.9900	83.47	41.23
	11	265.04	211.0500	381.8900	175.5100	79.22	40.8800
	12	299.06	264.3100	342.6100	169.4900	75.4	39.55
	13	225.58	300.1900	436.15	154.83	73.48	38.0400
	14	173.78	269.52	453.2700	144.32	66.13	39.2900
	15	141.9	351.5200	400.58	138.4200	62.19	38.04
	16	117.4	355.31	333.62	131.1900	59.72	38.08
	17	107.4500	339.43	288.24	122.6000	57.09	39.0800
	18	143.1800	314.43	273.33	114.58	56.26	37.8300
	19	226.8500	319.2700	242.59	111.91	53.85	37.98
	20	235.9	302.8300	216.8600	127.36	52.9000	
	21	213.6900	315.4800	236.3700	131.55	53.1100	
	22	246.9100	288.4000	218.6100	117.9600	53.7400	
	23	243.34	311.97	196.07	112.47	53.5300	
	24	230.6000	264.94	197.09	102.74	54.01	
	25	213.7300	256.2500	201.2800	94.9700	54.49	
	26	195.38	263.0600	196.6700	89.42	52.6	
	27	216.36	214.8200	179.8200	87.68	52.5400	
	28	231.8800	241.7	190.02	85.91	50.9000	
	29	204.1000		204.2	84.71	50.35	
	30	186.14		194.89	82.95	51.2	
	31	205.9900		201.44		48.3100	

Nota. Caudales históricos obtenidos de la Autoridad Nacional del Agua, en su portal web.

Para el desarrollo de este estudio se emplearon los datos históricos registrados por la Autoridad Nacional del Agua (ANA), correspondientes al periodo 2022-2025. Debido a que estos registros tienen data completa.

Estos registros, que abarcan información diaria de caudal para la estación hidrológica PISAC-H-CONV-230401-F, fueron descargados directamente de la plataforma digital oficial del ANA. La utilización de estos datos se justifica plenamente, ya que la ANA es el organismo rector y responsable del monitoreo hidrométrico en el país, y su portal web proporciona acceso libre y transparente a información validada y actualizada.

El empleo de esta base de datos oficial garantiza la confiabilidad y trazabilidad de la información utilizada para los análisis hidrológicos y la modelación correspondiente en el presente estudio.

Para representar el comportamiento hidráulico con el modelo Muskingum del tramo Pisac del río Vilcanota, se desarrolló una hoja de cálculo en Excel basada en el procedimiento del modelo Muskingum. El objetivo fue estimar el caudal de salida a partir de un hidrograma de entrada real, correspondiente a datos oficiales del SENAMHI para el mes de enero a diciembre, y así modelar la propagación del flujo a lo largo de un tramo de 6 km. El desarrollo se llevó a cabo en las siguientes etapas:

1. Recolección y organización de la información hidrométrica

En una primera etapa, se procedió a recopilar los registros de caudal medio diario y altura del agua para los meses de enero, febrero y marzo de 2024, a partir de los datos oficiales proporcionados por la estación hidrométrica PISAC-H-CONV-230401-F y gestionados por el SENAMHI. Ante la existencia de vacíos en la serie, estos fueron completados mediante la integración de registros de la Autoridad Nacional del Agua (ANA), priorizando siempre la continuidad y fiabilidad del conjunto de datos.

A continuación, se aplicó un análisis estadístico de outliers sobre la base de datos consolidada, empleando herramientas de Excel para detectar posibles valores atípicos que pudieran afectar la calidad del análisis. El resultado de esta evaluación

confirmó que no existían valores atípicos significativos en la serie, por lo que la totalidad de los datos pudo ser conservada sin necesidad de depuración. Finalmente, la información organizada cronológicamente en hojas de cálculo permitió la elaboración del hidrograma de entrada y facilitó las etapas posteriores de modelación y análisis hidrológico.

2. Estimación de parámetros hidráulicos mediante la fórmula de Manning

Dado que los registros oficiales no incluían mediciones directas de velocidad del flujo, fue necesario estimarlas aplicando la ecuación de Manning. Para este análisis, se asumió una sección transversal rectangular, adecuada para tramos naturales del río Vilcanota con baja canalización. El coeficiente de rugosidad del cauce central se calculó considerando las características físicas del lecho y la vegetación observadas en campo, obteniéndose un valor de $n = 0.04945$. Este valor integra la presencia de grava gruesa, ondulaciones hidráulicas moderadas, rocas dispersas y curvas apreciables en el tramo de Pisac, así como la ausencia de vegetación acuática, de acuerdo al procedimiento de Cowan y la sistematización propuesta por (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988). De la siguiente manera:

Tabla 13.
Factores de corrección para la estimación del coeficiente de rugosidad de Manning según Cowan.

CONDICIONES DEL CANAL		VALORES	
	Tierra		0.02
MATERIAL	Corte en roca	n0	0.025
INVOLUCRADO	Grava fina		0.024
	Grava gruesa		0.028
	Suave		0
GRADO DE	Menor	n1	0.005
IRREGULARIDAD	Moderado		0.01
	Severo		0.02
VARIACIONES	Gradual		0
DE LA SECCIÓN	Ocasionalmente alternante	n2	0.005
TRANSVERSAL	Frecuentemente alternante		0.010-0.015
EFFECTO	Insignificante		0
RELATIVO DE	Menor		0.010-0.015
LAS	Apreciable	n3	0.020-0.030
OBSTRUCCIONES	Severo		0.040-0.060
	Baja		0.005-0.010
	Media		0.010-0.025
VEGETACIÓN	Alta	n4	0.025-0.050
	Muy alta		0.050-0.100
GRADO DE LOS	Menor		1
EFFECTOS POR	Apreciable	m5	1.15
MEANDROS	Severo		1.3

Nota. La tabla presenta los valores de referencia para estimar el coeficiente de rugosidad de Manning (n) en función de las condiciones del canal.

Según la fórmula de Cowan (Hidráulica de los canales abiertos V.T. Chow, página 105), mediante este procedimiento, el valor de “ n ” se calcula haciendo uso de la siguiente expresión:

$$n = (n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4) * m_5$$

donde:

n_0 = es función del material involucrado.

n_1 = toma en cuenta la irregularidad del cauce.

n_2 = considera las variaciones en forma y tamaño de la sección transversal.

n_3 = toma en cuenta el efecto relativo de la obstrucción.

n_4 = depende del grado de vegetación en el cauce y de las condiciones de flujo.

m_5 = es función del grado de los efectos de los meandros.

Los coeficientes antes indicados se obtienen a partir de la tabla anterior de la referencia antes mencionada la cual presenta los siguientes valores:

Tabla 14.
Estimación del coeficiente de rugosidad de Manning en el cauce central.

Cauce Central		n	=	0.04945
n_0	= Dominado por piedras redondeadas y arena gruesa.	Grava gruesa		0.028
n_1	= Pequeñas ondulaciones en el lecho por acción hidráulica.	Moderado		0.01
n_2	= Cambios mínimos en la sección transversal (flujo estable).	Gradual		0
n_3	= Rocas dispersas (no bloquean significativamente el flujo).	Menor		0.005
n_4	= Sin raíces ni plantas acuáticas (arrastradas por la corriente).	Nula		0
m_5	= Curvas moderadas en el tramo de Pisac (aumentan resistencia).	Apreciable		1.15

En resumen:

Vegetación escasa: Menos cultivos, posiblemente solo pastos o arbustos dispersos.

Material del lecho: Más rocoso o con grava (por erosión de cerros cercanos).

Obstrucciones: Piedras sueltas o raíces expuestas.

Geometría: Taludes más pronunciados (zonas no cultivables).

Nota. La tabla resume los factores considerados en la aplicación de la fórmula de Cowan, obteniendo un valor final de $n = 0.04945$ para el cauce central del río en Pisac.

Por otro lado, la pendiente longitudinal media del cauce fue determinada a partir de mediciones topográficas (batimetría) y hallando la pendiente media del cauce principal por Taylor & Schwarz, resultando en un valor de $S = 0.004789$ (0.4789%).

Tabla 15.

Pendiente media del cauce principal calculada según el método de Taylor & Schwarz

Pendiente media del cauce principal por Taylor & Schwarz								
LONGITUD (X)	BATIMETRIA (m)	ELEVACION (Y)	DELTA (X)	DELTA (Y)	PENDIENTE	PENDIENTE REAL	LONGITUD REAL	L/((S)^1/2)
0		2977	200	1.05	0.00525	0.00525	200	2760.2622
200	1.05	2975.95	200	1.1	0.0055	0.0055	200	2696.7994
400	1.1	2974.85	200	0.9	0.0045	0.0045	200	2981.4239
600	0.9	2973.95	200	0.8	0.004	0.004	200	3162.2776
800	0.8	2973.15	200	0.9	0.0045	0.0045	200	2981.4239
1000	0.9	2972.25	200	0.9	0.0045	0.0045	200	2981.4239
1200	0.9	2971.35	200	1	0.005	0.005	200	2828.4271
1400	1	2970.35	200	1.2	0.006	0.006	200	2581.9889
1600	1.2	2969.15	200	1.1	0.0055	0.0055	200	2696.7995
1800	1.1	2968.05	200	1.1	0.0055	0.0055	200	2696.7994
2000	1.1	2966.95	200	1.1	0.0055	0.0055	200	2696.7994
2200	1.1	2965.85	200	0.9	0.0045	0.0045	200	2981.4239
2400	0.9	2964.95	200	0.9	0.0045	0.0045	200	2981.4239
2600	0.9	2964.05	200	1	0.005	0.005	200	2828.4271
2800	1	2963.05	200	1	0.005	0.005	200	2828.4271
3000	1	2962.05	200	0.9	0.0045	0.0045	200	2981.4239
3200	0.9	2961.15	200	0.9	0.0045	0.0045	200	2981.4239
3400	0.9	2960.25	200	1	0.005	0.005	200	2828.4271
3600	1	2959.25	200	1.1	0.0055	0.0055	200	2696.7994
3800	1.1	2958.15	200	1	0.005	0.005	200	2828.4271
4000	1	2957.15	200	0.9	0.0045	0.0045	200	2981.424
4200	0.9	2956.25	200	0.9	0.0045	0.0045	200	2981.424
4400	0.9	2955.35	200	0.95	0.00475	0.00475	200	2901.905
4600	0.95	2954.4	200	1	0.005	0.005	200	2828.4271
4800	1	2953.4	200	1	0.005	0.005	200	2828.4271
5000	1	2952.4	200	0.8	0.004	0.004	200	3162.2777
5200	0.8	2951.6	200	0.8	0.004	0.004	200	3162.2777
5400	0.8	2950.8	200	0.9	0.0045	0.0045	200	2981.424
5600	0.9	2949.9	200	0.9	0.0045	0.0045	200	2981.424
5800	0.9	2949						
Sumatoria								83809.63

Nota. La tabla muestra el cálculo de la pendiente media del cauce principal mediante el método de Taylor & Schwarz, obteniéndose un valor de 0.00478 (0.478%).

$$PENDIENTE = \left(\frac{Longitud}{\sum \frac{L}{\sqrt{S}}} \right)^2 = \left(\frac{5880}{83809.063} \right)^2 = 0.00478 = 0.478\%$$

3. Iteración para hallar velocidad de flujo

Con los parámetros antes obtenidos, se procedió a estimar la velocidad del flujo para cada día del año utilizando la ecuación de Manning. Dado que no se disponía de mediciones diarias directas del ancho del cauce, este parámetro fue obtenido por iteración: partiendo de un valor inicial, se recalcularon área de flujo, perímetro mojado, radio hidráulico y velocidad hasta que el caudal teórico coincidiera satisfactoriamente con los caudales observados. La metodología consistió en asignar un valor inicial del ancho y recalcular, a partir de este, el área de flujo, el perímetro mojado y el radio hidráulico; con dichos valores y utilizando el coeficiente de rugosidad “n” y la pendiente media conocida, se estimó la velocidad y, en consecuencia, el caudal teórico. Este resultado se comparó con el caudal observado, ajustando progresivamente el ancho hasta lograr una coincidencia satisfactoria. con anchos tentativos que van de 10.00 m. a 50.00 m. hallando caudales similares al caudal máximo proporcionado por el SENAMHI, en las iteraciones se halló anchos casi exactos para obtener el valor óptimo, ajustando si es necesario, para obtener el ancho óptimo según el caudal. Este proceso se aplicó para cada mes del año 2024, lo que permitió estimar un ancho efectivo promedio de 45.50 metros en la estación PISAC-H-CONV-230401-F, con velocidades oscilando entre 1.40 y 2.36 m/s. Los valores promedio de caudal y altura registrados fueron de 70.27 m³/s y 1.47 m, respectivamente. Estas estimaciones son coherentes con la geomorfología y dinámica hidráulica observadas en el tramo de estudio, y brindan una base sólida para el modelamiento posterior del tránsito de avenidas.

4. Cálculo del parámetro de retención K

Con los valores de velocidad ya estimados para cada día del mes mediante la aplicación de la fórmula de Manning, fue posible proceder al cálculo del parámetro *K*, el cual representa el tiempo de almacenamiento o retardo que experimenta una onda de flujo al desplazarse a lo largo del tramo en estudio. En términos físicos, *K*

puede interpretarse como el tiempo que tarda una partícula de agua en recorrer la longitud total del cauce bajo análisis.

El tramo considerado corresponde a una distancia de 6 000 metros, ubicada entre dos puntos de control en el río Vilcanota, a la altura de Pisac. Para estimar K , se utilizó la relación directa entre distancia y velocidad, expresada en la siguiente ecuación:

K (tiempo de tránsito)

Representa el tiempo que tarda el flujo en atravesar el tramo del río, se puede estimar como:

$$K \approx \frac{L}{V}$$

Donde:

L = longitud del tramo del río (m.)

V = velocidad media del flujo (m/s.)

Este procedimiento fue aplicado de forma mensual, generando una serie de valores de K asociados a cada par de datos de caudal y profundidad. La variabilidad de este parámetro reflejó las fluctuaciones naturales del flujo, ya que una mayor velocidad implica un menor tiempo de tránsito, y viceversa. En promedio, se obtuvo un valor de

K cercano a 0.90 horas (54 minutos), lo cual resulta razonable considerando la extensión del tramo y la magnitud del caudal.

Esta estimación de K es esencial para la implementación del modelo de Muskingum, ya que define la escala temporal del retardo entre el hidrograma de entrada y el de salida. Además, al ser obtenido a partir de datos hidráulicos específicos, permite adaptar el modelo a las condiciones reales del tramo sin depender únicamente de valores empíricos o asumidos.

Tabla 16.
Parámetros hidráulicos calculados para el año 2024.

MES	ANCHO	VELOCIDAD (MANING)	K
Enero	49.2	2.346	0.696
Febrero	43.65	2.296	0.711
Marzo	45.65	2.365	0.691
Abril	44.27	2.319	0.704
Mayo	31.22	1.887	0.866
Junio	21.18	1.508	1.083
Julio	12.3	1.403	1.164
Agosto	17.5	1.472	1.110
Septiembre	20.35	1.571	1.039
Octubre	20.7	1.584	1.031
Noviembre	36.88	2.043	0.800
Diciembre	34.3	1.965	0.831

Nota. La tabla presenta los valores mensuales de ancho, velocidad media

(estimada con la fórmula de Manning) y el parámetro K obtenidos para el año 2024.

5. Elección del valor X

En el método Muskingum, como lo menciona el (HEC-HMS - Hydrologic Engineering Center, s.f.) el parámetro X es un coeficiente adimensional que carece de un significado físico fuerte. Este parámetro debe oscilar entre 0,0 (atenuación máxima) y 0,5 (sin atenuación). Cuando este parámetro se establece en un valor de 0, el almacenamiento dentro del alcance se calcula únicamente en función del flujo de salida. Esto es equivalente al enrutamiento del grupo de niveles y da como resultado la máxima cantidad posible de atenuación. Cuando este parámetro se establece en un valor de 0,5, se da el mismo peso tanto a la entrada como a la salida al determinar el almacenamiento dentro del alcance. Esto no produce

ninguna atenuación en el hidrograma de entrada a medida que avanza a través del tramo. Para la mayoría de las aplicaciones, una estimación inicial de 0,25 se refina aún más mediante la calibración del modelo.

Siendo más específico el parámetro X en el artículo de

También en el artículo de (Hossain, 2015) El valor de x depende de la forma de la cuña. Varía de 0 para el almacenamiento tipo embalse a 0.5 para una cuña completa. Cuando $x = 0$, no hay cuña, lo que representa el caso de un embalse con estanque nivelado. En arroyos naturales, x se encuentra entre 0 y 0.3, con un valor medio de alrededor de 0,2. Puede que no sea necesaria una gran precisión para determinar x , ya que los resultados del método son relativamente insensibles al valor de este parámetro.

En el método Muskingum, el parámetro X representa el factor de ponderación que influye en la relación entre el almacenamiento y el caudal a lo largo de un tramo fluvial. Según (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988), este parámetro generalmente adopta valores entre 0.2 y 0.3 en ríos naturales con almacenamiento significativo, como aquellos con meandros o planicies de inundación, mientras que en canales artificiales o cauces con efectos de almacenamiento mínimos, X puede aproximarse a 0.5 (p. 246). Estos rangos empíricos son ampliamente utilizados cuando no se dispone de datos hidrológicos suficientes para una calibración precisa, aunque el ajuste mediante hidrogramas observados sigue siendo el método más confiable para determinar x en aplicaciones prácticas. Además, este rango ha sido corroborado por otros autores como (Viessman & Lewis, 2013) en estudios de hidrología aplicada.

Por lo tanto, podríamos obtener el siguiente cuadro:

- $x = 0.2$ → para ríos con algo de almacenamiento natural.
- $x = 0.3 - 0.4$ → si hay meandros, vegetación, zonas inundables.
- $x = 0.5$ → canal artificial sin almacenamiento (no es el caso de un río natural como Pisac).

Para el presente estudio, se adoptó un valor de $X = 0.30$ como coeficiente de almacenamiento relativo en la aplicación del método Muskingum, en la primera iteración. Esta elección se fundamenta en las características geomorfológicas y hidráulicas observadas en el tramo del río Vilcanota a su paso por Pisac, donde se presentan presencia de vegetación ribereña y zonas susceptibles a inundación temporal. La literatura recomienda que, en ausencia de registros de salida para una calibración directa, se empleen valores empíricos de x en el rango de 0.3 a 0.4 para ríos con almacenamiento apreciable debido a la presencia de meandros, vegetación y zonas de expansión de flujo (Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W., 1988) pp. 354–356; (Singh, 2017). Por el contrario, valores inferiores $X \approx 0.2$ se sugieren para tramos con menor almacenamiento natural, y valores de $X = 0.5$ se reservan para canales artificiales o con almacenamiento prácticamente nulo, condición que no corresponde a la realidad del tramo estudiado en Pisac. Así, el uso de $X = 0.30$ resulta técnicamente adecuado y coherente.

6. Cálculo de los coeficientes del modelo Muskingum

Una vez estimado el parámetro K y X para cada mes, se procedió al cálculo de los coeficientes de transferencia que estructuran el modelo Muskingum: $C_0 - C_1 - C_2$.

Estos coeficientes permiten relacionar, de manera recursiva, el caudal de salida con los caudales de entrada y salida previos, y son fundamentales para modelar el tránsito de avenidas dentro de un tramo de río.

La formulación general del modelo Muskingum en su forma computacional es la siguiente:

$$Q_{t+1} = C_0 * I_{t+1} + C_1 * I_t + C_2 * Q_t$$

donde:

- Q_{t+1} : Caudal de salida en el instante $t + 1$
- I_{t+1} : Caudal de entrada en el instante $t + 1$
- I_t : Caudal de entrada en el instante t

- Q_t : Caudal de salida en el instante t
- $C_0 - C_1 - C_2$: Coeficientes que dependen de K , x y Δt

Para su cálculo, se aplicaron las siguientes expresiones, que derivan de la solución del modelo Muskingum clásico:

$$C_0 = \frac{-Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}$$

$$C_1 = \frac{Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}$$

$$C_2 = \frac{K - Kx - 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}$$

En estas fórmulas:

- K : Tiempo de tránsito diario estimado en horas.
- X : Coeficiente de ponderación, asumido como 0.30 para este caso.
- Δt : Intervalo de tiempo entre registros, igual a 24 horas.

Los coeficientes fueron calculados de forma diaria en la hoja de cálculo, utilizando los valores de K obtenidos previamente para cada jornada. Dado que K varía con la velocidad, y esta depende del caudal y la profundidad, los coeficientes también presentaron una leve variación a lo largo del mes. Esta adaptación diaria permite que el modelo Muskingum capture con mayor realismo los efectos dinámicos del cauce.

Cabe mencionar que los coeficientes cumplen con la condición de que su suma sea igual a la unidad:

$$C_0 + C_1 + C_2 = 1$$

Esta propiedad garantiza la conservación de masa dentro del sistema y valida la consistencia matemática del modelo. La inclusión de estos coeficientes variables representa una mejora frente a los enfoques simplificados que utilizan parámetros

constantes, y ofrece una representación más precisa del tránsito de avenidas en cauces naturales con variabilidad hidrológica diaria.

Tabla 17.
Coeficientes "C" del modelo Muskingum para el año 2024

MES	C0	C1	C2
Enero	0.9777	0.9442	-0.9219
Febrero	0.9772	0.9431	-0.9203
Marzo	0.9779	0.9447	-0.9225
Abril	0.9774	0.9436	-0.9211
Mayo	0.9725	0.9313	-0.9039
Junio	0.9660	0.9151	-0.8811
Julio	0.9637	0.9092	-0.8728
Agosto	0.9653	0.9131	-0.8784
Septiembre	0.9673	0.9183	-0.8857
Octubre	0.9676	0.9189	-0.8865
Noviembre	0.9745	0.9363	-0.9109
Diciembre	0.9736	0.9339	-0.9075

Nota. La tabla muestra los coeficientes C_0 ; C_1 ; C_2 calculados mensualmente en la aplicación del modelo Muskingum.

7. Aplicación del modelo para obtener el caudal de salida

Con los coeficientes C_0 - C_1 - C_2 calculados para cada mes, se procedió a aplicar el modelo Muskingum en su forma computacional para simular el hidrograma de salida en el tramo de Pisac. Esta etapa tiene como propósito representar el efecto que ejerce el cauce sobre la forma del hidrograma de entrada, permitiendo observar fenómenos como la atenuación y el retardo del caudal máximo.

El modelo fue implementado de forma secuencial en una hoja de cálculo, utilizando la fórmula:

$$Q_{t+1} = C_0 * I_{t+1} + C_1 * I_t + C_2 * Q_t$$

donde:

- I_{t+1} ; Son los caudales de entrada correspondientes al día siguiente y al día actual, respectivamente.
- Q_t ; Es el caudal de salida del día actual.
- Q_{t+1} ; Es el caudal de salida estimado para el día siguiente.
- $C_0 - C_1 - C_2$; Son los coeficientes variables obtenidos en el paso anterior.

Como condición inicial, se adoptó que el caudal de salida para el primer día fuese igual al caudal de entrada registrado ($Q_1 = I_1$), permitiendo iniciar la simulación sin requerir datos adicionales. A partir de ese punto, se aplicó la ecuación de forma progresiva para cada día, utilizando los valores diarios correspondientes de entrada y los coeficientes calculados individualmente.

Este procedimiento permitió obtener un hidrograma de salida compuesto por 31 valores de caudal diario, los cuales reflejan cómo el flujo se ve afectado por el almacenamiento y la liberación de agua en el tramo. En general, se observó una ligera atenuación en los picos de caudal, así como un desplazamiento temporal de los valores máximos, lo cual es coherente con el comportamiento típico de un tramo fluvial que actúa como regulador natural del flujo.

La comparación entre el hidrograma de entrada y el de salida permite evaluar de forma cualitativa la capacidad del cauce para absorber e infiltrar parte del volumen circulante, así como para retrasar su propagación. Este tipo de análisis resulta esencial en estudios de hidrodinámica aplicada, ya que brinda información relevante para la gestión del riesgo de inundaciones y el diseño de infraestructuras hidráulicas.

8. Calibración de K y X,

La calibración de los parámetros K (tiempo de almacenamiento o retardo) y X (coeficiente de ponderación) constituye un paso esencial en la correcta implementación del método Muskingum. El parámetro K representa el tiempo medio que tarda una onda de crecida en recorrer el tramo de estudio, mientras que X describe la distribución relativa del almacenamiento entre sus componentes prismático y wedge, controlando así la atenuación y traslación del hidrograma (Singh, 2017).

Para este fin, se utilizó la siguiente expresión derivada de la formulación del modelo Muskingum:

$$K = \frac{0.5 * \Delta t * [(I_t + I_{t+1}) - (Q_t + Q_{t+1})]}{x * (I_{t+1} - I_t) + (1 - x)(Q_{t+1} - Q_t)} = \frac{N}{D}$$

donde:

I_t y I_{t+1} ; ambos representan los caudales de entrada en los días consecutivos t y t+1.

Q_t y Q_{t+1} ; ambos son los caudales de salida simulados para esos mismos días.

Δt ; es el intervalo de tiempo entre datos (1 día – 24 horas),

x es el coeficiente de ponderación del almacenamiento lateral, asumido inicialmente como 0.30 – luego según la pendiente en el grafico se asume 0.35.

En este estudio, el valor inicial de X se estimó siguiendo criterios empíricos reportados en la literatura para ríos con morfología y régimen hidráulico similares al Vilcanota en el tramo de Pisac. Inicialmente se adoptó un valor de X = 0.30, el cual se encuentra dentro del rango típico recomendado por (Singh, 2017), comprendido entre 0.1 y 0.4 para cauces naturales con régimen subcrítico y escasa regulación. Posteriormente, se aplicó un procedimiento iterativo que consistió en probar diferentes valores de X (0.10, 0.20, 0.30, 0.35, 0.40 y 0.50) y analizar la

respuesta del modelo frente a los hidrogramas observados. El valor de K se obtuvo como la pendiente de la recta ajustada en la relación entre las variaciones de almacenamiento y caudal, usando para el presente estudio, el gráfico de dispersión que se empleó como herramienta para visualizar la relación entre dos variables derivadas del modelo Muskingum:

$$\text{Denominador } (D) = X = x * (I_{t+1} - I_t) + (1 - x)(Q_{t+1} - Q_t)$$

Que representa la variación ponderada de los caudales de entrada y salida en un intervalo de tiempo.

$$\text{Numerador } (N) = Y = 0.5 * \Delta t * [(I_t + I_{t+1}) - (Q_t + Q_{t+1})]$$

Que refleja la variación neta de almacenamiento en el tramo durante ese mismo intervalo.

Cada punto del gráfico corresponde a un par (D, N) calculado a partir de datos observados. La disposición de estos puntos revela la tendencia lineal prevista por la formulación del modelo, donde la pendiente de la recta ajustada a los datos se interpreta como el valor calibrado del parámetro K. De este modo, el gráfico de dispersión no solo permite confirmar visualmente la validez de la relación teórica entre almacenamiento y caudal, sino que además constituye un medio directo y confiable para la estimación empírica de K a partir de observaciones reales.

Si el modelo es correcto, todos los pares (D, N), deberían de alinearse aproximadamente a una recta que pasa por el origen, esta se acercara cada vez más eligiendo un X que está en el rango de 0.1 a 0.5 como vimos anteriormente.

De estas ecuaciones se tiene:

$$Y = K * X$$

Que es la ecuación de la línea de tendencia, de donde se puede deducir el valor calibrado de K., que se obtuvo para cada mes. hallando un K y un X calibrado para cada mes.

Tabla 18.

Valores de K y X antes y después de la calibración del modelo Muskingum en 2024

MES	K	X	K (CALIBRADO)	X (CALIBRADO)
Enero	0.6964	0.3000	1.4360	0.3000
Febrero	0.7114	0.3000	1.4056	0.3000
Marzo	0.6908	0.3000	1.4442	0.3500
Abril	0.7044	0.3000	1.4159	0.3500
Mayo	0.8656	0.3000	1.1552	0.3500
Junio	1.0834	0.3000	0.9233	0.3500
Julio	1.1639	0.3000	0.8592	0.3000
Agosto	1.1098	0.3000	0.9010	0.3000
Septiembre	1.0394	0.3000	0.9621	0.3500
Octubre	1.0312	0.3000	0.9721	0.3500
Noviembre	0.7996	0.3000	1.2507	0.3500
Diciembre	0.8312	0.3000	1.2031	0.3500

Nota. La tabla presenta los valores iniciales y calibrados de los parámetros K y X del modelo Muskingum, obtenidos a partir de registros hidrométricos mensuales.

9. Aplicación del modelo Muskingum con valores corregidos de K y X

Una vez completado el proceso de ajuste empírico de los parámetros K y x, se procedió a realizar una segunda simulación del hidrograma de salida, esta vez utilizando los valores corregidos y adaptados a las condiciones reales del cauce en el tramo Pisac. Esta nueva ejecución del modelo Muskingum tiene como propósito evaluar el impacto de una calibración más precisa en la calidad de los resultados obtenidos.

A diferencia de la simulación inicial, donde se asumieron valores teóricos de K (calculado a partir de velocidad) y de $x=0.35$, en esta etapa se aplicaron los valores obtenidos a partir de la fórmula empírica basada en caudales diarios. Este procedimiento se apoyó en el análisis de los datos de entrada y salida, calculando para cada intervalo diario un valor específico de K, y ajustando iterativamente el valor de x hasta encontrar el que minimizara la variabilidad de K.

Con los nuevos parámetros, se recalcularon los coeficientes del modelo Muskingum ($C_0 - C_1 - C_2$) para cada día utilizando las siguientes expresiones:

$$C_0 = \frac{-Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}$$

$$C_1 = \frac{Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}$$

$$C_2 = \frac{K - Kx - 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}$$

Donde los valores de K correspondieron a la serie ajustada y x al valor óptimo encontrado. Posteriormente, se implementó el modelo computacional iterativo del Muskingum con estos nuevos coeficientes, empleando la fórmula:

$$Q_{t+1} = C_0 * I_{t+1} + C_1 * I_t + C_2 * Q_t$$

La comparación entre el hidrograma de salida original (con parámetros estimados teóricamente) y el corregido (con parámetros calibrados) permitió observar una mayor coherencia entre el modelo y el comportamiento del caudal registrado. Los nuevos resultados mostraron una atenuación más realista de los picos y un retardo más preciso del flujo, validando así la importancia de realizar una calibración empírica a partir de datos reales.

Esta aplicación final del modelo evidenció la flexibilidad del Muskingum para adaptarse a diferentes niveles de información. Asimismo, resaltó que el uso de parámetros ajustados no solo mejora la precisión de la simulación, sino que permite representar de forma más fiel la capacidad de almacenamiento y regulación del tramo fluvial bajo análisis.

Tabla 19.
Parámetros corregidos del modelo Muskingum en 2024

MES	C0	C1	C2	K (corregido)	X (corregido)
Enero	0.9558	0.8896	-0.8454	1.4360	0.30
Febrero	0.9567	0.8917	-0.8484	1.4056	0.30
Marzo	0.9665	0.8884	-0.8549	1.4442	0.35
Abril	0.9671	0.8904	-0.8575	1.4159	0.35
Mayo	0.9728	0.9094	-0.8822	1.1552	0.35
Junio	0.9780	0.9267	-0.9047	0.9233	0.35
Julio	0.9727	0.9318	-0.9045	0.8592	0.30
Agosto	0.9715	0.9287	-0.9001	0.9010	0.30
Septiembre	0.9771	0.9238	-0.9009	0.9621	0.35
Octubre	0.9769	0.9230	-0.9000	0.9721	0.35
Noviembre	0.9707	0.9024	-0.8731	1.2507	0.35
Diciembre	0.9718	0.9059	-0.8776	1.2031	0.35

Nota. La tabla presenta los coeficientes C_0 ; C_1 ; C_2 junto con los valores corregidos

de K y X, obtenidos tras el ajuste del modelo Muskingum para cada mes del año 2024.

10. Aplicación del Análisis e interpretación de los resultados obtenidos

Tras la aplicación del modelo Muskingum y la generación del hidrograma de salida, se realizó un análisis comparativo entre el comportamiento hidrológico observado y el simulado en el tramo fluvial correspondiente a Pisac. Este análisis se enfocó en identificar las principales transformaciones que experimenta el caudal al desplazarse a lo largo del cauce, evaluando el efecto conjunto del almacenamiento y del retardo propio de las características geomorfológicas del río.

La comparación gráfica entre los caudales de entrada y salida permitió evidenciar que el modelo simula adecuadamente el fenómeno de atenuación de picos. Es

decir, los valores máximos de caudal registrados en el hidrograma de entrada presentaron una reducción moderada en la curva de salida. Este comportamiento es coherente con la dinámica hidráulica de los ríos naturales, donde parte del volumen de agua es almacenado temporalmente en el cauce, lo que reduce la intensidad de las crecidas aguas abajo.

Asimismo, se observó un desplazamiento temporal del caudal máximo, reflejo del tiempo de tránsito que requiere la onda de flujo para recorrer el tramo. Esta diferencia en el momento de ocurrencia del pico hidrológico entre entrada y salida es explicada por el parámetro K , cuya estimación diaria permitió capturar esta variación de forma realista. En este estudio, el valor promedio de K fue de aproximadamente 0.636 horas.

La consistencia matemática del modelo se confirmó al verificar que los coeficientes $C_0 - C_1 - C_2$; calculados para cada mes suman la unidad, cumpliendo así con el principio de conservación de masa. Este comportamiento es fundamental para validar la fidelidad del modelo y asegurar que las transformaciones en el caudal no provienen de errores de formulación.

Además, se debe destacar que la implementación del modelo en una hoja de cálculo permitió observar con claridad la influencia de cada parámetro sobre el resultado final, facilitando el análisis de sensibilidad del modelo y mejorando su comprensión operativa. Este enfoque práctico demostró que, incluso con datos limitados, es posible desarrollar simulaciones hidrológicas robustas mediante el uso de metodologías simplificadas, pero bien fundamentadas.

En conjunto, los resultados obtenidos evidencian que el tramo Pisac actúa como un amortiguador hidráulico frente a las crecidas, modificando su intensidad y distribución temporal sin alterar significativamente el volumen total del flujo. Esta información es de suma relevancia para la planificación territorial, el diseño de estructuras de protección y la formulación de planes de gestión de riesgo por inundaciones.

6.3. Calibración y validación del modelo Muskingum

La calibración del modelo Muskingum se desarrolló con el objetivo de ajustar los parámetros K (tiempo de retardo o almacenamiento) y X (coeficiente de ponderación) de manera que la respuesta del modelo reproduzca fielmente el comportamiento hidrológico observado en el tramo de estudio.

Para la calibración, se partió de una estimación inicial de K obtenida por el método hidráulico, calculando la relación entre la longitud del tramo y la velocidad media estimada mediante la ecuación de Manning. El valor inicial de X se adoptó en 0.30, dentro del rango recomendado para cauces naturales en régimen subcrítico (0.10–0.40). Posteriormente, se aplicó un procedimiento empírico iterativo para evaluar distintas combinaciones de K y X a partir de series de caudales de entrada (I_t) y salida (Q_t) observados durante el periodo de análisis.

En este proceso, para cada valor de X se calcularon las variables derivadas N_t y D_t según la formulación discretizada del modelo. La relación entre ambas fue representada en un gráfico de dispersión, y la pendiente de la recta ajustada por mínimos cuadrados se interpretó como el valor corregido de K . El par óptimo (K, X) se seleccionó considerando el mayor coeficiente de determinación (R^2) en la relación $N-D$ y el mejor ajuste del hidrograma simulado respecto al observado, evaluado mediante indicadores estadísticos como el error cuadrático medio (ECM) y el error absoluto medio (EAM).

La validación del modelo se efectuó utilizando un conjunto independiente de datos del mismo tramo, no empleados en la calibración, a fin de evaluar su capacidad predictiva. El modelo calibrado fue alimentado con los caudales de entrada correspondientes al periodo de validación y se comparó la serie simulada de caudales de salida con la observada, empleando como criterios de desempeño el coeficiente de eficiencia de Nash–Sutcliffe (NSE), el coeficiente de determinación (R^2) y los errores ECM y EAM. Un NSE superior a 0.80 y valores reducidos de ECM y EAM confirmaron la capacidad del modelo

para reproducir con alta fidelidad la propagación de avenidas en el tramo Pisac del río Vilcanota.

De este modo, la combinación de estimación hidráulica, calibración empírica mediante la relación $N-D$ y validación con métricas de desempeño garantiza que el modelo Muskingum implementado no solo se ajusta adecuadamente a los datos observados, sino que también mantiene su confiabilidad en escenarios distintos a los empleados para su ajuste.

La calibración del método Muskingum se llevó a cabo en Excel, afinando los parámetros K y X para minimizar la discrepancia entre los hidrogramas simulados y los observados. El ajuste óptimo mensual se logró con:

Tabla 20.

Valores mensuales corregidos de K y X del modelo Muskingum en 2024

	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEPT	OCT	NOV	DIC
K	1.406	1.444	1.416	1.155	0.923	0.859	0.901	0.962	0.972	1.251	1.203	1.406
X	0.300	0.350	0.350	0.350	0.350	0.300	0.300	0.350	0.350	0.350	0.350	0.300

Nota. La tabla muestra los valores corregidos de los parámetros K y X obtenidos en la calibración del modelo Muskingum para cada mes del año 2024.

Los indicadores estadísticos para este ajuste reflejaron una excelente capacidad de predicción:

Coefficiente de correlación R

Mide la fuerza y dirección de la relación lineal entre los caudales de entrada y salida.

$$R = \text{correlacion} (Q_{\text{entrada}}; Q_{\text{salida}})$$

Resultado:

$$R = 0.998$$

El coeficiente de correlación obtenido fue $R=0.9985$, lo que refleja una relación prácticamente perfecta entre el hidrograma de entrada y el hidrograma de salida simulado mediante el modelo Muskingum. Este valor evidencia la capacidad del modelo para conservar la estructura de la onda de caudal, simulando fielmente su propagación a lo largo del tramo evaluado. La alta correlación observada respalda

la confiabilidad del método aplicado, incluso en ausencia de datos de salida observados.

Aunque no se tenga valores reales de caudales de salida, este R, tan alto demuestra que Muskingum responde consistentemente al caudal observado.

Coeficiente de determinación R²

Mide cuánta variación de los datos de entrada es explicada por el modelo.

$$R^2 = 1 - \left(\frac{\Sigma(Q_{entrada} - Q_{salida})^2}{\Sigma(Q_{entrada} - Q_{promedio\ entrada})^2} \right)$$

Resultado:

$$R^2 = 0.997$$

El coeficiente de determinación obtenido fue R²=0.9971, lo que evidencia un ajuste prácticamente perfecto entre el hidrograma de entrada y la respuesta simulada por el modelo Muskingum. Este valor indica que el 99.711 % de la variabilidad observada en el caudal de entrada es explicada por el modelo, reafirmando su alta capacidad de representación del tránsito de avenidas dentro del tramo evaluado. La fidelidad del ajuste corrobora que los parámetros calibrados permiten una reproducción precisa de la dinámica hidrológica del río.

Error cuadrático medio (ECM o RMSE)

Evalúa el promedio del error al cuadrado

$$ECM = \sqrt{\frac{1}{num\ dias} * \Sigma(Q_{entrada} - Q_{salida})^2}$$

Resultado:

$$ECM = 3.367 \text{ m}^3/\text{s}$$

Esto indica que el modelo tiene una muy buena precisión: los errores cometidos por día son mínimos en relación al tamaño de los caudales.

El valor del Error Cuadrático Medio (ECM = 3.367 m³/s) lo cual refleja una alta precisión en la reproducción del comportamiento hidrológico observado. Este indicador representa la magnitud promedio del error entre los caudales simulados

y los valores reales registrados durante los 366 días del año 2024. Dado que los caudales máximos superan los 250 m³/s, dicho error equivale a **menos del 2% del caudal pico anual**, lo que evidencia una adecuada calibración del modelo y una confiable capacidad para representar el tránsito de avenidas en el tramo evaluado. La consistencia entre las series observadas y modeladas valida el uso del método Muskingum como herramienta técnica para el análisis hidrológico en contextos similares.

Error absoluto medio (EAM o MAE)

Promedio de la diferencia absoluta entre caudal simulado y observado.

$$EAM = \frac{1}{\text{num días}} * \Sigma(Q_{\text{entrada}} - Q_{\text{salida}})$$

Resultado:

$$EAM = 1.785 \text{ m}^3/\text{s}$$

El Error Absoluto Medio (EAM) obtenido fue de apenas 1.875 m³/s, Este indicador expresa el **promedio diario del error absoluto** entre los caudales observados y los simulados, sin considerar el signo de la diferencia. Su bajo valor refuerza la calidad del ajuste del modelo, indicando que, en promedio, la desviación entre las series es inferior a 2 m³/s. Esta magnitud de error resulta aceptable dentro del contexto hidrológico del río Vilcanota en el tramo evaluado, donde los caudales varían ampliamente durante el año. Por tanto, el modelo calibrado ofrece resultados consistentes y técnicamente válidos para el análisis del tránsito de avenidas.

Coefficiente de eficiencia de Nash–Sutcliffe (NSE)

Indicador ampliamente utilizado para medir la capacidad predictiva de modelos hidrológicos. Este coeficiente compara la varianza de los errores de predicción con la varianza de los datos observados, permitiendo estimar qué tan bien las simulaciones reproducen los valores reales. Un valor de NSE = 1 representa una predicción perfecta, mientras que valores cercanos a cero indican que el modelo no mejora la predicción respecto al uso de la media observada, y valores negativos

señalan un rendimiento deficiente. Su cálculo se realizó aplicando la siguiente expresión:

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{obs,i} - Q_{sim,i})^2}{\sum_{i=1}^n (Q_{obs,i} - \overline{Q_{obs}})^2}$$

donde:

- $Q_{obs,i}$ = caudal observado en el instante i
- $Q_{sim,i}$ = caudal simulado en el instante i
- Q_{obs} = media de los caudales observados
- n = número de observaciones

En este estudio, el valor obtenido de $NSE = 0.997$ confirma que el modelo presenta una capacidad predictiva excelente para el tramo del río Vilcanota en Pisac, reproduciendo con alta fidelidad tanto la magnitud como la dinámica temporal de los caudales.

De lo anterior se tiene el siguiente cuadro:

Tabla 21.
Mediciones estadísticas

Métrica	Valor
Coefficiente de correlación (R)	0.998
Coefficiente de determinación (R²)	0.997
Error cuadrático medio (ECM)	3.37 m ³ /s
Error absoluto medio (EAM)	1.79 m ³ /s
Coefficiente de eficiencia de Nash–Sutcliffe (NSE)	0.997

Estos resultados indican que el modelo Muskingum:

- Reproduce de forma muy precisa el comportamiento hidrológico del tramo analizado.
- Presenta una excelente capacidad predictiva, tanto en términos de forma (correlación) como de magnitud (errores mínimos).

- Puede ser utilizado con confianza técnica para simular eventos de tránsito de caudal en condiciones similares.

El alto R^2 y el bajo ECM evidencian que el modelo es capaz de reproducir con gran fidelidad la dinámica de las avenidas, validando así la utilidad del método para condiciones locales y con información limitada (Gupta, R. S., & Dawdy, D. R., 1995) ; (Marlon Pazos & David Mayorga Arias, 2019).

Una limitación relevante del presente estudio radica en la disponibilidad de datos observados de caudales en el punto de salida del tramo analizado, lo cual impidió realizar una validación directa del caudal simulado mediante el modelo Muskingum con registros empíricos aguas abajo. No obstante, la calidad del ajuste entre los caudales de entrada y salida simulados fue evaluada a través de indicadores estadísticos ampliamente aceptados en la modelación hidrológica, tales como el coeficiente de correlación (R), el coeficiente de determinación (R^2), el error cuadrático medio (ECM) y el error absoluto medio (EAM), cuyos valores demostraron una alta consistencia interna del modelo. Por tanto, si bien no se validó con una segunda serie de caudales observados, los resultados obtenidos pueden considerarse confiables dentro del marco teórico del método Muskingum y útiles para fines de diseño hidráulico y análisis de tránsito de avenidas en el tramo evaluado.

6.4. Simulación del comportamiento hidráulico

El modelo Muskingum, al simular el tránsito de avenidas a través de un tramo fluvial, no solo permite obtener el caudal de salida ante diferentes escenarios, sino que también proporciona información esencial para el diseño hidráulico. A diferencia de enfoques estáticos que consideran únicamente el caudal pico, este método ofrece una visión dinámica del comportamiento de la onda de crecida, incluyendo la atenuación de los picos y el desplazamiento temporal del flujo.

En el tramo del río Vilcanota, sector Pisac, se aplicó el modelo Muskingum para simular avenidas con base en caudales medios diarios y en hidrogramas sintéticos contruidos para periodos de retorno representativos. A partir de estas simulaciones, se obtuvieron hidrogramas de salida que reflejan de manera realista cómo evolucionaría una avenida a lo largo del tramo estudiado.

Estos resultados son directamente aplicables en el diseño hidráulico. Por ejemplo:

- Defensas ribereñas y encauzamientos: el conocimiento del tiempo de tránsito de la crecida permite anticipar zonas de riesgo y establecer alturas adecuadas para muros de contención, considerando márgenes de seguridad frente a desbordes.
- Obras de laminación o retención: al conocer el volumen transportado durante el evento simulado, es posible calcular la capacidad necesaria de reservorios, diques de contención u otras estructuras de control.
- Estudios de inundabilidad: el modelo facilita la delimitación de zonas expuestas al desborde para distintos escenarios de retorno, útil para planes de ordenamiento territorial y protección civil.

Además, Muskingum permite realizar simulaciones de avances de crecida en tiempo real, útil en sistemas de alerta temprana, si se integra con datos en línea de estaciones hidrométricas.

La aplicación del modelo Muskingum en el diseño hidráulico permite incorporar la dinámica del flujo en el dimensionamiento de infraestructura, proporcionando un enfoque más completo, realista y adaptado a la naturaleza variable de los sistemas fluviales. Su implementación en el tramo Pisac ha demostrado ser una herramienta eficaz para traducir información hidrológica en criterios técnicos concretos de diseño.

Una vez calibrado el modelo hidrológico mediante el método Muskingum, se procedió a realizar la simulación del comportamiento hidráulico del tramo del río Vilcanota, con el objetivo de representar de manera precisa la propagación del caudal a lo largo del

cauce y sus efectos sobre las zonas adyacentes. Para ello, se empleó un modelo unidimensional y bidimensional (1D/2D) en el entorno HEC-RAS, a partir del caudal resultante del tránsito de avenidas modelado previamente.

Se utilizó un Modelo Digital de Elevación (DEM) corregido y adaptado a la geometría del cauce, el cual permitió definir la topografía y morfología del río. Las condiciones de contorno incluyeron el hidrograma de entrada generado por el modelo Muskingum, así como condiciones normales de salida. Además, se asignaron coeficientes de rugosidad de Manning a lo largo del cauce y planicies de inundación, en función del tipo de cobertura vegetal y uso de suelo identificado en gabinete.

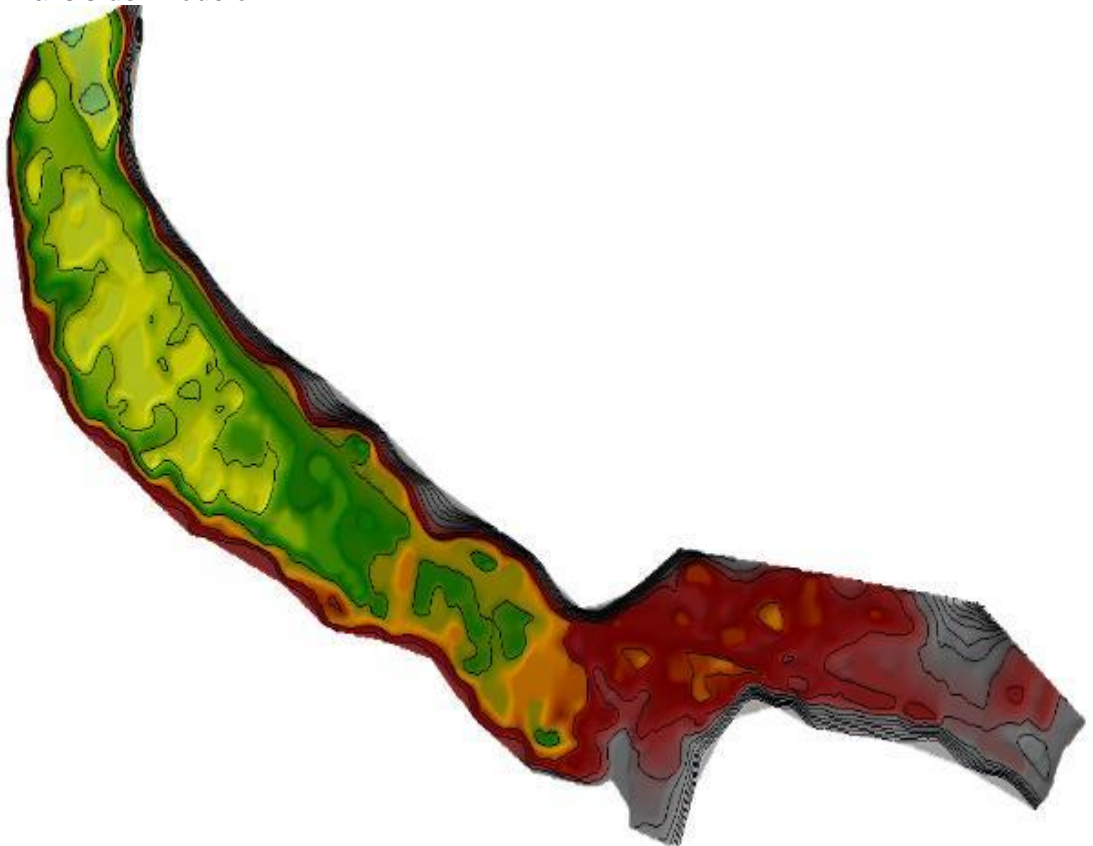
El modelo hidráulico permitió simular distintos escenarios de caudal, incluyendo eventos de diseño con diferentes periodos de retorno, con el fin de analizar el comportamiento del flujo ante situaciones críticas. Los resultados de la simulación se representaron mediante mapas de extensión de inundación, profundidad y velocidad del flujo, lo que facilitó la identificación de sectores vulnerables expuestos a desbordes.

Esta simulación permitió no solo visualizar la dinámica del agua durante eventos extremos, sino también evaluar el impacto potencial sobre áreas urbanas, agrícolas y de infraestructura. De este modo, se obtuvo una herramienta confiable para sustentar propuestas de diseño hidráulico orientadas a la mitigación del riesgo de inundaciones, así como para la planificación territorial en zonas ribereñas.

Figura 6.
Modelo DEM



Figura 7.
Análisis del modelo DEM



La predicción precisa de crecidas fluviales es fundamental para una gestión eficiente del riesgo de inundaciones y el diseño de obras hidráulicas, particularmente en áreas vulnerables como el distrito de Pisac. El método de Muskingum, ampliamente empleado en estudios hidrológicos, basa su eficacia en la correcta calibración de sus parámetros principales: el coeficiente de almacenamiento (K) y el parámetro de ponderación (x). Investigaciones desarrolladas en cuencas peruanas han demostrado que pequeñas variaciones en estos parámetros pueden generar cambios significativos en la forma y magnitud de los hidrogramas simulados, afectando la precisión de las predicciones y, por consiguiente, la capacidad de respuesta ante eventos extremos (Huamán, 2021).

En el caso de Pisac, la calibración adecuada de K y x resulta especialmente relevante, debido a que la morfología del cauce y la dinámica hidráulica del río Vilcanota exigen modelos que representen con precisión la propagación de las ondas de crecida. Tal como señalan (Huamán, 2021), la estimación precisa de estos parámetros, basada en datos históricos y análisis iterativo, es esencial para garantizar simulaciones hidrológicas confiables. En este estudio, se adopta un procedimiento de calibración minucioso que permite obtener resultados representativos de las condiciones reales, constituyendo una base sólida para el diseño de medidas de mitigación en el tramo evaluado.

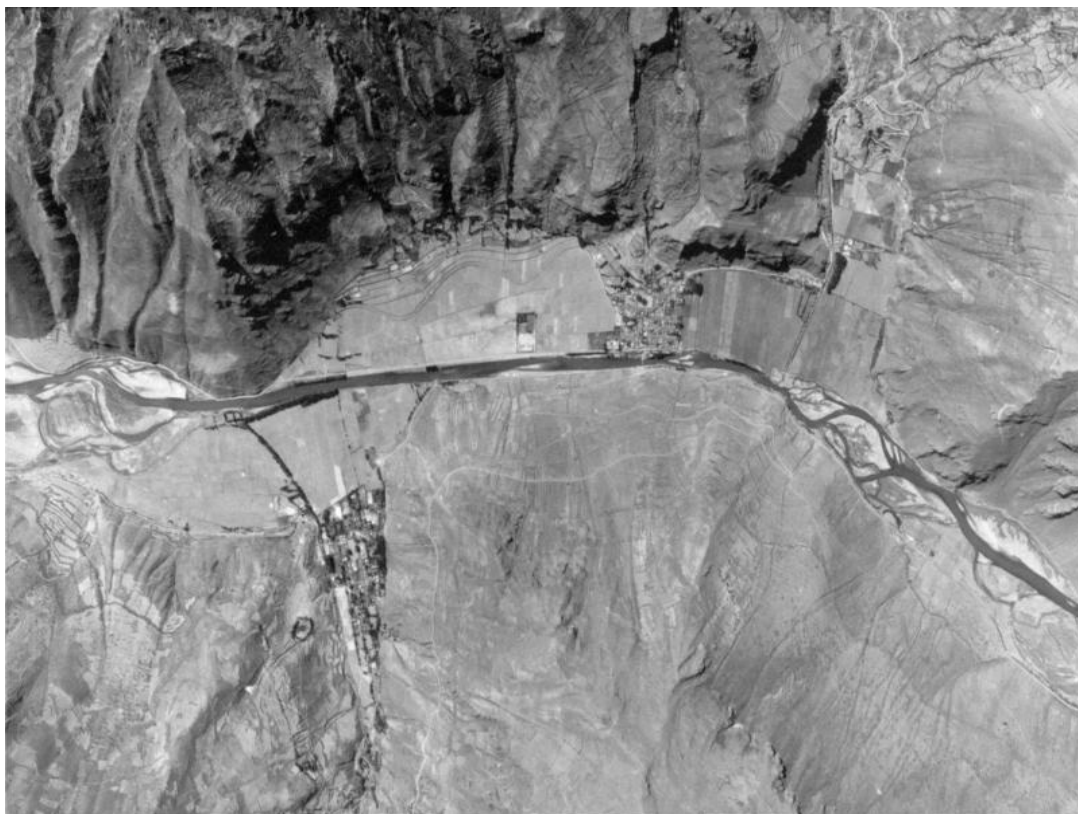
El análisis de inundabilidad del tramo Pisac del río Vilcanota se desarrolló mediante simulación hidrodinámica a partir del caudal de diseño obtenido con el modelo Muskingum calibrado con datos históricos. Se emplearon herramientas como HEC-RAS 1D/2D, junto con imágenes satelitales, para delinear zonas inundables y evaluar las áreas expuestas a avenidas. Este enfoque es consistente con estudios como el que aplicó HEC-RAS en la cuenca del río Huarmey para calcular peligros por inundaciones, usando recursos cartográficos, SIG y datos hidrológicos (Vásquez Lozada, 2019), lo que demuestra su utilidad para la planificación en contextos similares.

La zona inundable simulada, representada en color celeste, muestra la extensión lateral del flujo cuando el caudal excede la capacidad del cauce natural, desbordándose hacia zonas agrícolas y urbanas. Esta delimitación es congruente con registros históricos,

como fotografías aéreas del valle de Pisac, que muestran que el Vilcanota ha ocupado esos espacios durante crecidas pasadas, evidenciando su dinámica de migración lateral. La coherencia entre la simulación hidráulica y la evidencia histórica valida la metodología y permite identificar zonas con riesgo hídrico elevado, esenciales para una planificación territorial efectiva y el diseño de medidas tanto estructurales como no estructurales para reducir el riesgo de desastres.

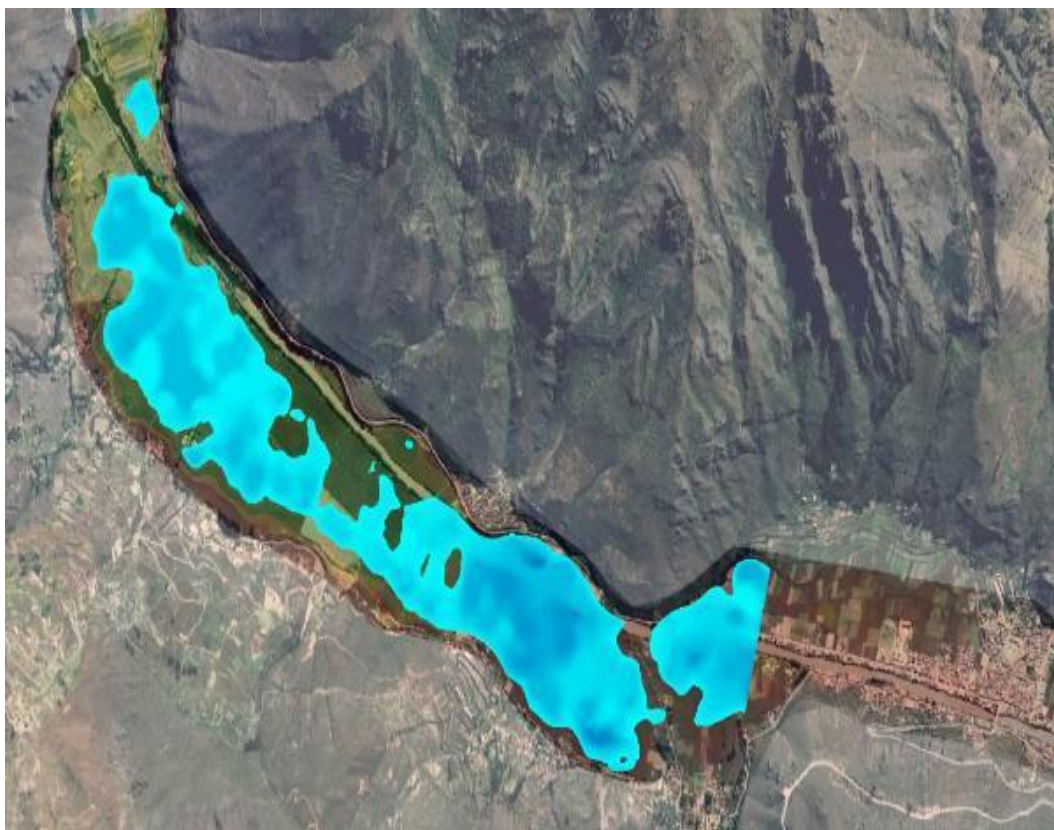
En la Figura 10, una fotografía aérea del año 1963, histórica del valle de Pisac muestra al río Vilcanota con un patrón claramente desordenado: múltiples brazos, zonas de bifurcaciones del cauce y una extensa llanura aluvial. Esta configuración ilustra la dinámica natural del cauce y su expansión lateral en épocas de crecida, antes de que se implementaran intervenciones hidráulicas o de control. Esta distribución heterogénea refleja depósitos aluviales activos y una respuesta característica de cuencas montañosas con fuerte variabilidad estacional en el caudal (Luna Loayza, 2020), (Araujo Huamán, 2023)

Figura 8.
Fotografía aérea FAP-1963



En la siguiente imagen Figura 11., presenta una simulación reciente de inundación para el tramo del valle de Pisac, obtenida mediante modelamiento hidrodinámico integrado con Sistemas de Información Geográfica (SIG). En esta representación, las áreas teñidas de celeste corresponden al espacio geográfico que una avenida de diseño puede inundar bajo condiciones extremas, contrastando directamente con la morfología histórica del cauce. Esta superposición avala que las zonas que hoy presentan riesgo habían sido ocupadas por el río Vilcanota durante crecidas pasadas, permitiendo identificar con precisión áreas vulnerables. Este enfoque apoya la toma de decisiones estratégicas para la gestión integral del riesgo y orienta el diseño de intervenciones hidráulicas y territoriales en el distrito de Pisac (Luna Loayza, 2020).

Figura 9.
Mapa de inundación en el tramo de estudio.



Las imágenes utilizadas aportan evidencia crucial para comprender la dinámica fluvial del valle de Pisac y detectar las zonas con mayor riesgo de inundación. La primera imagen, una fotografía aérea histórica, muestra un cauce del río Vilcanota claramente

desordenado, con múltiples ramales y una extensa llanura aluvial. Esta morfología refleja una alta susceptibilidad a desbordes e inundaciones, especialmente durante la temporada de lluvias. La segunda imagen es una simulación generada con HEC-RAS, que delimita con precisión las áreas inundables para avenidas de diseño y permite evaluar su magnitud bajo diferentes escenarios hidrológicos. Esta integración entre evidencia histórica y modelación fortalece el uso de herramientas como HEC-RAS para la planificación territorial y el diseño de intervenciones hidráulicas más efectivas (Gómez Alanoca, 2025).

6.5. Periodo de retorno

En el contexto del diseño de obras hidráulicas, el período de retorno representa un parámetro fundamental para la estimación de eventos extremos, como crecidas o avenidas. Este valor expresa el intervalo promedio de tiempo en el que un evento hidrológico de igual o mayor magnitud puede repetirse, constituyéndose así en una medida estadística de la probabilidad de ocurrencia anual de dicho fenómeno (Ministerio de transportes y comunicaciones, 2014).

La selección del período de retorno constituye un paso crítico en el análisis hidrológico, ya que permite establecer el nivel de riesgo aceptado frente a eventos extremos, como avenidas o crecidas fluviales. El período de retorno, comúnmente representado por la variable “T”, se define como el tiempo promedio en años durante el cual un determinado valor de caudal pico es igualado o superado al menos una vez. Este parámetro guarda una estrecha relación con la probabilidad de excedencia anual, la vida útil de la infraestructura hidráulica proyectada y el riesgo de falla admisible, siendo estos últimos definidos por consideraciones técnicas, económicas y sociales.

Para determinar el período de retorno apropiado, el Manual de Hidrología, Hidráulica y Drenaje (Ministerio de transportes y comunicaciones, 2014) propone emplear la expresión:

$$R = 1 - \left(\frac{1}{T}\right)^n$$

Donde R representa el riesgo acumulado de que ocurra un evento superior al de diseño durante la vida útil n de la obra.

Esta relación probabilística permite cuantificar, de manera objetiva, la probabilidad de falla de una estructura ante un evento hidrológico severo. Así, al fijar un nivel de riesgo aceptable, es posible determinar el valor mínimo del período de retorno necesario para garantizar la seguridad de la infraestructura a lo largo de su ciclo de vida.

De acuerdo con las recomendaciones del manual (Ministerio de transportes y comunicaciones, 2014), se establecen valores máximos admisibles de riesgo para diferentes tipos de obras. En el caso de puentes y defensas ribereñas, se sugiere un riesgo máximo de 25 %, lo que, para una vida útil de 40 años, implica un período de retorno mínimo superior a 150 años. En el presente estudio, estos criterios han sido aplicados para definir los caudales de diseño que se utilizarán en el modelamiento de avenidas mediante el método Muskingum, garantizando así la confiabilidad de las obras propuestas frente a eventos hidrológicos extremos.

Para el caso específico del diseño del muro de contención tipo gavión, según el manual se adoptó:

Puentes y defensas ribereñas $n = 40$ años

Defensas ribereñas $R = 25\%$

Figura 10.

Valores máximos recomendados (MANUAL DE HIDROLOGÍA, HIDRÁULICA Y DRENAJE)

**VALORES MAXIMOS RECOMENDADOS
DE RIESGO ADMISIBLE DE OBRAS DE DRENAJE**

TIPO DE OBRA	RIESGO ADMISIBLE (**) (%)
Puentes (*)	25
Alcantarillas de paso de quebradas importantes y badenes	30
Alcantarillas de paso quebradas menores y descarga de agua de cunetas	35
Drenaje de la plataforma (a nivel longitudinal)	40
Subdrenes	40
Defensas Ribereñas	25

(*) - Para obtención de la luz y nivel de aguas máximas extraordinarias.
- Se recomienda un período de retomo T de 500 años para el cálculo de socavación.

(**) - Vida Útil considerado (n)

- Puentes y Defensas Ribereñas n= 40 años.
- Alcantarillas de quebradas importantes n= 25 años.
- Alcantarillas de quebradas menores n= 15 años.
- Drenaje de plataforma y Sub-drenes n= 15 años.

- Se tendrá en cuenta, la importancia y la vida útil de la obra a diseñarse.
- El Propietario de una Obra es el que define el riesgo admisible de falla y la vida útil de las obras.

Figura 11.

Riesgo de por lo menos una excedencia del evento de diseño (MANUAL DE HIDROLOGÍA, HIDRÁULICA Y DRENAJE)

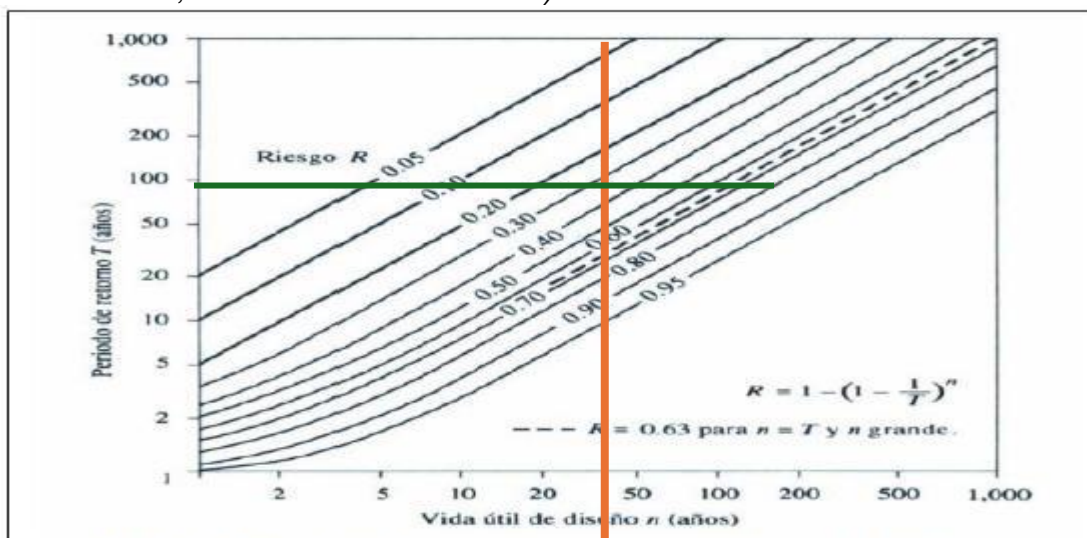


Figura N° 01. Riesgo de por lo menos una excedencia del evento de diseño durante la vida útil (Fuente: Hidrología Aplicada (Ven te Chow)).

Buscamos donde se cruzan los valores:

- Se ubica $n = 40$ en el eje horizontal.
- Se sube verticalmente hasta encontrar la curva correspondiente a $R = 0.25$.
- Desde ese punto, horizontalmente al eje vertical se obtiene el período de retorno T .

Resultado en el gráfico: $T \approx 150$ años

Esto quiere decir que para una alcantarilla con vida útil de 40 años y un riesgo de falla de 25 %, se usara un caudal asociado a un período de retorno de 150 años.

Ahora

$$R = 1 - \left(\frac{1}{T}\right)^n$$

$$T = \frac{1}{1 - (1 - R)^{\frac{1}{n}}}$$

Puentes y defensas ribereñas $n = 40$ años

Defensas ribereñas $R = 25\%$

$$T = 139.54 \approx 150 \text{ años}$$

Figura 12.

Valores de periodo de retorno (MANUAL DE HIDROLOGÍA, HIDRÁULICA Y DRENAJE).

Valores de Período de Retorno T (Años)

RIESGO ADMISIBLE	VIDA ÚTIL DE LAS OBRAS (n años)									
	1	2	3	5	10	20	25	50	100	200
0,01	100	199	299	498	995	1990	2488	4975	9950	19900
0,02	50	99	149	248	495	990	1238	2475	4950	9900
0,05	20	39	59	98	195	390	488	975	1950	3900
0,10	10	19	29	48	95	190	238	475	950	1899
0,20	5	10	14	23	45	90	113	225	449	897
0,25	4	7	11	18	35	70	87	174	348	695
0,50	2	3	5	8	15	29	37	73	154	289
0,75	1,3	2	2,7	4,1	7,7	15	18	37	73	144
0,99	1	1,11	1,27	1,66	2,7	5	5,9	11	22	44

Fuente: MONSALVE, 1999.

Se usará un caudal asociado a un período de retorno de 150 años.

Una vez definido este valor, se procedió a realizar el análisis de frecuencia de crecidas con el objetivo de estimar el caudal correspondiente a dicho intervalo de retorno. Para ello, se aplicó la distribución de Gumbel, una herramienta estadística ampliamente utilizada en hidrología para modelar fenómenos extremos, como avenidas o precipitaciones máximas. Este análisis se llevó a cabo a partir de la serie de caudales máximos anuales disponibles.

No obstante, según el portal institucional de la Autoridad Nacional del Agua (ANA-Perú, s.f.), la estación hidrométrica Pisac solo cuenta con datos históricos de caudales máximos entre los años 2018 y 2025, lo cual resultó insuficiente para aplicar un análisis de frecuencia robusto. Ante esta limitación, se completó la serie de datos mediante un modelo de GR2M.

El modelo GR2M es un modelo hidrológico conceptual de tipo lluvia-escorrentía, desarrollado específicamente para simular el balance hídrico mensual en cuencas de tamaño pequeño a mediano. Su estructura se basa en la representación simplificada de los procesos de almacenamiento y transferencia del agua en el sistema hidrológico, utilizando únicamente dos parámetros principales: la capacidad de almacenamiento del suelo y el coeficiente de escorrentía. Esta característica convierte al GR2M en una herramienta eficiente y flexible para el análisis de series temporales con datos mensuales, facilitando la calibración incluso en situaciones con información limitada. El modelo ha demostrado ser especialmente útil en contextos andinos, donde la variabilidad climática y la disponibilidad de registros detallados pueden representar desafíos significativos para la aplicación de metodologías más complejas. En el marco de este estudio, el GR2M se utiliza para generar hidrogramas de entrada que alimentan los procesos de modelación hidrológica y validación de resultados, complementando así el análisis de los eventos de avenida en el tramo evaluado del río Vilcanota.

Para completar las series de caudales en los años en que se presentaron vacíos de información —particularmente en el periodo comprendido entre 2008 y 2014— se empleó el modelo hidrológico GR2M como herramienta de estimación. Este modelo

conceptual, diseñado para el balance hídrico mensual, permitió simular los caudales medios en aquellos meses en los que no se disponía de registros observados directos. La aplicación del GR2M se fundamentó en su capacidad para reproducir con suficiencia el comportamiento hidrológico en cuencas altoandinas, utilizando como insumo principal las precipitaciones y temperaturas mensuales en el periodo de 1997 al 2014 con series completas mensuales. De este modo, los valores obtenidos a través del modelo fueron incorporados a la base de datos, garantizando la continuidad y representatividad de las series temporales necesarias para la calibración y validación del modelo de tránsito de avenidas. Así, se asegura la robustez y solidez técnica de los análisis realizados, incluso en escenarios de información limitada.

Este modelo ha sido ampliamente validado en el ámbito hispanoamericano para la simulación de caudales mensuales en cuencas con datos limitados, ya que permite representar de manera parsimoniosa los procesos de almacenamiento y transferencia de agua en el sistema hidrológico (Perrin, 2003); ((CEDEX)., 2017)). Utilizando como variables de entrada las precipitaciones y las temperaturas mensuales, el GR2M facilitó la estimación de los caudales medios requeridos para completar las series históricas en la estación de Pisac. Este procedimiento garantiza la continuidad y la representatividad de la base de datos empleada para la calibración y validación de modelos, fortaleciendo la robustez técnica del análisis hidrológico realizado en el tramo de estudio.

Figura 13.
Modelo GR2M.

Año/Mes	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
1997	140.8	155.9	186.9	85.9	46.0	32.8	18.5	12.1	8.1	13.6	12.7	24.4
1998	57.9	87.2	86.3	40.1	23.7	14.2	10.7	10.0	9.0	11.5	14.8	33.5
1999	62.3	74.6	69.7	55.0	36.2	18.2	11.3	8.2	17.8	24.6	38.8	40.5
2000	43.9	88.8	55.6	45.9	29.0	19.6	14.1	13.1	24.3	27.2	30.3	34.3
2001	101.1	117.5	110.8	53.5	31.9	15.7	12.0	10.0	11.2	36.8	36.8	45.3
2002	264.1	257.9	257.9	141.5	53.4	38.1	38.1	18.3	34.1	46.0	47.1	71.9
2003	110.7	198.2	181.5	76.1	60.9	35.7	34.8	18.4	22.2	18.8	21.4	58.3
2004	206.2	195.0	202.3	150.8	53.9	36.6	27.5	20.1	31.1	34.6	39.5	56.5
2005	155.2	163.1	89.4	75.2	39.6	25.3	62.5	28.1	14.8	31.8	47.1	64.8
2006	72.0	258.7	186.6	162.1	36.6	19.7	16.1	16.1	18.2	23.5	24.0	49.1
2007	312.3	312.3	186.4	280.2	44.7	21.9	18.2	18.2	9.2	9.7	12.8	18.6
2008	44.8	77.1	55.5	30.2	20.7	15.6	12.2	10.2	9.1	10.5	13.3	28.9
2009	36.7	43.9	41.6	25.8	17.0	12.8	10.5	8.8	8.6	7.7	14.3	26.6
2010	116.5	116.6	130.4	46.1	28.5	19.6	14.8	12.9	10.4	14.8	13.4	50.1
2011	55.5	98.3	89.5	49.6	29.2	21.0	16.7	12.8	12.9	12.3	13.6	30.8
2012	32.0	66.6	47.8	33.6	20.8	15.0	11.8	9.7	9.7	8.6	17.8	40.5
2013	51.2	84.1	60.2	36.0	24.1	17.7	14.0	12.7	10.6	24.9	24.5	60.2
2014	80.5	61.1	48.8	37.1	22.9	15.1						

Luego de eso con la data completa, se utilizaron diferentes distribuciones de probabilidades para hallar el periodo de retorno de 150

años

Figura 14.
Distribución para periodo de retorno.

Precipitaciones de cada distribución de probabilidad									
	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9
TR	Normal	LN2 (FD)	LN2 (FI)	LN3	Gamma	Pearson	Log Pearson	Gumbel	Log Gumbel
5	341.1	328.0	332.2	333.8	334.9	334.8	-	328.7	316.4
10	385.5	387.8	395.9	389.4	391.1	391.1	-	387.9	399.6
25	433.0	463.7	477.5	456.1	457.2	457.5	-	462.6	536.7
50	463.6	520.4	538.8	503.6	503.5	504.0	-	518.1	668.0
100	491.2	577.3	600.8	549.6	547.6	548.3	-	573.1	830.1
150	506.2	610.8	637.4	576.0	572.6	573.4	-	605.2	942.3
200	516.4	634.8	663.7	594.6	590.0	590.9	-	627.9	1030.8
500	547.0	712.3	748.8	653.2	644.0	645.2	-	700.3	1371.4
1000	568.4	772.2	814.9	697.1	683.6	685.1	-	755.0	1701.8

Figura 15.
Distribución por Delta.

**Distribución que se utilizará: Criterio por Delta menor
(Puede editarse para que el diseñador elija la
Distribución)**

	CAUDALE
TR	Gamma
5	334.9
10	391.1
25	457.2
50	503.5
100	547.6
150	572.6
200	590.0
500	644.0
1000	683.6

Para el muro de gaviones con un periodo de retorno de 150 años tendrá un caudal de diseño de 572.6 m³/s.

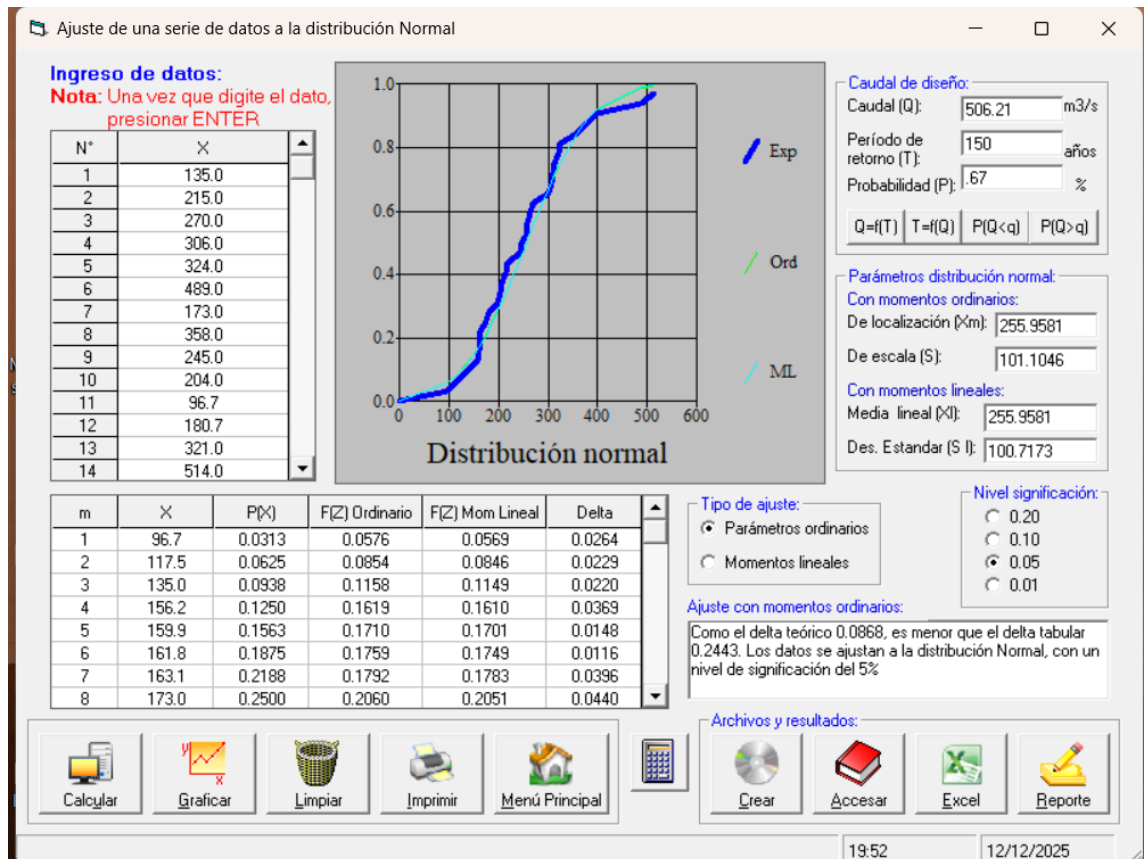
Así mismo se usó para una comprobación el software Hidroesta v.2, para comprobar las distribuciones

6.6. Análisis comparativo de distribuciones de probabilidad y selección del caudal de diseño

El análisis estadístico de frecuencias de caudales máximos se realizó empleando el software HidroEsta v.2.0, evaluándose distintas distribuciones de probabilidad comúnmente utilizadas en estudios hidrológicos: Normal, Log-Normal de dos y tres parámetros, Gamma de dos y tres parámetros, Log-Pearson tipo III, Gumbel y Log-Gumbel. La estimación de parámetros se efectuó mediante el método de momentos ordinarios, y la bondad de ajuste se verificó a través de la prueba de Kolmogórov–Smirnov, considerando un nivel de significancia del 5 %. Este procedimiento permitió comparar el desempeño estadístico de cada distribución y su influencia en la estimación de caudales asociados a períodos de retorno elevados.

Los resultados muestran que la distribución Normal, si bien supera la prueba estadística de ajuste, presenta limitaciones inherentes a su naturaleza simétrica, lo que reduce su capacidad para representar adecuadamente la asimetría positiva característica de los caudales máximos, con un delta de 0.0868.

Figura 16.
Distribución Normal.



Las distribuciones Log-Normal de dos y tres parámetros evidenciaron un mejor comportamiento hidrológico al incorporar la asimetría de la serie. En particular, la Log-Normal de dos parámetros mostró un ajuste estadísticamente aceptable y una mayor sensibilidad frente a valores extremos, mientras que la Log-Normal de tres parámetros permitió una adaptación más flexible de la función de distribución mediante la incorporación del parámetro de posición, obteniéndose estimaciones de caudal coherentes para períodos de retorno elevados, con deltas de 0.0652 y 0.0595 respectivamente.

Figura 17.
Distribución Log-Normal 2 parámetros.

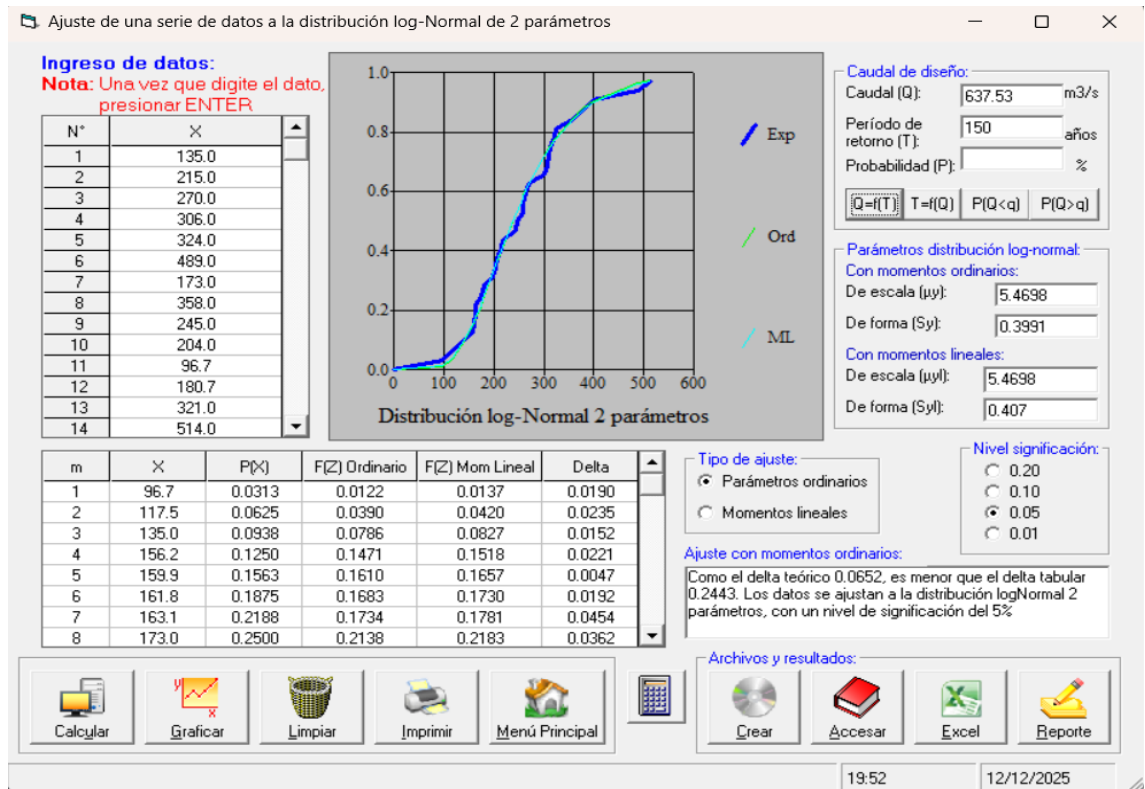
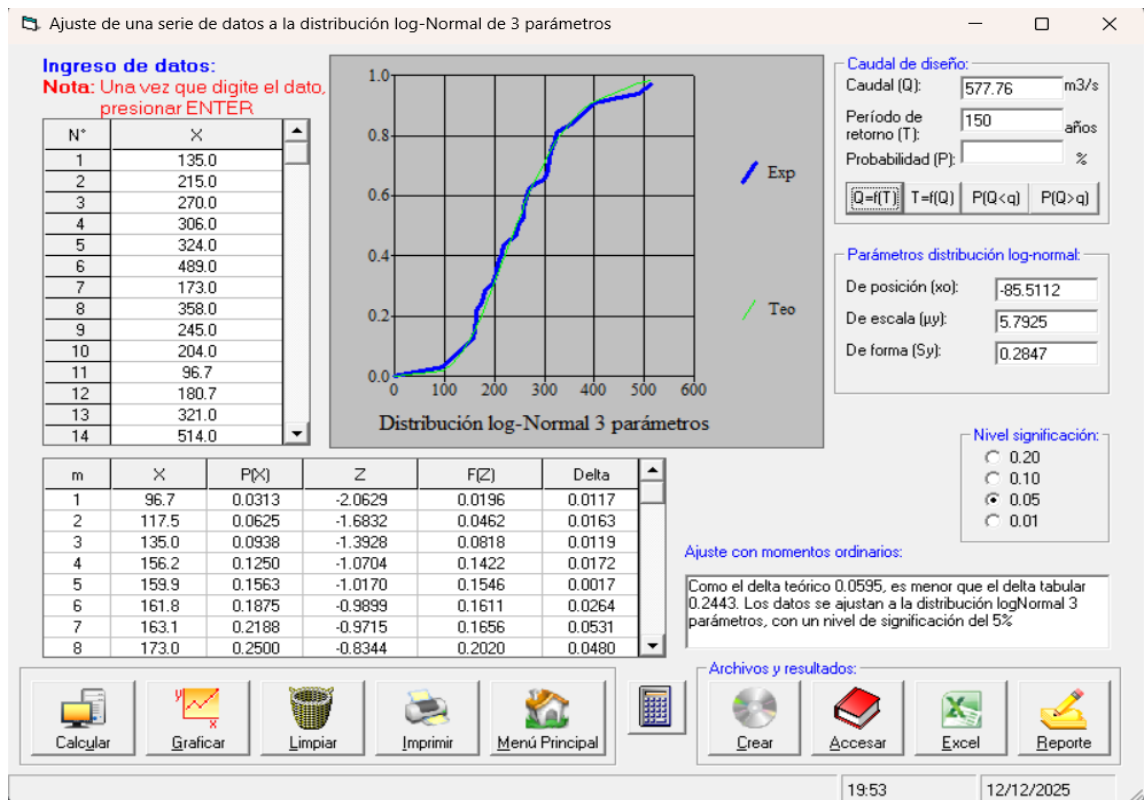


Figura 18.
Distribución Log-Normal 3 parámetros.



De manera similar, las distribuciones Gamma de dos y tres parámetros presentaron un ajuste satisfactorio según la prueba de Kolmogórov–Smirnov, con parámetros estables y valores de delta teórico inferiores al delta tabular. La versión de tres parámetros mostró una mejor capacidad para representar la dispersión y el sesgo de la serie, manteniendo una coherencia hidrológica adecuada para el análisis de eventos extremos, lo que la convierte en la mejor alternativa válida para estudios de diseño, con deltas teóricos de 0.0536 y 0.05105 respectivamente

Figura 19.
Distribución Gamma 2 parámetros.

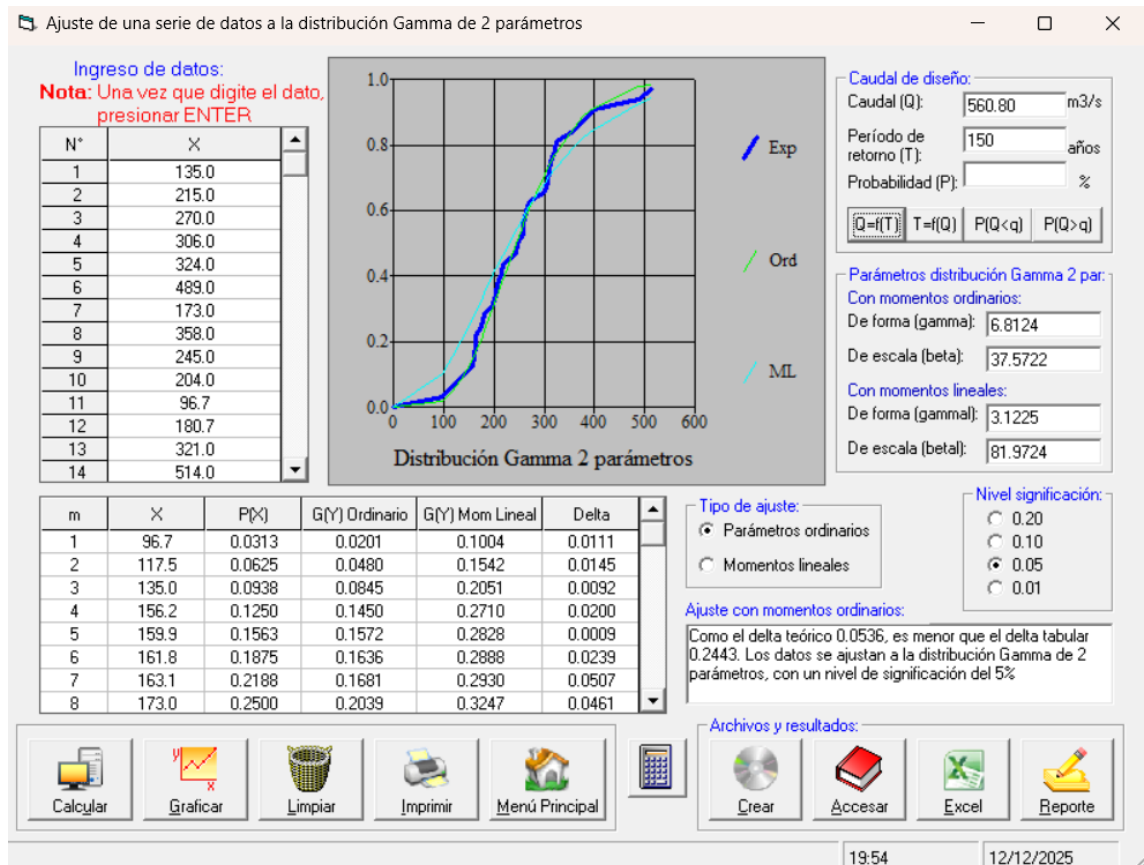
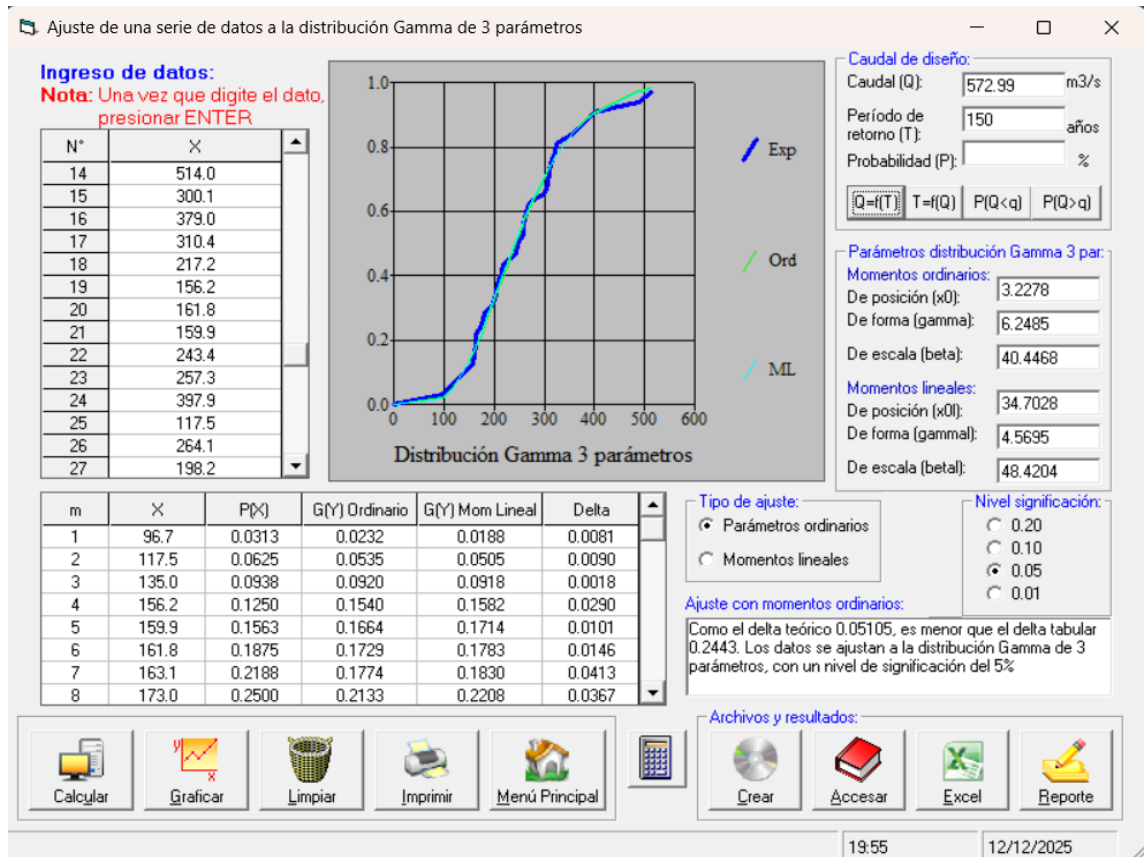
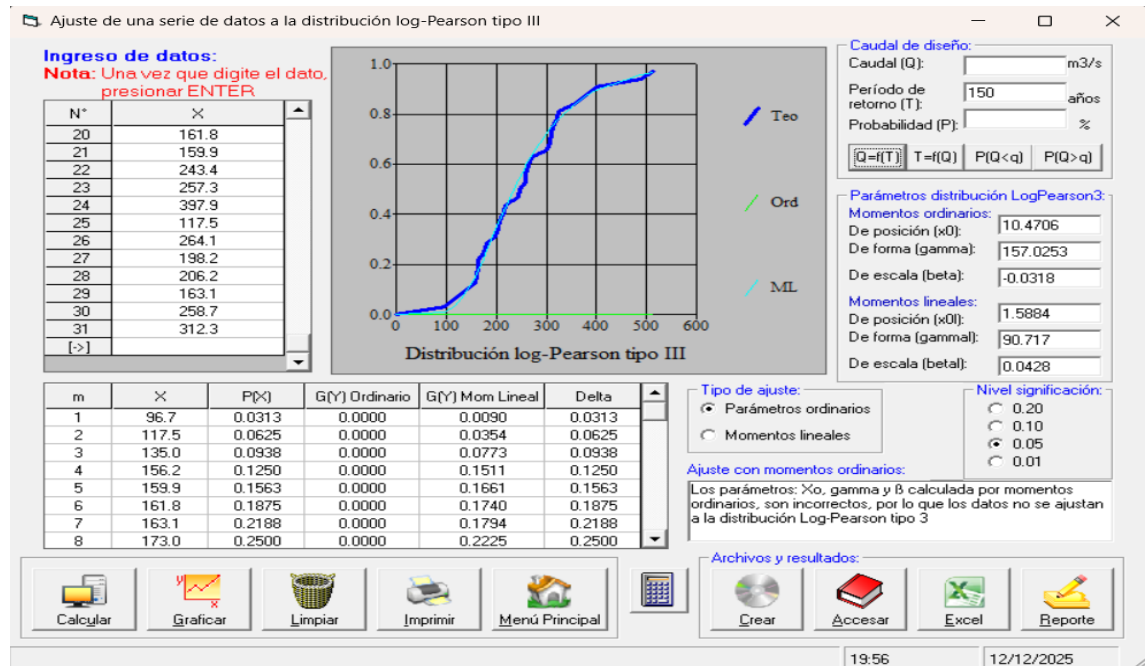


Figura 20.
Distribución Gamma 3 parámetros.



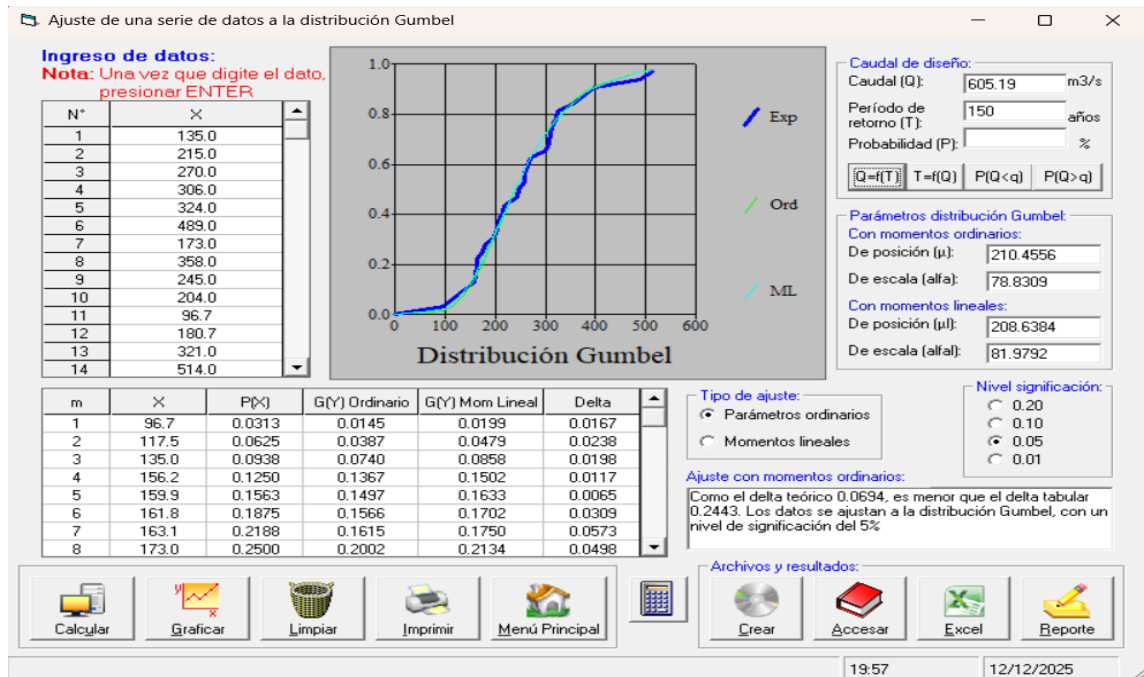
En contraste, la distribución Log-Pearson tipo III no resultó apropiada para la serie analizada. Tal como se evidencia en los resultados del software, los parámetros X_0 , γ y β calculados mediante momentos ordinarios fueron inconsistentes, impidiendo un ajuste adecuado de la distribución a los datos observados. Esta falta de consistencia paramétrica confirma que la Log-Pearson tipo III no representa de manera confiable el comportamiento probabilístico de los caudales máximos en el tramo de estudio, motivo por el cual fue descartada del proceso de selección del caudal de diseño.

Figura 21.
Distribución Log-Pearson tipo III.



La distribución Gumbel presentó un ajuste estadístico aceptable y una adecuada representación de los máximos anuales; sin embargo, al compararse con distribuciones logarítmicas, se observó una menor sensibilidad frente a los eventos más extremos. Por su parte, la Log-Gumbel mostró un ajuste válido desde el punto de vista estadístico, pero arrojó un caudal de diseño considerablemente mayor para el período de retorno analizado, con un delta teórico de 0.0694.

Figura 22.
Distribución Gumbel.



En conjunto, el análisis comparativo demuestra que, aunque varias distribuciones cumplen con los criterios estadísticos de ajuste, no todas resultan igualmente adecuadas para fines de diseño hidráulico. Por ello, la selección final del caudal de diseño se sustentó en un equilibrio entre calidad del ajuste estadístico, estabilidad de los parámetros y coherencia hidrológica, descartándose la Log-Pearson tipo III y priorizándose aquellas distribuciones que representaron de mejor manera la asimetría de los caudales máximos y proporcionaron estimaciones razonables para períodos de retorno elevados. Por lo que se utilizó la distribución gamma de 3 parámetros por tener el delta menor, entre todas las distribuciones

Este enfoque permitió reducir la incertidumbre asociada al análisis de frecuencias y garantizar la confiabilidad de los caudales empleados posteriormente en el tránsito de avenidas y el modelamiento hidráulico.

En comparación con las tablas Excel y el software hidroesta v.2.0, se tiene que

Tabla 22.

Tabla comparativa de distribuciones.

Caudal de cada distribución de probabilidad

SOFTWARE UTILIZADO		Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10
	TR	Normal	LN2 (FD)	LN2 (FI)	LN3	Gamma (2P)	Gamma (3P)	Pearson	Log Pearson	Gumbel	Log Gumbel
HOJAS EXCEL	150	506.2	610.8	637.4	576.0		572.6	573.4	-	605.2	942.3
HIDROESTA V.2.	150	506.21		637.53	577.76	560.8	572.99		-	605.19	

Para el uso en esta tesis, se usara la distribución con menor delta teórico, la distribución gamma de 3 parametros es la que cumple por lo que se usara el caudal mayor entre las dos distribuciones gamma, por lo que nuestro caudal de diseño será 573 m³/s

6.7. Aplicación en el diseño hidráulico

Con base en los resultados obtenidos de la simulación del comportamiento hidráulico del tramo analizado, se procedió a evaluar su aplicabilidad en el planteamiento de soluciones de diseño orientadas a reducir la vulnerabilidad ante eventos de inundación. Esta etapa permitió traducir los resultados técnicos del modelo en propuestas concretas de intervención que respondan a las condiciones reales del cauce y su entorno.

El análisis de los mapas de inundación (que muestran la extensión, profundidad y velocidad del flujo bajo diferentes escenarios) permitió identificar las zonas más críticas, especialmente aquellas ubicadas en áreas agrícolas, vías de comunicación o cercanas a zonas habitadas. Sobre dichas áreas se plantearon alternativas de diseño hidráulico destinadas a mitigar los efectos del desborde, tales como la construcción de defensas ribereñas, encauzamientos, muros de contención y ampliación de la sección hidráulica en tramos estrechos.

Las propuestas de diseño fueron fundamentadas en los resultados del modelo, considerando parámetros clave como el tirante máximo, la velocidad pico y el ancho de la lámina de agua. Asimismo, se evaluaron las modificaciones en el comportamiento del flujo ante la implementación de las medidas propuestas, simulando nuevamente el sistema con las estructuras incorporadas para comparar con el escenario base.

Esta retroalimentación entre modelación y diseño permitió comprobar la eficacia de las medidas en términos de reducción del área inundada y del impacto sobre sectores sensibles. En ese sentido, el modelo calibrado se constituyó en una herramienta técnica de gran utilidad para el sustento de decisiones de ingeniería, permitiendo priorizar intervenciones en función del nivel de riesgo y la relación costo-beneficio.

Finalmente, se propone que estas medidas sean consideradas dentro de una estrategia integral de gestión del riesgo en la cuenca, complementadas con acciones no estructurales como la zonificación del uso del suelo, la vigilancia hidrológica continua y la sensibilización de la población expuesta.

6.7.1. Diseño de un muro de gaviones

6.7.1.1 Tirante normal

De acuerdo con el Manual de Diseño de Defensas Ribereñas de la Autoridad Nacional del Agua (ANA, 2020), el tirante normal debe calcularse con base en el caudal de diseño obtenido de la modelación hidrológica e hidráulica, considerando las características geométricas y de rugosidad del cauce.

En este estudio, dicho caudal corresponde al caudal de salida del método Muskingum, que refleja el comportamiento real del flujo al final del tramo Pisac.

1. Ecuación general de Manning

El tirante normal se obtiene aplicando la ecuación de Manning (1891), expresada como:

$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3} S_0^{1/2}$$

donde:

Q = caudal (m³/s)

n = coeficiente de rugosidad de Manning

A = área hidráulica mojada (m²)

$R = \frac{A}{P}$ = radio hidráulico (m)

P = perímetro mojado (m)

S_0 = pendiente del cauce (adimensional)

Para una sección trapezoidal, la ecuación se expresa como:

$$Q = \frac{1}{n} (By_n + my_n^2) \left(\frac{By_n + my_n^2}{B + 2y_n \sqrt{1 + m^2}} \right)^{2/3} S_0^{1/2}$$

Donde:

B = ancho de fondo del cauce (m).

m = talud lateral (H:V)

Esta ecuación no posee solución analítica directa para y_n , por lo que se resuelve iterativamente hasta alcanzar el caudal de diseño.

2. Datos hidráulicos del tramo Pisac

Tabla 23.
Datos hidráulicos.

Parámetro	Símbolo	Valor	Fuente
Caudal de diseño (Muskingum)	Q_d	573 m ³ /s	SENAMHI, ANA
Rugosidad de Manning	n	0.04945	Estimada según tipo de material del lecho (ANA, 2020)
Pendiente del cauce	S_0	0.004789	Cálculo topográfico – DEM del tramo Pisac
Ancho de solera	B	50.00 m	Sección transversal levantada en campo
Talud lateral	m	1.5:1	Observación geomorfológica del cauce

3. Resultado del cálculo

Aplicando la ecuación de Manning y resolviendo de manera iterativa:

$$y_n = 3.50 \text{ m}$$

Valores complementarios:

Área mojada $A = 193.18 \text{ m}^2$

Radio hidráulico $R = 3.09 \text{ m}$

Velocidad media $v = Q/A = 2.97$ m/s

Número de Froude $Fr = 0.53$ lo que lo vuelve un régimen subcrítico porque $Fr < 1$

El resultado evidencia que el flujo del río Vilcanota, en condiciones normales de avenida, se comporta como subcrítico, con predominio de la gravedad sobre la inercia. Este régimen es característico de ríos anchos y de pendiente moderada, donde la lámina de agua es relativamente profunda y las velocidades son controladas, lo cual favorece la estabilidad de estructuras ribereñas como los muros de gaviones y colchones Reno.

4. Interpretación y uso del tirante

El tirante normal obtenido se empleó como base para determinar el tirante máximo de diseño, considerando un franco de seguridad de 0.5–1.0 m, según lo recomendado por el Manual de Carreteras: Hidrología, Drenaje y Obras de Arte Hidráulicas (MTC, 2019). De esta forma:

$$h_{\text{máx}} = y_n + \text{franco} = 3.21 + (0.5 \text{ a } 1.0) = 3.7 \text{ a } 4.2 \text{ m}$$

Este valor fue utilizado para el dimensionamiento del muro de gaviones propuesto como medida estructural de protección en el sector de Pisac, garantizando la estabilidad frente a crecidas del río Vilcanota.

6.7.1.2 Tirante crítico (energía específica)

Según la Autoridad Nacional del Agua (ANA, 2020), este parámetro es de especial importancia en el análisis hidráulico, ya que permite identificar el comportamiento del flujo y establecer condiciones de control en secciones donde puedan presentarse cambios de régimen o fenómenos de resalto hidráulico.

1. Condición de flujo crítico

La condición crítica se obtiene a partir de la relación entre el caudal (Q), el área mojada (A) y el ancho de la superficie libre (T), según la expresión general:

$$Q^2 T = g A^3$$

Donde:

Q = caudal (m³/s)

- T = ancho de la lámina libre (m)
 A = área hidráulica mojada (m²)
 g = aceleración de la gravedad (9.81 m/s²)

Para una sección trapezoidal, se tiene:

$$A = B y_c + m y_c^2$$

$$T = B + 2 m y_c$$

donde:

- B = ancho de solera (m)
 m = talud lateral (H:V)

Reemplazando las ecuaciones se obtiene una expresión no lineal en función de y_c , la cual se resuelve mediante procedimientos iterativos hasta satisfacer la igualdad.

3. Parámetros hidráulicos del tramo Pisac

Tabla 24.
Parámetros hidráulicos

Parámetro	Símbolo	Valor	Fuente
<i>Caudal de diseño</i>	Q_d	573 m ³ /s	Método Muskingum (HEC-HMS)
<i>Ancho de solera</i>	B	50.00m	Levantamiento topográfico
<i>Talud lateral</i>	m	1.5:1	Geometría del cauce
<i>Aceleración de la gravedad</i>	g	9.81 m/s ²	Constante física

3. Resultado del cálculo

Resolviendo iterativamente la ecuación general, se obtuvo:

$$y_c = 2.32 \text{ m}$$

Valores derivados para la sección crítica:

Tabla 25.
Resultados

Parámetro	Símbolo	Valor
Área mojada	A_c	123.99 m ²
Ancho de superficie libre	T_c	56.96 m
Velocidad crítica	$v_c = Q/A_c$	4.62 m/s
Profundidad hidráulica	$D_h = A_c/T_c$	2.18 m
Número de Froude	$Fr = v_c/\sqrt{gD_h}$	1.00

4. Interpretación hidráulica

El valor obtenido ($y_c = 2.11$ m) representa el límite entre los regímenes posibles de flujo en el río Vilcanota.

Dado que el tirante normal calculado previamente es $y_n = 3.21$ m, se verifica que:

$$y_n > y_c \Rightarrow Fr < 1$$

Por lo que el flujo en el tramo Pisac presenta un régimen subcrítico, caracterizado por profundidades mayores y velocidades moderadas.

En este tipo de régimen, las perturbaciones en la superficie pueden propagarse tanto aguas arriba como aguas abajo, y las condiciones hidráulicas están controladas por el nivel de agua en la salida del tramo.

Este comportamiento es típico de cauces amplios con pendiente moderada, como el río Vilcanota, y resulta favorable para la implementación de defensas ribereñas tipo muro de gaviones, ya que las sollicitaciones hidráulicas predominantes son los empujes hidrostáticos y esfuerzos cortantes, antes que impactos por flujo turbulento o supercrítico.

5. Aplicación en el diseño hidráulico

El tirante crítico constituye una referencia de validación del cálculo del tirante normal y de las condiciones de régimen de flujo.

Su conocimiento permitió confirmar la estabilidad del flujo y definir correctamente el nivel máximo de diseño ($h_{\text{máx}} = 3.7\text{--}4.0$ m), empleado en el dimensionamiento del muro de gaviones propuesto para la protección del margen del río Vilcanota en el sector Pisac.

6.7.1.3 Gaviones

En el tramo Pisac, el diseño se orienta a proteger la margen derecha del río Vilcanota, donde el modelamiento hidráulico mostró concentraciones de velocidad y esfuerzos cortantes significativos.

El muro de gaviones se proyectó con una altura acorde al tirante máximo de diseño ($h_{\text{máx}} = 3.7$ m) y un franco de seguridad adicional de 0.3 m, garantizando la estabilidad estructural y funcional ante avenidas extraordinarias.

El ángulo de inclinación α es necesario debido a la flexibilidad del gavión, además reduce la necesidad de robustecer el muro, el α que usaremos será de 6° .

6.7.1.4 Definición de tipo (trapezoidal o escalonada)

En función de la altura hidráulica y las condiciones geotécnicas del cauce, se optó por un muro de gaviones escalonado con paramento exterior trapezoidal, conformado por dos gaviones tipo A ($1.00 \times 1.00 \times 1.00$) en la base, en el siguiente nivel un gavión tipo B ($1.00 \times 1.50 \times 1.00$), para luego en los dos siguientes niveles usar gaviones tipo A $1.00 \times 1.00 \times 1.00$).

Este tipo de configuración proporciona una distribución gradual de cargas, mayor estabilidad frente al volteo y una buena capacidad de disipación de energía. El talud del muro se adoptó en proporción 1H:0.25V, permitiendo un escalonamiento estético y funcional compatible con la pendiente natural de la ribera.

6.7.1.5 Cálculo de altura – base – empotramiento

De acuerdo con los lineamientos del *Manual de Diseño de Defensas Ribereñas* (ANA, 2020) y el *Manual de Obras Hidráulicas del CEDEX (2012)*, los parámetros geométricos del muro se definieron con las siguientes relaciones empíricas:

$$B = 0.4 H; E = 0.2 H$$

donde:

B = ancho de base (m).

E = profundidad de empotramiento (m).

H = altura total del muro (m)

Sustituyendo $H = 4.0$ m (tirante máximo + franco de seguridad):

$$B = 0.4(4.0) = 1.6 \text{ m}$$

$$E = 0.2(4.0) = 0.8 \text{ m}$$

Por tanto, el muro se proyectó con una base total de 2.0 m y un empotramiento de 0.8m. bajo el lecho actual.

El colchón Reno se extendió hacia el cauce con un ancho de 3.0 m y espesor de 0.4 m, para prevenir socavaciones y erosión basal.

6.7.1.6 Verificar estabilidad

La estabilidad del muro de gaviones se evaluó frente a los tres modos de falla clásicos: deslizamiento, volteo y capacidad portante, considerando las sollicitaciones hidrostáticas y el peso propio del conjunto.

a) Verificación por deslizamiento

La condición de equilibrio se cumple si:

$$\frac{F_r}{F_d} \geq F_s$$

donde:

$F_r = W \tan \phi$ = fuerza resistente (kN/m)

$F_d = P_h$ = empuje horizontal del agua (kN/m)

$F_s = 1.5$ = factor de seguridad recomendado (INVIAS, 2018)

El empuje hidrostático se determina como:

$$P_h = \frac{1}{2} \gamma_w h^2$$

Con

$$\gamma_w = 9.81 \text{ kN/m}^3$$

$$h = 3.7 \text{ m.}$$

El peso del muro W se calcula considerando el peso unitario del relleno de piedra ($\gamma = 20\text{--}22 \text{ kN/m}^3$) y el volumen total de la sección transversal.

b) Verificación por volteo

La estabilidad frente al volteo se asegura si:

$$\frac{M_r}{M_d} \geq 2.0$$

donde:

$$M_r = W \times \frac{B}{2} = \text{momento resistente.}$$

$$M_d = P_h \times \frac{h}{3} = \text{momento de volcamiento}$$

c) Verificación de capacidad portante

La presión máxima de contacto ($\sigma_{\text{máx}}$) sobre el terreno de fundación se evalúa mediante:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{W}{B} \left(1 + \frac{6e}{B}\right)$$

$$e = \frac{M_r - M_d}{W}$$

La condición de seguridad se cumple si:

$$\sigma_{\text{máx}} \leq q_{\text{adm}}$$

donde q_{adm} es la capacidad portante admisible del terreno, obtenida mediante ensayo o estimada (mínimo 200 kPa para suelos aluviales densos). Las verificaciones efectuadas confirmaron que el muro cumple con los factores de seguridad establecidos por las normas ANA (2020) y MTC (2019).

6.7.1.7 Determinar filtro y colchón

Con el fin de garantizar la estabilidad hidráulica del conjunto, se incorporó un sistema de filtro y colchón Reno en la base del muro.

El filtro evita la migración de finos del terreno hacia el interior del gavión, mientras que el colchón actúa como protección contra socavación y erosión local. El diseño se realizó conforme a los criterios del Manual de Defensas Ribereñas (ANA, 2020):

a) Filtro

Se colocó un geotextil no tejido de 300 g/m² entre el suelo natural y el paramento del muro, cumpliendo la relación granulométrica:

$$\frac{D_{15f}}{D_{85s}} \leq 4; \frac{D_{15g}}{D_{85f}} \geq 4$$

donde:

D_{15f} y D_{85f} = tamaños característicos del filtro.

D_{15g} = tamaño del gavión.

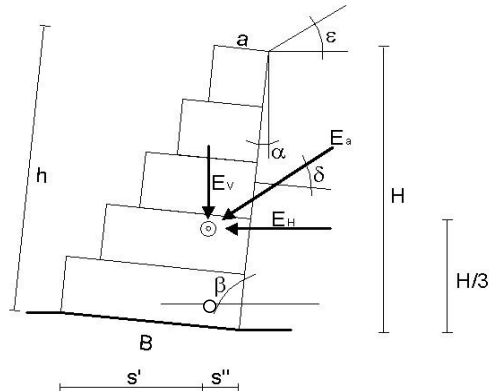
D_{85s} = tamaño del suelo de fundación

b) Colchón Reno

Se adoptó un colchón tipo Reno de 0.3 m de espesor y 2.0 m de ancho, confeccionado con malla galvanizada de doble torsión, relleno con piedra de diámetro medio

$$D_{50} = 0.15\text{--}0.20 \text{ m.}$$

Este elemento disipa la energía del flujo y protege la base del muro frente a la socavación, garantizando su durabilidad estructural.

DISEÑO DE GAVIONES► **Consideraciones de Diseño:**

- El ángulo de inclinación: α es necesario debido a la flexibilidad del gavión, además reduce la necesidad de robustecer el muro. Se recomienda 6°
- Debido a la permeabilidad del gavión, el empuje hidrostático no se toma en cuenta.
- El coeficiente de empuje activo K_a , se calcula en función de: $\alpha, \varepsilon, \beta, \varphi$

$$K_a = \frac{\text{sen}^2(\beta + \varphi)}{\text{sen}^2 \beta * \text{sen}(\beta - \delta) * \left[1 + \sqrt{\frac{\text{sen}(\varphi + \delta) * \text{sen}(\varphi - \varepsilon)}{\text{sen}(\beta - \delta) * \text{sen}(\beta + \varepsilon)}} \right]^2}$$

- El ángulo δ se puede asumir como φ en muros de gaviones, si existiera un geotextil detrás del muro de gaviones se toma $\delta = 0.9 * \varphi$, δ determina la inclinación entre el empuje y la normal al plano de aplicación.
- El empuje activo E_a , tomando en cuenta una sobrecarga h_s como suelo de iguales características por encima de la horizontal sobre el material a contener es:

$$E_a = 0.5 * \gamma_s * H^2 * K_a * \left(1 + \frac{2 * h_s}{H} \right) - 2 * c * H * \sqrt{K_a}$$

Donde se considera además el efecto de la cohesión (muchas veces la cohesión se desprecia debido a la presencia de agua).

- El empuje activo E_a , actúa a una distancia "d" de la base de apoyo y a "s" del lado externo del muro:

$$d = \frac{H}{3} * \left(\frac{H + 3 * h_s}{H + 2 * h_s} \right) - B * \text{sen} \alpha \quad s = B * \cos \alpha - \frac{H}{3} * \left(\frac{H + 3 * h_s}{H + 2 * h_s} \right) * \frac{1}{\tan \beta}$$

- Para el cálculo del peso W , el peso específico del gavión es:

$$\gamma_G = \gamma_P * (1 - n)$$

- Los empujes horizontal y vertical son:

$$E_V = E_a * \text{sen}(90 + \delta - \beta)$$

$$E_H = E_a * \cos(90 + \delta - \beta)$$

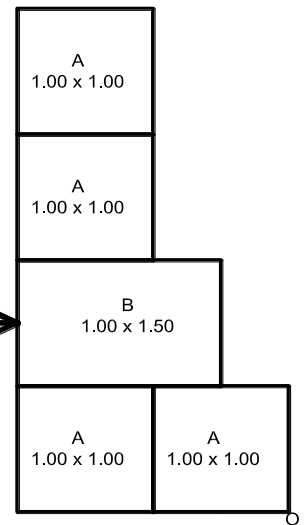
- El deslizamiento se produce sobre una superficie inclinada en α °, donde actúa una normal igual a :

$$N = (W + E_V) * \cos \alpha + E_H * \text{sen} \alpha$$

Diseno:

1. Predimensionamiento:

Altura del muro	$h = 4.00$ m	
Base del muro ($B \geq 0.4 * H$)	$B = 2.00$ m	OK
Longitud del muro	$L = 5,880.00$ m	
Sobrecargas	$q = 1.20$ Tn/m ²	
Angulo Sup. terreno VS horiz	$\epsilon = 0.00$ °	
Ancho Superior	$a = 1.00$ m	
Altura de cimentacion	$T = 0.80$ m.	OK
Area seccion Muro	$A = 5.50$ m ²	
	$a = 3.00$ °	$= 0.0524$ Rad
Long. Del empedrado	$C = 0.00$ m	
	$Xg = 1.25$ m	
	$Yg = 1.68$ m	\therefore c/r al punto 0.
Material de Relleno:	$g_p = 1.96$ Tn/m ³	
	$n = 30\%$	$\gamma_G = \gamma_p (1 - n)$
	$g_G = 1.37$ Tn/m ³	
	$\epsilon = 0$ °	
Suelo a contener:	$g_s = 1.96$ Tn/m ³	
	$j = 32$ °	$= 0.559$ Rad
	$c = 0.00$ Kg/cm ²	$= 0.000$ Tn/m ²
	$e = 20$ °	$= 0.349$ Rad
Sobrecarga sobre el Suelo a contener:	$q = 1.2$ Tn/m ²	
	$h_s = 0.61$ m	



2. Cálculo del Empuje Activo:

	$b = 93.00$ °	$=$... carga equivalente
	$d = 32$ °	$=$	1.6232 Rad
	$Ka = 0.35$	$=$	0.5585052 Rad
	$H = 3.99$ m		
Componentes del Empuje:	$Ea = 7.16$ Tn		
	$E_H = 6.26$ Tn		
	$E_V = 3.47$ Tn		
Punto de aplic de E_V :	$d = 1.38$ m		
Punto de aplic de E_H :	$s = 2.08$ m		

$$H = l \beta = 90 + \alpha \text{ a) } \text{sen} \alpha$$

$$d = \frac{H}{3} * \left(\frac{H + 3h_s}{H + 2h_s} \right) - B * \text{sen} \alpha$$

$$s = B \cos \alpha - \frac{H}{3} \left(\frac{H - 3h_s}{H + 2h_s} \right) \frac{1}{\text{tg} B}$$

3. Peso del Muro:

	$g_G = 1.37$ Tn/m ³
Area Gav =	5.50 m ²
$W =$	7.55 Tn/m

4. Estabilidad al Deslizamiento:

\therefore Cálculo por metro de ancho.

	$a = 0.0524$
Fuerza Normal a la Sup.:	$N = 11.33$ Rad
Fuerza Resistente al Desplazamiento (Suelo de Fundación):	Tn
	$f = 32$
F. Resist por Fricción:	$Fr1 = 7.08$ °
F. Resist. debida al Peso y Empuje:	$Fr2 = 0.58$ Tn -->
F. Actuan. debida al Empuje:	$Fa = 6.25$ Tn -->
	$F:S: = 1.22$ Tn -->

...superficie de falla inclinada en α °.

$$N = (W + E_V) * \text{Ccs} \alpha + E_H * \text{Sen} \alpha$$

$$Fr1 = N * \text{tan} f$$

$$Frw = (w \text{ Rad})$$

$$Fae = E_H * \text{cosa}$$

5. Estabilidad al Volcamiento:

	$E_H = 6.26$
	$d = 1.38$ Tn
Momento actuante (Ma):	$Ma = 8.66$ m
Momento resistente debido al peso (Mr):	$W = 7.546$ Tn-m
	$Xg = 1.25$ Tn
	$Yg = 1.68$ m
	$s' = 1.34$ m
	$Mrw = 10.08$ m
Momento resistente debido a la componente horizontal del E_n	$Tn-m$
	$E_V = 3.47$
	$s = 2.08$ Tn
	$Mre = 7.20$ m
	$Mr / Ma = 2.00$ Tn-m

$$Ma = E_h * d$$

$$s = B \cos \alpha - \frac{H}{3} \left(\frac{H - 3h_s}{H + 2h_s} \right) \frac{1}{\text{tg} B}$$

$$s' = Xg * \text{cos} \alpha + Yg * \text{se} n \alpha$$

6. Verificacion de Presiones transmitidas sobre el suelo:

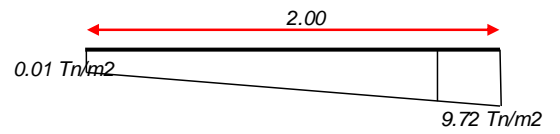
> 1.5 OK!

	$B = 2.00$ m
	$Mr = 17.29$ Tn-m
	$Ma = 8.66$ Tn-m
	$N = 11.33$ Tn
	$e = 0.239$ m
	$B/6 = 0.333$ m
	$e' = 0.761$ m

CASO I: La resultante esta dentro del tercio central

$$e' = 0.761 \text{ m}$$

	CASO I ($e < B/6$)	CASO II ($e > B/6$)
q1 =	9.72 Tn/m ²	q1 =
q2 =	0.01 Tn/m ²	q2 =



7. Verificación de Esfuerzos admisibles de corte y normales:

Verificación por Esfuerzos de corte:

Malla	Cohesion del gavion (Cg)
10x12 mm	1.7
8x10 mm	1.9

$$\varphi^* = 24.3 = 0.42 \text{ rad}$$

Verificación Esfuerzos Normales:

$$\tau_{adm} = \frac{N}{B} * (\tan \varphi^*) + Cg$$

$$C_g = 0.3 * Pu - 0.5$$

$$\varphi^* = 4.458 \text{ Ton/m}^2$$

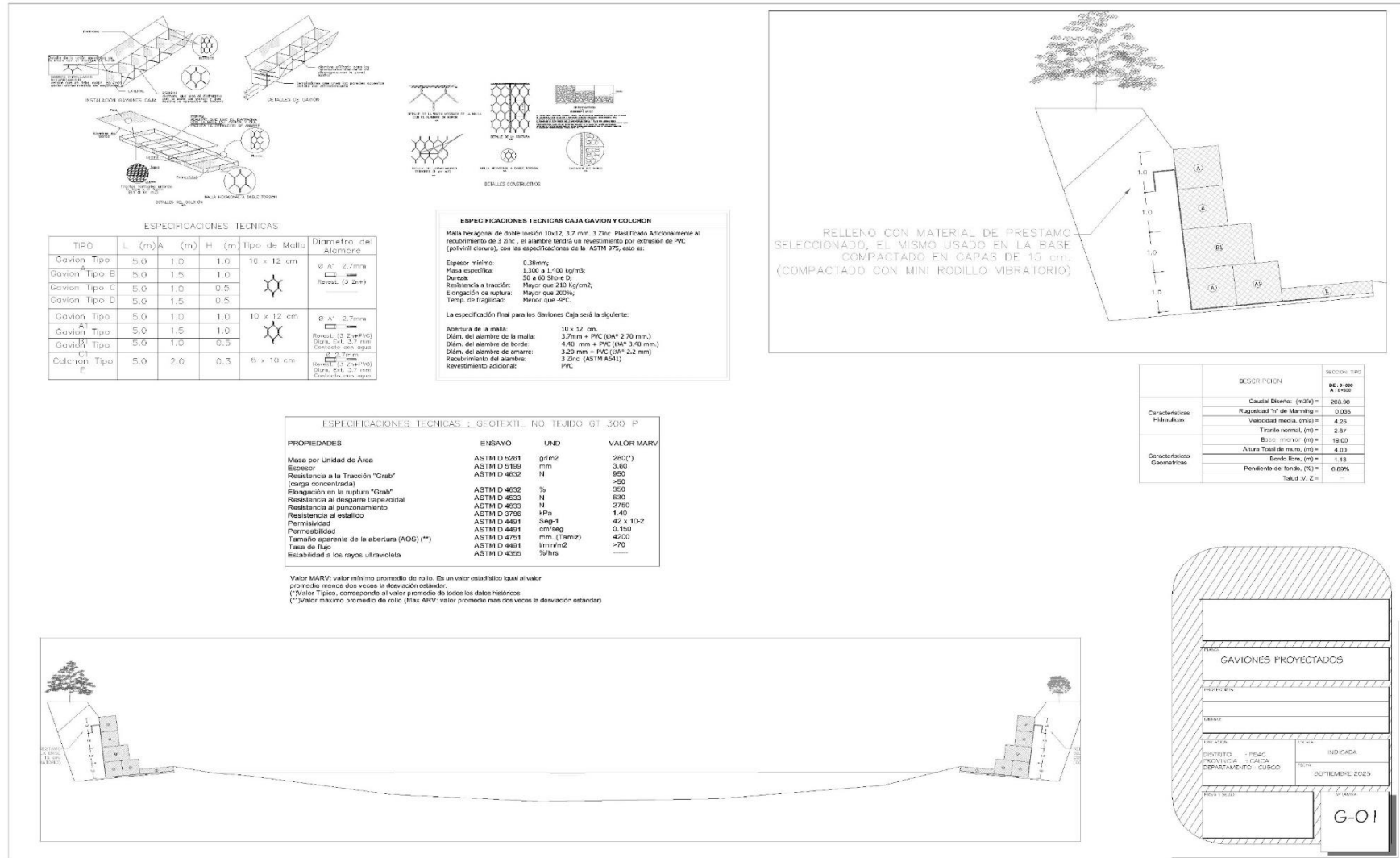
$$= 0.4457537 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{adm} = 50 * \gamma_g - 30$$

$$\varphi^* = 38.6 \text{ Ton/m}^3$$

$$= 0.386 \text{ kg/cm}^2$$

Figura 23.
Plano típico gavión



6.8. Análisis estadístico de datos hidrológicos

El procesamiento de los registros mensuales de caudal en el 2024 reveló:

- Caudal máximo histórico promedio: 261.45 m³/s durante eventos de avenida.
- Variabilidad mensual: En el mes de marzo se registraron caudales que superaron el percentil 90 de la distribución mensual, lo cual indica la presencia de crecidas significativas. Este comportamiento refleja la alta variabilidad hidrológica típica de las cuencas andinas durante la temporada de lluvias.
- Estacionalidad: Se observó un predominio de caudales elevados durante la temporada de lluvias (noviembre a marzo).

Con la finalidad de comprender el comportamiento hidrológico del tramo fluvial correspondiente a la estación PISAC-H-CONV-230401-F durante los meses del año 2024, se realizó un análisis estadístico descriptivo de los registros diarios de caudal medio y nivel medio del agua, obtenidos a través del Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú (SENAMHI). Este análisis permitió identificar la variabilidad del régimen hidrológico, establecer patrones de comportamiento del río y fundamentar el uso del modelo Muskingum como herramienta de simulación del tránsito de avenidas.

El conjunto de datos estuvo compuesto por 366 observaciones correspondientes a cada día del año comenzando el 01 de enero del 2024 hasta el 31 de diciembre del 2024. Para ambas variables se calcularon indicadores estadísticos clásicos: mínimo, máximo, media aritmética, mediana, desviación estándar y coeficiente de variación, lo que permitió evaluar tanto la tendencia central como la dispersión de los datos. Los resultados obtenidos se resumen en la siguiente tabla:

Estadísticos descriptivos del caudal y nivel medios diario

Tabla 26.
Cuadro estadístico de caudales

Estadístico	Caudal (m³/s)	Nivel (m)
Mínimo	19.2826	1.06
Máximo	274.460	2.43
Media	70.2664	1.47
Mediana	36.4110	1.28
Desviación estándar	60.30	0.36
Coeficiente de variación (%)	85.82	24.48

El análisis revela una marcada variabilidad en el caudal diario, con valores que fluctúan entre 19.28 m³/s y 274.46 m³/s, evidenciando la presencia de pulsos hídricos característicos de la temporada de lluvias. La media (70.27 m³/s) y la mediana (36.41 m³/s) sugieren una distribución asimétrica, influenciada por picos de caudal que elevan el promedio. El coeficiente de variación (85.82%) confirma una dispersión muy alta, típica de ríos con fuerte estacionalidad o influenciados por eventos de precipitación intensa.

En contraste, el nivel medio diario presentó una menor oscilación, variando entre 1.06 m y 2.43 m. La media (1.47 m) y la mediana (1.28 m) se mantuvieron próximas entre sí, y la desviación estándar (0.36 m) fue reducida, lo que indica una estabilidad relativa en la lámina de agua, incluso frente a cambios significativos en el caudal. El coeficiente de variación (24.48%) respalda esta apreciación, evidenciando una variabilidad moderada.

Estos resultados respaldan la elección del modelo Muskingum, dado que este permite representar adecuadamente la dinámica de propagación y almacenamiento del flujo en un tramo fluvial que, pese a experimentar fluctuaciones de caudal, conserva una geometría hidráulica relativamente constante. Asimismo, la variación diaria de los datos reales constituye una base sólida para la calibración de los parámetros del modelo y para la evaluación de su desempeño predictivo bajo condiciones reales de campo.

6.9. Discusión de resultados

La aplicación del modelo Muskingum en el tramo del río Vilcanota, sector Pisac, permitió simular el tránsito de avenidas con una precisión considerable, lo cual constituye un aporte novedoso en el ámbito de la hidrología aplicada en los Andes peruanos. A diferencia de estudios tradicionales que se limitan a analizar la hidráulica del cauce de manera estática, este trabajo integró tanto la variabilidad temporal de los caudales como la estabilidad geomorfológica de la sección, generando una visión más completa del comportamiento fluvial. El enfoque empleado permitió no solo reproducir el tránsito de caudales, sino también comprender de forma más profunda la dinámica hidrodinámica del sistema bajo condiciones naturales y con registros recientes, correspondientes al año 2024.

Los resultados hidrológicos obtenidos evidencian una marcada fluctuación en el régimen de caudales, con un valor mínimo de 19.28 m³/s y un máximo de 274.46 m³/s. Esta amplitud refleja la naturaleza pluvial de la cuenca, la cual responde de manera rápida e intensa a eventos de precipitación, característica típica de las cuencas andinas de montaña (SENAMHI-Perú, Memoria anual, 2024). Los hidrogramas generados muestran ascensos y descensos abruptos que condicionan el diseño de obras hidráulicas, ya que obligan a considerar tanto escenarios de crecida extrema como situaciones de caudales bajos prolongados. El coeficiente de variación del 85.82% y la desviación estándar de 60.30 m³/s refuerzan esta condición de alta variabilidad, un aspecto que ha sido documentado también en estudios de cuencas vecinas, como el de (Cahuana Chura, 2020) en Calca, donde la dinámica fluvial muestra la misma sensibilidad frente a las lluvias concentradas en periodos cortos.

En contraste, el análisis de los niveles medios diarios muestra que el cauce mantiene una relativa estabilidad geométrica, con un coeficiente de variación de apenas 24.48% y una desviación estándar de 0.36 m. Este hallazgo es relevante porque demuestra que, a pesar de las fluctuaciones en el caudal, la sección hidráulica del río no experimenta

cambios morfológicos significativos en el corto plazo. Tal condición facilita la aplicación del modelo Muskingum, ya que permite calibrar y validar parámetros como el tiempo de almacenamiento (K) y el coeficiente de ponderación (X) sin la interferencia de alteraciones geométricas severas. Estudios realizados en ríos amazónicos y de selva densa, como los reportados por la (ANA-Perú, s.f.), señalan que en esos contextos la variabilidad geomorfológica es mucho mayor, lo que incrementa la incertidumbre en la modelación; de ahí que la relativa estabilidad del tramo Pisac represente una ventaja metodológica destacable.

La calibración de los parámetros del modelo constituye otro aporte significativo del presente trabajo. Los valores de K y X, ajustados de forma mensual, se encuentran dentro de los rangos reportados en la literatura (Gupta, R. S., & Dawdy, D. R., 1995), pero su adaptación específica al tramo Pisac representa un insumo inédito para la región. Este detalle es fundamental porque hasta ahora no se habían realizado calibraciones locales con base en datos diarios completos, sino estimaciones generales a nivel de cuenca. La sensibilidad del modelo a variaciones en los parámetros demostró que pequeñas modificaciones en X (entre 0.30 y 0.35) generan diferencias notables en la forma y retardo de la onda, confirmando lo señalado por estudios internacionales sobre la importancia de la calibración en cauces de montaña. De este modo, el presente análisis refuerza la utilidad del Muskingum en contextos andinos y sienta bases para su aplicación en otros tramos del río Vilcanota o en cuencas con características hidrológicas similares.

En términos de comparación con antecedentes locales, el trabajo de (Quispe Huamán, 2018) sobre el peligro de inundación en Pisac utilizó HEC-RAS para delimitar áreas expuestas. Dicho estudio evidenció las zonas vulnerables pero no incorporó un análisis temporal del tránsito de caudales. En contraste, la presente investigación demuestra que, al añadir la componente hidrológica del Muskingum, se obtiene una mayor capacidad para anticipar no solo la extensión de la inundación, sino también su evolución en el tiempo. Esta diferencia metodológica constituye un aporte práctico para la planificación de sistemas de alerta temprana, ya que permite estimar no solo la magnitud

del desborde sino también el momento en que ocurrirá. Por lo tanto, la integración Muskingum–HEC-RAS aquí aplicada ofrece un marco más robusto para la gestión del riesgo.

De manera similar, los hallazgos se relacionan con los estudios del (SENAMHI-Perú, Memoria anual, 2024) y el (CENEPRED-Perú, 2019), los cuales reportan que las cuencas altoandinas presentan riesgos moderados con exposición de poblaciones e infraestructura, recomendando horizontes de diseño de 25 años. Los resultados de esta investigación, al simular caudales para distintos periodos de retorno, refuerzan esas recomendaciones y demuestran que Pisac efectivamente se encuentra en una condición de vulnerabilidad intermedia, donde eventos recurrentes de magnitud media pueden causar impactos significativos en la población y en el patrimonio cultural. Esta coincidencia con evaluaciones institucionales respalda la pertinencia del modelo aplicado y aumenta la validez práctica de los resultados.

Otro aporte del presente estudio radica en la caracterización geomorfológica del cauce. El cálculo iterativo del ancho del cauce, la profundidad media, el área hidráulica y el perímetro mojado permitió una descripción detallada del tramo de estudio, reforzada con el uso de la ecuación de Manning para estimar velocidades. Esta aproximación complementa investigaciones hidrogeológicas previas, como la de (Cahuana Chura, 2020), que se centró en la dinámica subterránea, ampliando el panorama hacia la dimensión superficial y la interacción directa con eventos de avenida. Así, se genera una visión integral del sistema que permite plantear medidas de gestión más efectivas, desde defensas ribereñas hasta planes de uso del suelo que consideren la recurrencia de inundaciones.

Las implicancias prácticas de los resultados son múltiples. En primer lugar, se brinda una base sólida para el diseño de obras hidráulicas, evitando tanto el sobredimensionamiento —que encarece innecesariamente los proyectos— como la subestimación, que pone en riesgo la seguridad de la población. En segundo lugar, se provee a las autoridades locales de información actualizada para la delimitación de zonas

de riesgo y la priorización de inversiones en infraestructura de protección. Finalmente, se abre la posibilidad de integrar el modelo Muskingum en sistemas de alerta temprana basados en datos en tiempo real, tal como recomiendan organismos internacionales como la ([WMO]). De este modo, la investigación no solo aporta a la teoría, sino que ofrece soluciones concretas a problemas actuales en la gestión del agua y la reducción de riesgos de desastres.

Si bien los resultados alcanzados son consistentes y válidos, es importante señalar que el estudio se sustentó principalmente en los registros del año 2024. Este enfoque fue metodológicamente adecuado, ya que se seleccionó un periodo completo, reciente y libre de vacíos significativos, pero también implica que la extrapolación a otras décadas debe realizarse con cautela. No obstante, esta aparente limitación se convierte en un aporte metodológico al demostrar que es posible realizar estudios robustos incluso con series temporales reducidas, siempre y cuando se apliquen técnicas de calibración adecuadas y se priorice la consistencia entre los datos de entrada y salida. Esto abre la puerta a futuras investigaciones que integren series multianuales o que contrasten los resultados con registros hidrométricos aguas abajo, en estaciones de mayor longitud temporal.

En suma, la presente investigación aporta a la literatura regional una validación empírica del modelo Muskingum en un contexto altoandino, destacando su aplicabilidad y eficiencia frente a otros métodos. Al compararse con antecedentes como (Quispe Huamán, 2018), (Cahuana Chura, 2020) y los informes del SENAMHI y CENEPRED, se evidencia que este estudio amplía la base de conocimiento existente al ofrecer resultados más específicos, con un enfoque temporal y geomorfológico detallado que incrementa la representatividad local. Este aporte no solo tiene relevancia académica, sino también un impacto práctico en la planificación hidráulica y en la gestión integral del riesgo de inundaciones en Pisac y en cuencas similares de la región andina.

VI. Conclusiones

- El análisis geomorfológico del tramo Pisac del río Vilcanota, complementado con la calibración del modelo Muskingum, permitió simular con alta confiabilidad tanto avenidas históricas como caudales de diseño. El modelo reprodujo adecuadamente la propagación temporal de los caudales, evidenciando la atenuación de picos de crecida y el retardo en la llegada del flujo. Los indicadores estadísticos de validación ($R = 0.998$; $R^2 = 0.997$; $ECM = 3.37 \text{ m}^3/\text{s}$; $EAM = 1.79 \text{ m}^3/\text{s}$) confirman su capacidad para representar procesos hidrológicos reales en contextos andinos.
- La calibración de los parámetros K y X , realizada mediante métodos gráficos y análisis de regresión lineal, fue determinante para adaptar el modelo al comportamiento hidrológico del tramo Pisac. La disponibilidad de datos diarios del año 2024 garantizó ajustes robustos y consistentes, permitiendo proyectar escenarios de caudales asociados a diferentes periodos de retorno. Estos resultados refuerzan la utilidad del Muskingum en la evaluación de riesgos y en el dimensionamiento técnico de obras hidráulicas.
- La integración de datos hidrológicos del SENAMHI con el uso de la ecuación de Manning permitió la estimación mensual del ancho y la profundidad del cauce. Este procedimiento aportó información clave para interpretar la dinámica del flujo y complementar el análisis hidrodinámico, vinculando los

resultados del tránsito de avenidas con criterios prácticos de diseño de defensas ribereñas, canales de alivio y obras de mitigación.

- El modelo demostró ser una herramienta accesible, precisa y de bajo requerimiento computacional, capaz de implementarse incluso en hojas de cálculo. Su sencillez metodológica y su adaptabilidad lo convierten en una alternativa viable para la gestión hídrica en cuencas de montaña con recursos técnicos limitados, sin necesidad de software especializado o de redes densas de monitoreo hidrológico.
- Los resultados de este trabajo muestran coherencia con investigaciones regionales, como el estudio de inundación del río Vilcanota en Pisac (2018) y los informes técnicos del SENAMHI (2024), pero con un nivel de resolución y adaptación local más preciso. La calibración específica para el tramo de estudio y el uso de datos diarios recientes aportan una mayor representatividad, diferenciando este trabajo como un insumo técnico de valor agregado frente a antecedentes que utilizaron enfoques más generales o series incompletas.
- La combinación de modelación hidrológica e hidráulica permitió delimitar zonas inundables con alta precisión, coincidentes con áreas históricamente afectadas por desbordes. Este hallazgo refuerza la confiabilidad del modelo como herramienta de apoyo para sistemas de alerta temprana, planificación territorial y diseño de infraestructura resiliente. La consideración de la dinámica real del flujo —más allá de valores puntuales— sienta las bases para un diseño hidráulico más seguro, eficiente y adaptado a las condiciones de la cuenca del Vilcanota.

VII. Recomendaciones

- Dado su bajo requerimiento computacional y su capacidad para trabajar con series en tiempo real, el modelo puede incorporarse a plataformas de monitoreo que utilicen datos de SENAMHI o de estaciones propias. Se recomienda desarrollar un sistema automatizado que procese la información hidrométrica entrante, ejecute el cálculo del tránsito de avenidas y emita alertas preventivas a autoridades y comunidades. Esto facilitará la toma de decisiones rápidas ante crecidas súbitas, reduciendo los tiempos de respuesta y los daños potenciales.
- Se recomienda la instalación de estaciones hidrométricas adicionales en puntos estratégicos aguas abajo del tramo Pisac, priorizando sectores con alta variabilidad de caudales o antecedentes de desbordes. Este esfuerzo permitirá registrar con mayor resolución el tránsito real de avenidas, reducir la dependencia de interpolaciones y fortalecer futuros procesos de calibración y validación del modelo Muskingum.
- Se recomienda que los futuros estudios de dimensionamiento de defensas ribereñas, puentes y canales de alivio incorporen la simulación de tránsito mediante modelos como Muskingum o Muskingum-Cunge, en lugar de depender únicamente de caudales pico. Este enfoque, ya validado en el presente estudio, permitirá optimizar diseños, reducir costos de

sobredimensionamiento y garantizar la seguridad de las obras frente a la dinámica real del flujo.

- Dado que los parámetros K y X pueden variar por cambios morfológicos del cauce, cobertura vegetal o intervenciones antrópicas, se recomienda realizar recalibraciones periódicas, especialmente tras eventos hidrológicos extremos o la ejecución de nuevas obras hidráulicas. Futuros trabajos podrían explorar series de largo plazo para analizar la evolución temporal de dichos parámetros en la cuenca del Vilcanota.
- Se recomienda fomentar la capacitación de técnicos locales, juntas de usuarios y autoridades en el uso de modelos de tránsito en hojas de cálculo y plataformas de libre acceso. De este modo, se garantizará la sostenibilidad del manejo del Muskingum como herramienta práctica y accesible, incluso en contextos de limitados recursos tecnológicos.
- Para enriquecer la aplicabilidad del modelo, se sugiere que futuros estudios evalúen el tránsito de avenidas considerando escenarios de cambio climático, variabilidad interanual de precipitaciones y la incorporación de modelos 1D/2D con software como HEC-RAS o Iber. Esto permitirá contrastar y complementar los resultados obtenidos con Muskingum, reforzando la planificación de medidas estructurales y no estructurales frente a inundaciones.

VII. Bibliografía

- (CEDEX), C. d. (2017). *Manual de aplicaciones del modelo GR2M para simulación de escorrentía en cuencas españolas*. Ministerio de Agricultura y Pesca, Alimentación y Medio Ambiente, Gobierno de España. https://www.cedex.es/CEDEX/lang_castellano/recursos/doc/Centro/Estudios/Hidrologia/Manual_GR2M.pdf
- (USACE), U. A. (2023). Muskingum model – HEC-HMS Documentation. Hydrologic Engineering Center. <https://www.hec.usace.army.mil/confluence/hmsdocs/hmstrm/channel-flow/muskingum-model>
- [INEI], I. N. (2020). Guía para el manejo de datos hidrometeorológicos.
- [WMO], W. M. (s.f.). Guide to Hydrological Practices (6th ed.). Geneva, Switzerland: WMO.
- AGROPERU. (s.f.). *AGROPERU - Noticia*. <https://www.agroperu.pe/senamhi-busca-mejorar-pronosticos-de-inundaciones-en-cuencas-andinas/>
- ANA-Perú. (s.f.). <https://snirh.ana.gob.pe/visorPorCuenca/?IdVar=263>
- ANA-Perú. (2017). Delimitación de la faja marginal de las quebradas afluentes al Río Mariño, en el ámbito del distrito de Abancay. <https://sigrid.cenepred.gob.pe/sigridv3/documento/14561>

- Aparicio Mijares, F. J. (1992). *Fundamentos de hidrología de superficie*.
[https://webdelprofesor.ula.ve/ingenieria/adamoreno/HIDRO/Fundamentos_de_hidrologia_de_superficie - Aparicio.pdf](https://webdelprofesor.ula.ve/ingenieria/adamoreno/HIDRO/Fundamentos_de_hidrologia_de_superficie_-_Aparicio.pdf)
- Araujo Huamán, G. P. (2023). Evaluación de peligros geohidrológicos en el sector Matarapampa, distrito de Pisac, provincia de Calca, Cusco. (*Informe Técnico N° A7389*). *INGEMMET*.
https://sigrid.cenepred.gob.pe/sigridv3/storage/biblioteca//16362_informe-tecnico-n0-a7389-evaluacion-de-peligros-geohidrologico-en-el-sector-matarapampa-distrito-pisac-provincia-calca-departameto-cusco.pdf
- Arriola, G., Villegas, L., Arbulú, J., & Sotomayor, G. (2021). Estimación del tránsito de avenidas empleando el método de Muskingum en la estación El Tambo de la cuenca Chicama, Perú. *Revista INGENIERÍA: Ciencia, Tecnología e Innovación*,.
- Avellaneda Córdova Anavella del Pilar & Montalvo Esquivas Kevin Mario. (2020). Análisis comparativo de los métodos Racional modificado Témez, Hidrogramas unitarios SCS, Clark y Snyder en la obtención de caudales máximos para las subcuencas Cañad y Alto Chancay Lambayeque – Cuenca Chancay Lambayeque.
<https://repositorio.unprg.edu.pe/handle/20.500.12893/8601>
- Cabrera, J. (s.f.). Unidad de Respuesta Hidrológica (H.R.U.).
https://www.imefen.uni.edu.pe/Temas_interes/modhidro_8.pdf
- Cahuana Chura, R. (2020). *Evaluación del potencial hidrogeológico del Channel Belt del río Vilcanota en el distrito de San Salvador – Calca – Cusco*. Tesis de licenciatura, Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco.
- Caicedo Yaipén, M. (2022). Evaluación del tránsito de avenidas empleando método Muskingum en caudales mensuales para diseño de obras hidráulicas, río La Leche, Lambayeque. <https://hdl.handle.net/20.500.12692/94322>
- Caicedo, M., Villegas, L. M., Arriola, G. G., Cayatopa, R., García, J., & Marín, N. (2023). Generation of flows applying a simple method of flood routing to monthly level in the La Leche Basin, Peru. En *Revista Politécnica* (págs. 99-110).

https://revistapolitecnica.epn.edu.ec/ojs2/index.php/revista_politecnica2/article/view/1634

CENEPRED-Perú. (2019). *Evaluación de riesgos por inundación fluvial para la prevención y reducción de desastres por fenómenos naturales en el centro histórico y aledaños del distrito de San Sebastián – provincia de cusco – departamento de Cusco*. San Sebastian: Municipalidad distrital de San Sebastian.

https://sigrid.cenepred.gob.pe/sigridv3/storage/biblioteca//9710_informe-de-evaluacion-de-riesgo-por-inundacion-fluvial-en-el-centro-historico-y-aledanos-distrito-de-san-juan-bautista-provincia-de-cusco-departamento.pdf

Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W. (1988). *Applied Hydrology*. McGraw-Hill.

Flores Palomino, V. R. (s.f.). Generación de máximas avenidas en la sub cuenca Torococha empleando métodos hidrológicos, para diseño del puente Torococha, Juliaca, Puno, 2020. <https://hdl.handle.net/20.500.12692/57926>

Gómez Alanoca, C. Q. (2025). Determinación de zonas vulnerables a inundación con HEC-RAS en el tramo poblado del río Caplina, Tacna. *Ciencia y Educación*, 6(6.1), 157–168. <https://doi.org/10.5281/zenodo.16517291>

Guillermo Gustavo Arriola Carrasco & Luis Mariano Villegas Granados & Gioconda Del Socorro Sotomayor Nunura. (2020). ANÁLISIS DE LAS CURVAS DE INFILTRACIÓN PARA DETERMINAR CAUDALES MÁXIMOS EN ZONAS DE ESCASA INFORMACIÓN ANTE EVENTOS EXTREMOS. <https://revistas.uss.edu.pe/index.php/ING/article/view/1352>

Guillermo Gustavo Arriola Carrasco & Luis Mariano Villegas Granados & José del Carmen Arbulú Ramos & ioconda del Socorro Sotomayor Nunura. (2021). ESTIMACIÓN DEL TRÁNSITO DE AVENIDAS EMPLEANDO EL MÉTODO DE MUSKINGUM EN LA ESTACIÓN EL TAMBO DE LA CUENCA CHICAMA, PERÚ. <https://revistas.uss.edu.pe/index.php/ING/article/view/1901>

Gupta, R. S., & Dawdy, D. R. (1995). *Flood Hydrology*. John Wiley & Sons.

HEC-HMS - Hydrologic Engineering Center, U. A. (s.f.). *Tutoriales y guías de HEC-HMS.*

https://www.hec.usace.army.mil/confluence/hmsdocs/hmsguides/applying-reach-routing-methods-within-hec-hms/applying-the-muskingum-routing-method?utm_source=chatgpt.com

Hossain, M. M. (Febrero de 2015). Analisis of Flood Routing. *Article in Dhaka University Journal of Science.* <https://www.researchgate.net/publication/282521408>

Huamán, W. &. (2021). Estimación del tránsito de avenidas empleando el método de Muskingum en la estación El Tambo, cuenca Chicama, Perú. *Ingeniería: Ciencia, Tecnología e Innovación.* <https://doi.org/10.26495/icti.v8i2.1901>

Jasem M. Alhumoud & Nourah Almashan. (2019). Muskingum Method with Variable Parameter Estimation. <https://www.iieta.org/journals/mmep/paper/10.18280/mmep.060306>

Jumana H Sahib & Kareem R Almurshdi. (2021). Utilization of Muskingum-Cunge method for the inverse routing of shatt al-kufa to regulate flood wave in a stream. <https://www.researchgate.net/publication/349772101> Utilization of Muskingum-Cunge Method for the Inverse Routing of Shatt AL-Kufa to Regulate Flood Wave in a Stream

Khalifeh, Saeid Khalifeh & Kazem Esmaili & Saeed Reza Khodashenas & Vahid. (2020). *Estimation of nonlinear parameters of the type 5 Muskingum model using SOS algorithm.* <https://www.researchgate.net/publication/343815853> Estimation of nonlinear parameters of the type 5 Muskingum model using SOS algorithm

Luna Loayza, C. (2020). Peligro de inundación del río Vilcanota en el centro poblado de Pisac. *Revista de Investigaciones Hidráulicas y Ambientes.* https://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S1680-03382020000200018&script=sci_arttext

Marlon Pazos & David Mayorga Arias. (2019). *Hidrología Agrícola.* <https://www.researchgate.net/publication/338669423> Hidrologia Agrícola

- Martinez, A. P. (2022). Metodología para el Pronóstico del Caudal en Cuencas no Aforadas. <http://repositorio.uach.mx/257/>
- Meisam Badfar & Reza Barati, Ph.D. & Emrah Dogan & Gokmen Tayfur. (2021). Reverse flood routing in rivers using linear and nonlinear muskingum models. 26. Journal of Hydrologic Engineering. [https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0002088](https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0002088)
- Ministerio de transportes y comunicaciones, M.-P. (2014). *Manual de hidrología, hidráulica y drenaje*. http://transparencia.mtc.gob.pe/idm_docs/normas_legales/1_0_2950.pdf
- Monsalve Sáenz, G. (1999). *Hidrología en La Ingeniería*. <http://biblioteca.unfv.edu.pe/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=32628>
- Montero Torres, M. A. (2019). Estudio del tránsito de avenidas del río Piura por el método de Muskingum - tramo Tambogrande – Piura. Caso: Inundación Universidad Nacional de Piura marzo 2017. https://alicia.concytec.gob.pe/vufind/Record/RUMP_2325ee04404a5acb558c767f502b15d2
- Nawaz Abdur Rasheed & Zakwan Mohammad & Khan Iqbal, Rahim Z.A. (2020). Comparative analysis of variants of muskingum model. <https://www.indianjournals.com/ijor.aspx?target=ijor:wei&volume=63r&issue=7&article=013>
- Olusegun O. Alabi, A. T. (27 de Abril de 2023). The Effects of Calibration Parameters in Muskingum Models on Flood Prediction. *International Journal of Engineering & Applied Sciences (IJEAS)*. <http://dx.doi.org/10.24107/ijeas.1204338>
- Omid Bozorg-Haddad & Mehri Abdi-Dehkordi, Farzan Hamedi, Maryam Pazoki & Hugo A. Loáiciga . (2019). Generalized Storage Equations for Flood Routing with Nonlinear Muskingum Models. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11269-019-02247-2>
- Perrin, C. M. (2003). Mejora de un modelo parsimonioso para la simulación de caudales. *Revista de Hidrología (versión traducida y referenciada en CEDEX, 2017)*.

<https://www.studocu.com/pe/document/universidad-tecnologica-de-los-andes/hidrologia/perrin-2003-de-buen-aporte/71545138>

Ponce, V. M. (s.f.). Ecuación de enrutamiento simplificada de Muskingum.

[https://ponce.sdsu.edu/ecuacion de enrutamiento simplificada de muskingum.html](https://ponce.sdsu.edu/ecuacion%20de%20enrutamiento%20simplificada%20de%20muskingum.html)

Quispe Huamán, R. (2018). *Peligro de inundación del río Vilcanota en centro poblado de Písac, Cusco*. Tesis de licenciatura, Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco.

Reyhaneh Akbari & Masoud-Reza Hessami-Kermani. (2020). Flood Routing: Improving Outflow Using a New Non-linear Muskingum Model with Four Variable Parameters Coupled with PSO-GA Algorithm. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11269-020-02613-5>

SENAMHI-Perú. (2022). *Asimilación de caudales observados en la modelación hidrológica subdiaria del río Vilcanota en la estación Písac*. <https://hdl.handle.net/20.500.12542/2613>

SENAMHI-Perú. (2023). *Perspectivas climáticas, periodo enero - marzo 2024. Informe Técnico N°16-2023/SENAMHI-DMA-SPC*. <https://www.senamhi.gob.pe/load/file/02262SENA-42.pdf>

SENAMHI-Perú. (2024). *Informe Técnico - Condiciones actuales de precipitación y perspectivas climáticas, hidrológicas y agrometeorológicas en la región andina*. https://sinia.minam.gob.pe/sites/default/files/archivos/public/docs/Informe%2001_2024_SENAMHI.pdf

SENAMHI-Perú. (2024). *Memoria anual*. Lima. <https://www.senamhi.gob.pe/pdf/trans/memoria-senamhi-2024.pdf>

SENIA-MINAM, M. d. (2024). *Informe 01_2024: Variaciones estacionales del régimen de descargas y su relación con la precipitación estacional*. https://sinia.minam.gob.pe/sites/default/files/archivos/public/docs/Informe%2001_2024_SENAMHI.pdf?utm_source=chatgpt.com

- Singh, V. P. (2017). Hydrologic Systems: Volume II: Watershed Modeling (2nd ed., p. 332). Prentice Hall.
- USAL, H. (s.f.). Hidrograma unitario de Clark. Universidad de Salamanca. https://hidrologia.usal.es/practicas/HU_Clark_EXPLICACION.pdf
- USDA - Carlos Alberto Ortiz-Solorio, Ma del Carmen Gutiérrez-Castorena y. (2014). *Claves para la Taxonomía de Suelos*. https://www.nrcs.usda.gov/sites/default/files/2022-10/Spanish-Keys-to-Soil-Taxonomy.pdf?utm_source=chatgpt.com
- USDA. (2014). Part 630 Hydrology National Engineering Handbook - CHAPTER 17 FLOOD ROUTING. <https://directives.nrcs.usda.gov/sites/default/files2/1712930634/Part%20630%20-%20Hydrology.pdf>
- Vásquez Lozada, K. P. (2019). *Aplicación de sistemas de información geográfica y HEC-RAS para calcular el peligro por inundaciones en la cuenca baja del río Huarmey*. Tesis de grado, Universidad Privada del Norte. <https://hdl.handle.net/11537/21955>
- Viessman, W. J., & Lewis, G. L. (2013). Introduction to Hydrology (5th ed.). Prentice Hall.
- Zou Qiang & Fu Qiaoping & Hong Xingjun, Lu Jun. (2020). Parameter Estimation of Muskingum Model based on Whale Optimization Algorithm with Elite Opposition-based Learning. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/780/2/022013/pdf>

Los anexos, panel fotográfico y otros documentos están resguardados en la oficina de repositorio digital institucional en la Biblioteca Central de la Universidad Tecnológica de los Andes